

4.25 数学检测



一. 选择题 (以下每题只有一个正确的选项, 每小题 2 分, 共 20 分)

1. 用配方法将二次函数 $y=x^2 - 8x - 9$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为 ()

- A. $y=(x-4)^2+7$ B. $y=(x-4)^2-25$
 C. $y=(x+4)^2+7$ D. $y=(x+4)^2-25$

2. 为了迎接 2022 年的冬奥会, 中小学都积极开展冰上运动. 小乙和小丁进行 500 米短道速滑比赛, 他们的五次成绩 (单位: 秒) 如下表所示:

	1	2	3	4	5
小乙	45	63	55	52	60
小丁	51	53	58	56	57

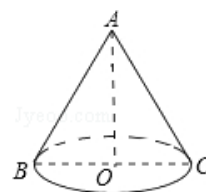
设两人的五次成绩的平均数依次为 \bar{x}_Z, \bar{x}_D , 成绩的方差依次为 s_Z^2, s_D^2 , 则下列判断中正确的是

- (A) $\bar{x}_Z = \bar{x}_D, s_Z^2 < s_D^2$ (B) $\bar{x}_Z = \bar{x}_D, s_Z^2 > s_D^2$
 (C) $\bar{x}_Z > \bar{x}_D, s_Z^2 > s_D^2$ (D) $\bar{x}_Z < \bar{x}_D, s_Z^2 < s_D^2$

3. 如图, AB 是圆锥的母线, BC 为底面直径, 已知 $BC=6cm$,

圆锥的侧面积为 $15\pi cm^2$, 则 $\sin \angle ABC$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{3}$



3 题图

4. 下列语句中错误的是 ()

- A. 三点确定一个圆
 B. 垂直于弦的直径平分弦且平分弦所对的两条弧
 C. 三角形的外心是三角形三边垂直平分线的交点
 D. 三角形的内心是三角形内角平分线的交点

5. 若一个扇形的半径是 $18cm$, 且它的弧长是 $12\pi cm$, 则此扇形的圆心角等于 ()

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

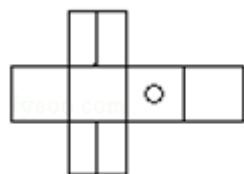
6. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(3, 0)$, 判断在 M, N, P, Q 四点中, 满足到点 O 和点 A 的距离都小于 2 的点是 ()

- A. 点 P 和 Q B. 点 P 和 M C. 点 P 和 N D. 点 M 和 N

7. 如图, 在边长为 1 的正方形网格中, 连接格点 D, N 和 E, C , DN 和 EC 相交于点 P , $\tan \angle CPN$ 为 ()

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

8. 如图是某一正方体的展开图，那么该正方体是（ ）



9. 下表是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分 x, y 的对应值:

x	...	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	...	2	m	-1	$-\frac{7}{4}$	-2	$-\frac{7}{4}$	-1	$\frac{1}{4}$	2	...

可以推断 m 的值为（ ）

A. -2

B. 0

C. $\frac{1}{4}$

D. 2

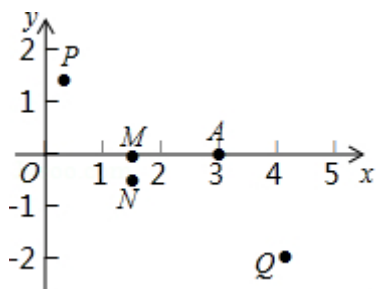
10. 如图， $\odot M$ 的半径为 2，圆心 M 的坐标为 $(3, 4)$ ，点 P 是 $\odot M$ 上的任意一点， $PA \perp PB$ ，且 PA, PB 与 x 轴分别交于 A, B 两点，若点 A, B 关于原点 O 对称，则 AB 的最小值为（ ）

A. 3

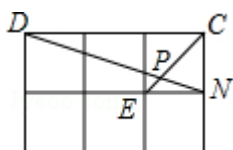
B. 4

C. 5

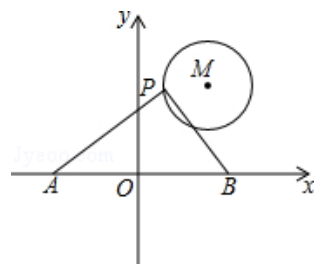
D. 6



6 题图



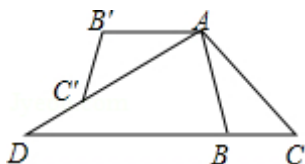
7 题图



10 题图

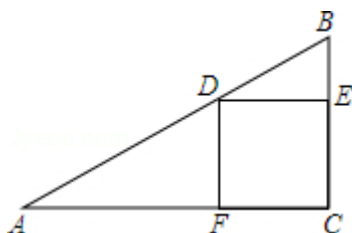
二. 填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

11. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转某个角度得到 $\triangle AB'C'$ ，使 $AB' \parallel CB$ ， CB, AC' 的延长线相交于点 D ，如果 $\angle D=28^\circ$ ，那么 $\angle BAC=$ _____°.



