

门头沟区 2019 年初三年级综合练习（二）

数 学 试 卷

2019 年 5 月

考生须知

1. 本试卷共 10 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟；
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处；
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效；
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答；
5. 考试结束，将试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 2013 年 12 月 2 日 1 时 30 分，中国于西昌卫星发射中心成功将“嫦娥三号”探测器送入轨道。2013 年 12 月 15 日 4 时 35 分，“嫦娥三号”探测器与“玉兔号”月球车分离，“玉兔号”月球车顺利驶抵月球表面，留下了中国在月球上的第一个足迹。“玉兔号”月球车一共在月球上工作了 972 天，约 23 000 小时。将 23 000 用科学记数法表示为

- A. 2.3×10^3 B. 2.3×10^4 C. 23×10^3 D. 0.23×10^5

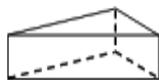
2. 在下面四个几何体中，俯视图是矩形的是



A



B



C



D

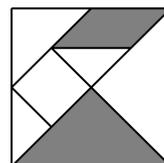
3. 在下列运算中，正确的是

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $a^5 + a^5 = 2a^{10}$

4. 如果 $a - b = 2\sqrt{3}$ ，那么代数式 $\left(\frac{a^2 + b^2}{2a} - b\right) \cdot \frac{a}{a - b}$ 的值为

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

5. 七巧板是我国古代劳动人民的发明之一，被誉为“东方模板”，它是由五块等腰直角三角形、一块正方形和一块平行四边形共七块板组成的。如图是一个用七巧板拼成的正方形，如果在此正方形中随机取一点，那么此点取自黑色部分的概率为



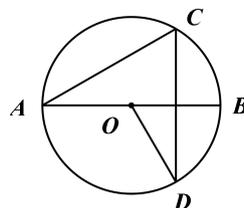
- A. $\frac{9}{32}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{7}{16}$

6. 已知点 $A(1, m)$ 与点 $B(3, n)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, 那么 m 与 n 的关系是

- A. $m < n$ B. $m > n$ C. $m = n$ D. 不能确定

7. 如图, 线段 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, $\angle CAB = 30^\circ$, $OD = 2$, 那么 DC 的长等于

- A. 2 B. 4
C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$



8. 团体购买某公园门票, 票价如下表:

购票人数	1 ~ 50	51 ~ 100	100 以上
门票价格	13 元 / 人	11 元 / 人	9 元 / 人

某单位现要组织其市场部和生产部的员工游览该公园. 如果按部门作为团体, 选择两个不同的时间分别购票游览公园, 则共需支付门票费为 1290 元; 如果两个部门合在一起作为一个团体, 同一时间购票游览公园, 则需支付门票费为 990 元. 那么该公司这两个部门的人数之差为

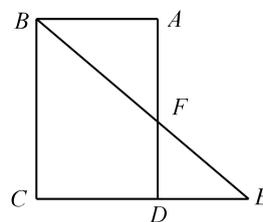
- A. 20 B. 35 C. 30 D. 40

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 函数 $y = \frac{1}{3x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

10. 写出一个比 2 大且比 3 小的无理数: _____.

11. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 CD 的延长线上一点, 连接 BE 交 AD 于点 F . 如果 $AB = 4$, $BC = 6$, $DE = 3$, 那么 AF 的长为_____.



12. 用一组 a, b, c ($c \neq 0$) 的值说明命题 “如果 $a < b$, 那么 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ” 是错误的, 这组值可以是 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.

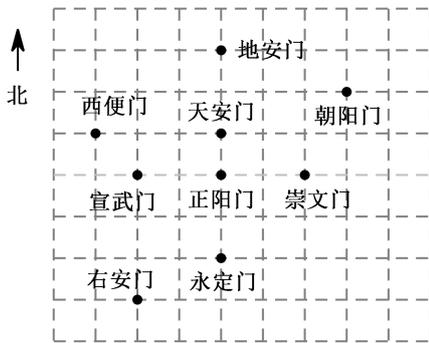
13. 《算法统宗》是中国古代数学名著, 作者是明代著名数学家程大位. 在其中有这样的记载 “一百馒头一百僧, 大僧三个更无争, 小僧三人分一个, 大小和尚各几丁?”



