绝密★本科目考试启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试

数　　学（北京卷）

本试卷共6页，150分，考试时长120分钟，考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效，考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

第一部分（选择题共40分）

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{-1,0,1,2\}, B=\{x|0<x<3\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{-1,0,1\}$　　（B）$\{0,1\}$　　（C）$\{-1,1,2\}$　　（D）$\{1,2\}$

（2）在复平面内，复数 z 对应的点的坐标是 $(1,2)$，则 $i\cdot z=$

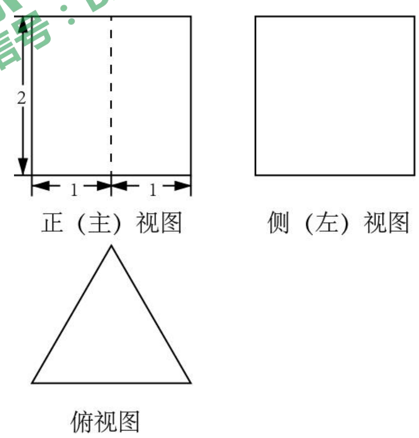
（A）$1+2i$　　（B）$-2+i$　　（C）$1-2i$　　（D）$-2-i$

（3）在 $(\sqrt{x}-2)^5$ 的展开式中，x^2 的系数为

（A）-5　　（B）5

（C）-10　　（D）10

（4）某三棱柱的底面为正三角形，其三视图如图所示，该三棱柱的表面积为



（A）$6+\sqrt{3}$　　（B）$6+2\sqrt{3}$

（C）$12+\sqrt{3}$　　（D）$12+2\sqrt{3}$

（5）已知半径为1的圆经过点 $(3,4)$，则其圆心到原点的距离的最小值为

（A）4　　（B）5

（C）6　　（D）7

（6）已知函数 $f(x)=2^x-x-1$，则不等式 $f(x)>0$ 的解集是

（A）$(-1,1)$　　（B）$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

（C）$(0,1)$　　（D）$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

（7）设抛物线的顶点为 O，焦点为 F，准线为 l；P 是抛物线异己 O 的一点，过 P 做 $PQ\perp l$ 于 Q，则线段 FQ 的垂直平分线

（A）经过点 O　　（B）经过点 P

（C）平行于直线 OP　　（D）垂直于直线 OP

（8）在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=-9$，$a_5=-1$，记 $T_n=a_1a_2\ldots a_n(n=1,2,\ldots)$，则数列 $\{T_n\}$

（A）有最大项，有最小项　　（B）有最大项，无最小项

（C）无最大项，有最小项　　（D）无最大项，无最小项

（9）已知 $\alpha,\beta\in\mathbf{R}$，则“存在 $k\in\mathbf{Z}$，使得 $\alpha=k\pi+(-1)^k\beta$”是“$\sin\alpha=\sin\beta$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（10）2020 年 3 月 14 日是全球首个国际圆周率日 (πDay)。历史上，求圆周率 π 的方法有多种，与中国传统数学中的“割圆术”相似，数学家阿尔 卡西的方法是：当正整数 n 充分大时，计算单位圆的内接正 $6n$ 边形的周长和外切正 $6n$ 边形（各边均与圆相切的正 $6n$ 边形）的周长，将它们的算术平均数作为 2π 的近似值。按照阿尔 卡西的方法，π 的近似值的表达方式是

（A）$3n(\sin\frac{30^\circ}{n}+\tan\frac{30^\circ}{n})$　　（B）$6n(\sin\frac{30^\circ}{n}+\tan\frac{30^\circ}{n})$

（C）$3n(\sin\frac{60^\circ}{n}+\tan\frac{60^\circ}{n})$　　（D）$6n(\sin\frac{60^\circ}{n}+\tan\frac{60^\circ}{n})$

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

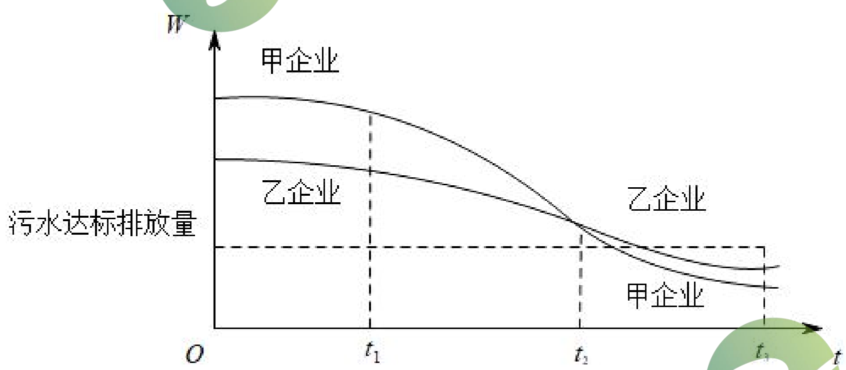
（11）函数 $f(x)=\dfrac{1}{x+1}+\ln x$ 的定义域是________．