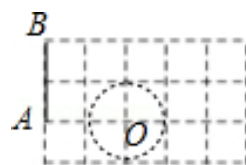
11 题图

12. 如图：正方形 $CEDF$ 的顶点 D, E, F 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB, BC, AC 上. $AD=5, DB=3$ ，则 $\triangle AFD$ 与 $\triangle BDE$ 面积之和等于_____.



12 题图

13. 如图所示的网格是正方形网格，线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 后与 $\odot O$ 相切，则 α 的值为_____.



13 题图



14. 某商店销售一种商品，经市场调查发现，该商品的周销售量 y (件) 是售价 x (元/件) 的一次函数. 其售价、周销售量、周销售利润 w (元) 的三组对应值如表:

售价 x (元/件)	50	60	80
周销售量 y (件)	100	80	40
周销售利润 w (元)	1000	1600	1600

注: 周销售利润 = 周销售量 \times (售价 - 进价)

- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式_____;
- (2) 当售价是_____元/件时, 周销售利润最大.

15. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ 且半径为 3, 则 AB 的长为_____.

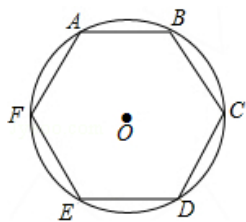
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$, $BC=2$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 α 角后得到 $\triangle A'B'C$, 当点 A 的对应点 A' 落在 AB 边上时, 旋转角 α 的度数是_____度, 阴影部分的面积为_____.

17. 如图, 木工师傅在板材边角处做直角时, 往往使用“三弧法”, 其做法是:

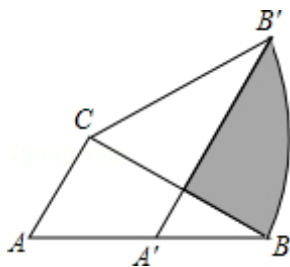
- (1) 作线段 AB , 分别以为 A 、 B 为圆心, AB 长为半径作弧, 两弧的交点为 C ;
- (2) 以 C 为圆心, 仍以 AB 长为半径做弧, 交 AC 的延长线于点 D ;
- (3) 连接 BD 、 BC .

下列说法正确的是: _____ (把所有正确的序号都写出来)

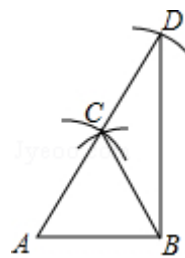
- ① $\angle CBD=30^\circ$; ② $S_{\triangle BDC}=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2$; ③ 点 C 是 $\triangle ABD$ 的外心; ④ $\sin^2 A + \cos^2 D = 1$



15 题图



16 题图



17 题图

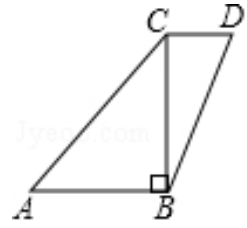
18. 当 $a \leq x \leq a+1$ 时, 函数 $y=x^2 - 2x+1$ 的最小值为 1, 则 a 的值为_____.

三、解答题 (本题共 64 分, 第 19-24 题, 每小题 6 分, 第 25-28 题, 每小题 7 分,)

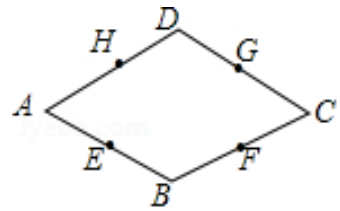
19. 计算: $|\sqrt{3}| - (4 - \pi)^0 - 2\sin 60^\circ + (\frac{1}{4})^{-1}$



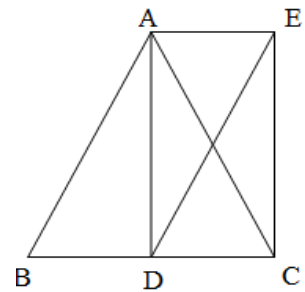
- 20.如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $\cos A=\frac{2}{3}$ ， $AB=4$ ，过点 C 作 $CD\parallel AB$ ，且 $CD=2$ ，连接 BD ，求 BD 的长.