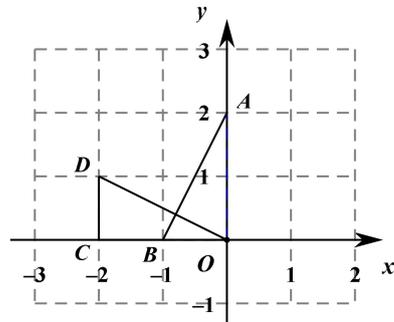
译文: 有 100 名和尚分 100 个馒头, 正好分完. 如果大和尚一人分 3 个, 小和尚 3 人分一个, 试问大、小和尚各有多少人?

设有大和尚 x 人, 小和尚 y 人, 可列方程组为_____.

14. 下图是利用平面直角坐标系画出的老北京一些地点的分别示意图，这个坐标系分别以正东和正北方向为 x 轴和 y 轴的正方向，如果表示右安门的点的坐标为 $(-2, -3)$ ，表示朝阳门的点的坐标为 $(3, 2)$ ，那么表示西便门的点的坐标为_____.



第 14 题图



第 15 题图

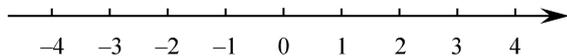
15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle AOB$ 可以看作是 $\triangle OCD$ 经过若干次图形的变化（平移、轴对称、旋转）得到的，写出一种由 $\triangle OCD$ 得到 $\triangle AOB$ 的过程：_____.
16. 当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的一半时，我们称该三角形为“特征三角形”，其中 α 称为“特征角”. 如果一个“特征三角形”为直角三角形，那么“特征角”度数为_____.

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算： $(\pi - 5)^0 + 4\sin 45^\circ + |-1|$.

18. 解不等式 $\frac{1}{2}x - 1 \leq \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ ，并把它的解集在数轴上表示出来.



19. 已知：关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2m = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 m 的取值范围；
- (2) 如果 m 为非负整数，且该方程的根都是整数，求 m 的值.

20. 下面是小明同学设计的“已知底边及底边上的高作等腰三角形”的尺规作图的过程.

已知：如图 1，线段 a 和线段 b .

求作： $\triangle ABC$ ，使得 $AB = AC$ ， $BC = a$ ， BC 边上的高为 b .

作法：如图 2，

- ① 作射线 BM ，并在射线 BM 上截取 $BC = a$ ；
- ② 作线段 BC 的垂直平分线 PQ ， PQ 交 BC 于 D ；
- ③ 以 D 为圆心， b 为半径作圆，交 PQ 于 A ；
- ④ 连接 AB 和 AC .

则 $\triangle ABC$ 就是所求作的图形.

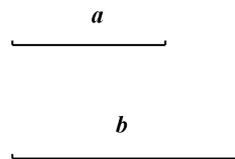
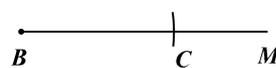


图 1

根据上述作图过程，回答问题：

(1) 用直尺和圆规，补全图 2 中的图形；



(2) 完成下面的证明：

图 2

证明：由作图可知 $BC = a$ ， $AD = b$.

$\because PQ$ 为线段 BC 的垂直平分线，点 A 在 PQ 上，

$\therefore AB = AC$ (_____) (填依据).

又 $\because AD$ 在线段 BC 的垂直平分线 PQ 上，

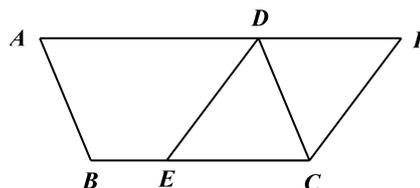
$\therefore AD \perp BC$.

$\therefore AD$ 为 BC 边上的高，且 $AD = b$.

21. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 是 BC 边的一点，将边 AD 延长至点 F ，使得 $\angle AFC = \angle DEC$ ，连接 CF ， DE .