（12）已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$，则 C 的右焦点的坐标为________；C 的焦点到其渐近线的距离是________．

（13）已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，则 $\left|\overrightarrow{PD}\right|=$________；$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PD}=$________．

（14）若函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)+\cos x$ 的最大值为 2，则常数 φ 的一个取值为________．

（15）为满足人民对美好生活的向往，环保部门要求相关企业加强污水治理，排放未达标的企业要限期整改．设企业的污水排放量 W 与时间 t 的关系为 $W=f(t)$，用 $-\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 的大小评价在 $[a,b]$ 这段时间内企业污水治理能力的强弱． 已知整改期内，甲、乙两企业的污水排放量与时间的关系如下图所示．



给出下列四个结论：

① 在 $[t_1,t_2]$ 这段时间内，甲企业的污水治理能力比乙企业强；

② 在 t_2 时刻，甲企业的污水治理能力比乙企业强；

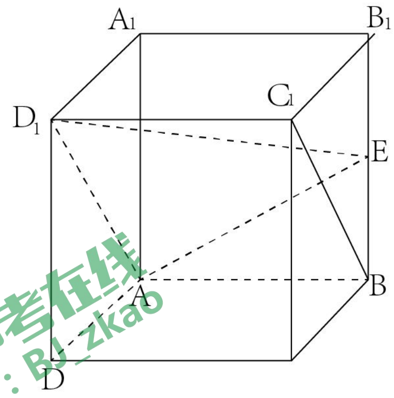
③ 在 t_3 时刻，甲、乙两企业的污水排放量都已达标；

④ 甲企业在 $[0,t_1]$，$[t_1,t_2]$，$[t_2,t_3]$ 这三段时间中，在 $[0,t_1]$ 的污水治理能力最强．

其中所有正确结论的序号是________．

三、解答题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）



如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 BB_1 的中点.

（Ⅰ）求证：$BC_1 /\!/$ 平面 AD_1E；

（Ⅱ）求直线 AA_1 与平面 AD_1E 所成角的正弦值.

（17）（本小题 13 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$a+b=11$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

（Ⅰ）a 的值；

（Ⅱ）$\sin C$ 和 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①：$c=7$，$\cos A=-\dfrac{1}{7}$

条件②，$\cos A=\dfrac{1}{8}, \cos B=\dfrac{9}{16}$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

（18）（本小题 14 分）

某校为举办甲乙两项不同活动，分别设计了相应的活动方案：方案一、方案二、为了解该校学生对活动方案是否支持，对学生进行简单随机抽样，获得数据如下表：

	男生		女生	
	支持	不支持	支持	不支持
方案一	200 人	400 人	300 人	100 人
方案二	350 人	250 人	150 人	250 人

假设所有学生对活动方案是否支持相互独立.

（Ⅰ）分别估计该校男生支持方案一的概率，该校女生支持方案一的概率：

（Ⅱ）从该校全体男生中随机抽取 2 人，全体女生中随机抽取 1 人，估计这 3 人中恰有 2 人支持方案一的概率；

（Ⅲ）将该校学生支持方案二的概率估计值记为 p_0,假设该校一年级有 500 名男生和 300 名女生，除一年级外其他年级学生支持方案二的概率估计值记为 p_1，试比较 p_0 与 p_1 的大小.

（结论不要求证明）

（19）（本小题 15 分）

已知函数 $f\left(x\right)=12-x^2$

（I）求曲线 $y=f\left(x\right)$ 的斜率等于 -2 的切线方程；

（II）设曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(t,\ f\left(t\right)\right)$ 处的切线与坐标轴围城的三角形面积为 $S\left(t\right)$，求 $S\left(t\right)$ 的最小值。

（20）（本小题 15 分）

已知椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 过点 $A(-2,-1)$，且 $a=2b$

（I）求椭圆 C 的方程：

（II）过点 $B(-4,0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于点 M,N ,直线 MA,NA 分别交直线 $x=-4$ 于点 P,Q 求 $\frac{|PB|}{|BQ|}$ 的值

（21）（本小题 15 分）

已知 $\{a_n\}$ 是无穷数列，给出两个性质：

①对于 $\{a_n\}$ 中任意两项 $a_i, a_j\,(i>j)$，在 $\{a_n\}$ 中都存在一项 a_m，使得 $\frac{a_i^2}{a_j}=a_m$.

②对于 $\{a_n\}$ 中任意一项 $a_n(n\geq 3)$，在 $\{a_n\}$ 都存在两项 $a_k, a_l,(k>l)$，使得 $a_n=\frac{a_k^2}{a_l}$

（I）若 $a_n=n\,(n=1,2,\ldots)$,判断 $\{a_n\}$ 是否满足性质①，说明理由；

（II）若 $a_n=2^{n-1}\,(n=1,2,\ldots)$，判断数列 $\{a_n\}$ 是否同时满足性质①和性质②，说明理由；

（III）若 $\{a_n\}$ 是递增数列，且同时满足性质①和性质②，证明：$\{a_n\}$ 为等比数列。