21. 已知四边形 $ABCD$ 为菱形，点 E 、 F 、 G 、 H 分别为各边中点，判断 E 、 F 、 G 、 H 四点是否在同一个圆上，如果在同一圆上，找到圆心，并证明四点共圆；如果不在，说明理由.



22. 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD\perp BC$ 于点 D ，分别过点 A 和点 C 作 BC 、 AD 边的平行线交于点 E 。
- (1) 求证：四边形 $ADCE$ 是矩形；
- (2) 连结 BE ，若 $\cos \angle ABD=\frac{1}{2}$ ， $AD=2\sqrt{3}$ ，求 BE 的长.



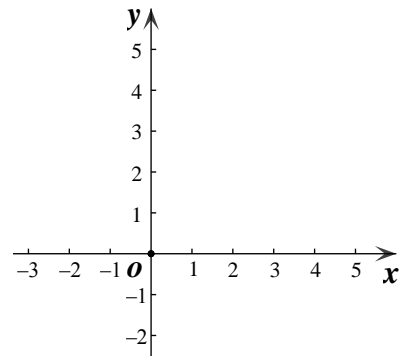
23. 在平面直角坐标系中，直线 $y = x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $A(2, m)$.

(1) 求 m 和 k 的值；

(2) 点 $P(x_P, y_P)$ 是函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 图象上的任意一点，过点 P 作平行于 x 轴的直线，交直线 $y = x$ 于点 B .

① 当 $y_P = 4$ 时，求线段 BP 的长；

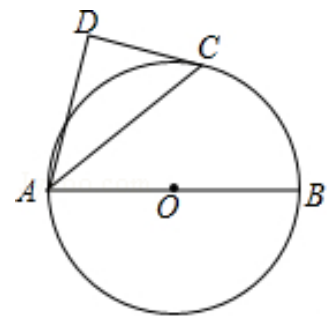
② 当 $BP \geq 3$ 时，结合函数图象，直接写出点 P 的纵坐标 y_P 的取值范围.



24. (6分) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上， $AD \perp CD$ 于点 D ，且 AC 平分 $\angle DAB$.

(1) 求直线 DC 与 $\odot O$ 的交点个数；

(2) 已知 $\odot O$ 半径长为 3， $AC = 2\sqrt{5}$ ，求 AD 长.

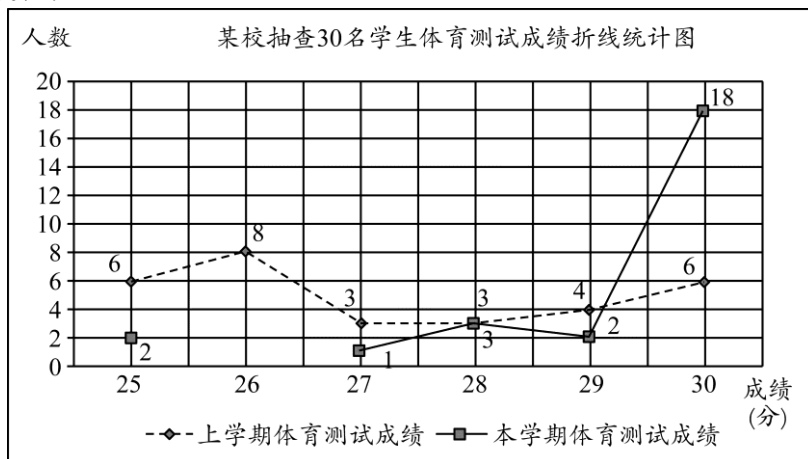


25. 某校九年级共有学生 150 人，为了解该校九年级学生体育测试成绩的变化情况，从中随机抽取 30 名学生的本学期体育测试成绩，并调取该 30 名学生上学期的体育测试成绩进行对比，小元对两次数据（成绩）进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息：

a. 小元在统计本学期体育测试成绩各分数段人数时，不小心污染了统计表：

成绩（分）	$x \leq 25$	25.5	26	26.5	27	27.5	28	28.5	29	29.5	30
人数（人）	2			1	0	2	1	1	1	4	14