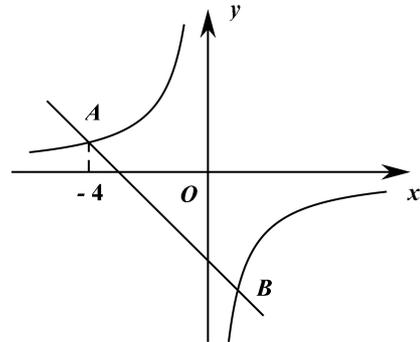
(1) 求证：四边形 $DECF$ 是平行四边形；

(2) 如果 $AB = 13$ ， $DF = 14$ ， $\tan \angle DCB = \frac{12}{5}$ ，求 CF 的长.



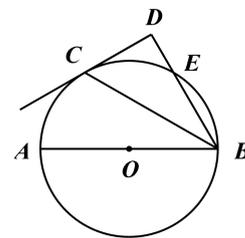
22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = -x + b$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象交于点 $A(-4, n)$ 和 B .

- (1) 求 b 的值和点 B 的坐标；
- (2) 如果 P 是 x 轴上一点，且 $AP = AB$ ，直接写出点 P 的坐标.

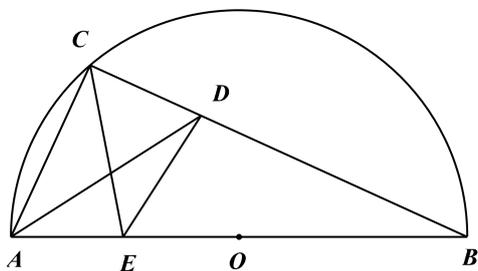


23. 如图，点 C 在 $\odot O$ 上， AB 为直径， BD 与过点 C 的切线垂直于 D ， BD 与 $\odot O$ 交于点 E .

- (1) 求证： BC 平分 $\angle DBA$ ；
- (2) 如果 $\cos \angle ABD = \frac{1}{2}$ ， $OA = 2$ ，求 DE 的长.



24. 如图, E 为半圆 O 直径 AB 上一动点, C 为半圆上一定点, 连接 AC 和 BC , AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D , 连接 CE 和 DE . 如果 $AB = 6$ cm, $AC = 2.5$ cm, 设 A, E 两点间的距离为 x cm, C, E 两点间的距离为 y_1 cm, D, E 两点间的距离为 y_2 cm.



小明根据学习函数经验, 分别对函数 y_1 和 y_2 随自变量 x 变化而变化的规律进行了探究.

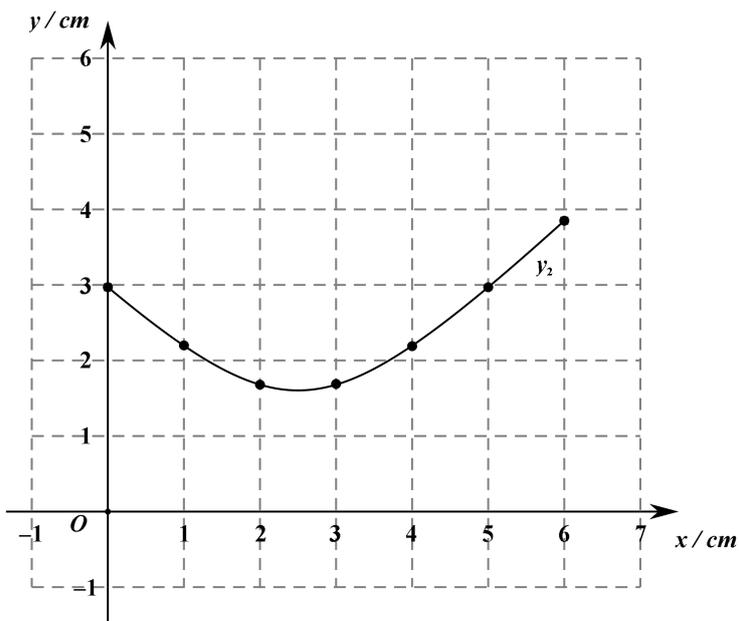
下面是小明的探究过程, 请将它补充完整:

- (1) 按下表中自变量 x 值进行取点、画图、测量, 得到了 y_1 和 y_2 与 x 几组对应值:

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	2.50	2.27	2.47	m	3.73	4.56	5.46
y_2/cm	2.97	2.20	1.68	1.69	2.19	2.97	3.85

问题: 上表中的 $m =$ _____ cm;

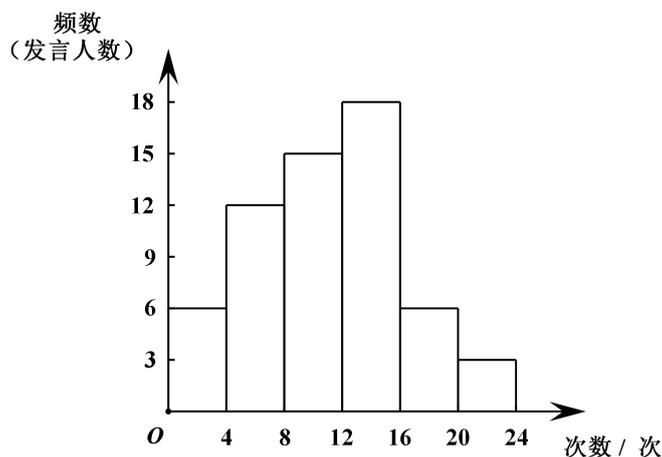
- (2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_2) 和 (x, y_1) , 并画出函数 y_1 和 y_2 的图象:



- (3) 结合函数的图象, 解决问题: 当 $\triangle ACE$ 为等腰三角形时, AE 的长度约为 _____ cm (结果精确到 0.01).

25. 2019年1月有300名教师参加了“新技术支持未来教育”培训活动，会议就“面向未来的教育”和“家庭教育”这两个问题随机调查了60位教师，并对数据进行了整理、描述和分析。下面给出了部分信息：

- a. 关于“家庭教育”问题发言次数的频数分布直方图如下(数据分成6组： $0 \leq x < 4$ ， $4 \leq x < 8$ ， $8 \leq x < 12$ ， $12 \leq x < 16$ ， $16 \leq x < 20$ ， $20 \leq x \leq 24$)：



- b. 关于“家庭教育”问题发言次数在 $8 \leq x < 12$ 这一组的是：

8 8 9 9 9 10 10 10 10 10 10 11 11 11 11

- c. “面向未来的教育”和“家庭教育”这两问题发言次数的平均数、众数、中位数如下：

问题	平均数	中位数	众数
面向未来的学校教育	11	10	9
家庭教育	12	m	10

根据以上信息，回答下列问题：

- 表中 m 的值为_____；
- 在此次采访中，参会教师更感兴趣的问题是_____（填“面向未来的教育”或“家庭教育”），理由是_____；
- 假设所有参会教师都接受调查，估计在“家庭教育”这个问题上发言次数超过8次的参会教师有_____位。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ($a \neq 0$) 顶点为 P ，且该抛物线与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧). 我们规定：抛物线与 x 轴围成的封闭区域称为“ G 区域” (不包含边界)；横、纵坐标都是整数的点称为整点.

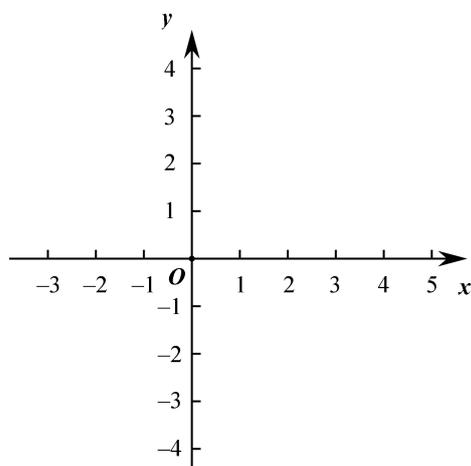
(1) 求抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ 顶点 P 的坐标 (用含 a 的代数式表示)；

(2) 如果抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ 经过 $(1, 3)$.

① 求 a 的值；

② 在①的条件下，直接写出“ G 区域”内整点的个数.

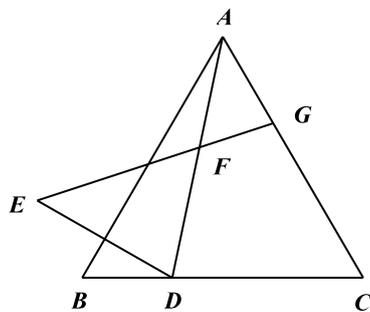
(3) 如果抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ 在“ G 区域”内有 4 个整点，直接写出 a 的取值范围.



27. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D 为 BC 边上的一点，点 D 关于直线 AB 的对称点为点 E ，连接 AD 、 DE ，在 AD 上取点 F ，使得 $\angle EFD = 60^\circ$ ，射线 EF 与 AC 交于点 G .

(1) 设 $\angle BAD = \alpha$ ，求 $\angle AGE$ 的度数 (用含 α 的代数式表示)；

(2) 用等式表示线段 CG 与 BD 之间的数量关系，并证明.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的动点 P 和图形 N , 给出如下定义: 如果 Q 为图形 N 上一个动点, P, Q 两点间距离的最大值为 d_{max} , P, Q 两点间距离的最小值为 d_{min} , 我们把 $d_{max} + d_{min}$ 的值叫点 P 和图形 N 间的“和距离”, 记作 $d(P, \text{图形}N)$.

(1) 如图, 正方形 $ABCD$ 的中心为点 $O, A(3, 3)$.

① 点 O 到线段 AB 的“和距离” $d(O, \text{线段}AB) =$ _____;

② 设该正方形与 y 轴交于点 E 和 F , 点 P 在线段 EF 上, $d(P, \text{正方形}ABCD) = 7$, 求点 P 的坐标.

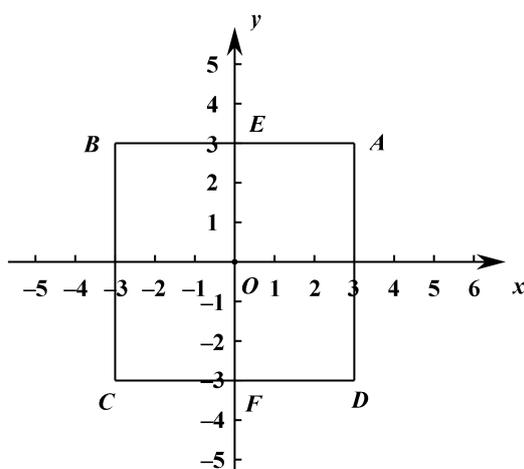


图 1

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 过 C, D 两点作射线 CD , 连接 AC , 点 M 是射线 CD 上的一个动点, 如果 $6\sqrt{2} < d(M, \text{线段}AC) < 6 + 3\sqrt{2}$, 直接写出 M 点横坐标 t 取值范围.

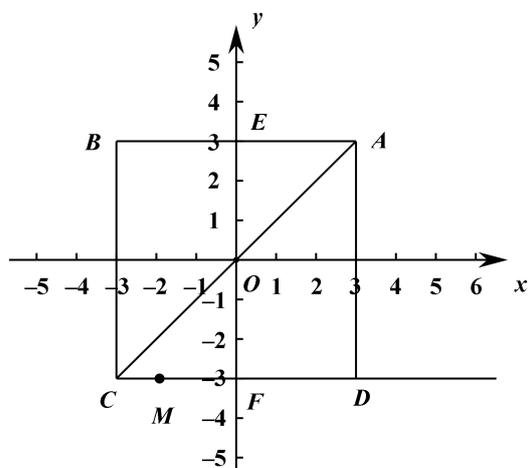


图 2

以下为草稿纸