b. 体育测试成绩（满分 30 分）的频数分布折线图如下（数据分组： $x \leq 25$ ， $25 < x \leq 26$ ， $26 < x \leq 27$ ， $27 < x \leq 28$ ， $28 < x \leq 29$ ， $29 < x \leq 30$ ）：



c. 两个学期测试成绩的平均数、中位数、众数如下：

学期	平均数	中位数	众数
上学期	26.75	26.75	26
本学期	28.50	m	30

根据以上信息，回答下列问题：

- 请补全折线统计图，并标明数据；
- 请完善 c 中的统计表， m 的值是_____；
- 若成绩为 26.5 分及以上为优秀，根据以上信息估计，本学期九年级约有_____名学生成绩达到优秀；
- 小元统计了本班上学期体育测试成绩各分数段人数，如下：

成绩（分）	$x \leq 25$	$25 < x \leq 26$	$26 < x \leq 27$	$27 < x \leq 28$	$28 < x \leq 29$	$29 < x \leq 30$
人数（人）	6	8	3	3	4	6

通过观察、分析，得出这样的结论“在上学期的体育测试成绩中，众数一定出现在 $25 < x \leq 26$ 这一组”。请你判断小元的说法是_____（填写序号：A. 正确 B. 错误），你的理由是_____。



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(0, 2)$ ，抛物线 $y=mx^2+4mx+5m$ 的对称轴与 x 轴交于点 B .

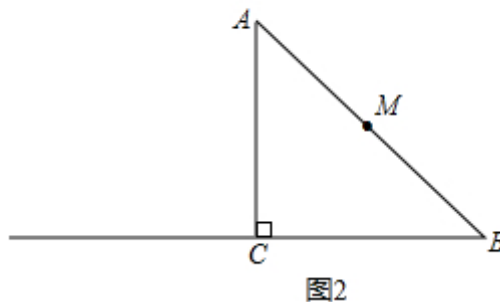
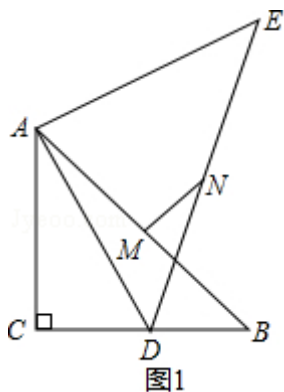
- (1) 求点 B 的坐标；
- (2) 当 $m>0$ 时，过 A 点作直线 l 平行于 x 轴，与抛物线交于 $C、D$ 两点 (C 在 D 左侧)， $C、D$ 横坐标分别为 $x_1、x_2$ ，且 $x_2 - x_1=2$ ，求抛物线的解析式；
- (3) 若抛物线与线段 AB 恰只有一个公共点，则请结合函数图象，直接写出 m 的取值范围.

27. 如图，等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ACB=90^\circ$. D 为射线 BC 上一动点. 连接 AD ，将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 至点 E ，连接 $AE、DE$. 点 $M、N$ 分别是 $AB、DE$ 的中点，连接 MN .

(1) 如图 1，点 D 在线段 BC 上.

- ① 猜想 MN 与 AB 的位置关系，并证明你的猜想；
- ② 连接 EB ，猜想 BE 与 BC 的位置关系；

(2) 在图 2 中，若点 D 在线段 BC 的延长线上， BE 与 BC 的位置关系是否改变？请你补全图形后，证明你的猜想.



28.对于平面直角坐标系 xOy 中的动点 P 和图形 N , 给出如下定义: 如果 Q 为图形 N 上一个动点, P, Q 两点间距离的最大值为 d_{max} , P, Q 两点间距离的最小值为 d_{min} , 我们把 $d_{max}+d_{min}$ 的值叫点 P 和图形 N 间的“和距离”, 记作 $d(P, \text{图形} N)$.

(1) 如图 1, 正方形 $ABCD$ 的中心为点 O , $A(3, 3)$.

①点 O 到线段 AB 的“和距离” $d(O, \text{线段} AB) =$ _____;

②设该正方形与 y 轴交于点 E 和 F , 点 P 在线段 EF 上, $d(P, \text{正方形} ABCD) = 7$, 求点 P 的坐标.

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 过 C, D 两点作射线 CD , 连接 AC , 点 M 是射线 CD 上的一个动点, 如果 $6\sqrt{2} < d(M, \text{线段} AC) < 6+3\sqrt{2}$, 直接写出 M 点横坐标 t 取值范围.

