2022 北京人大附中经济技术开发区学校初二（下）期中

数　学

本评估分第 1 卷（选择题）和第 2 卷（非选择题）两部分，共 100 分，考试时间 120 分钟。

一．选择题.

1. 下列各组数中，能构成直角三角形的一组是（　　）

A. 2，3，4　　B. 1，2，$\sqrt{3}$　　C. 5，8，11　　D. 5，11，13

2. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　　）

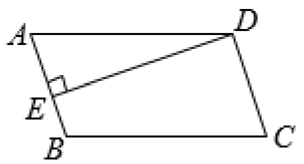
A $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{8}$　　D. $\sqrt{12}$

3. 下列计算结果正确的是（　　）

A. $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$　　B. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$

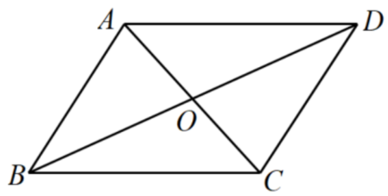
C. $\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=5\sqrt{10}$

4. 如图，在▱$ABCD$ 中，$\angle C=70^\circ$，$DE\perp AB$ 于点 E，则$\angle ADE$ 的度数为（　　）



A 30°　　B. 25°　　C. 20°　　D. 15°

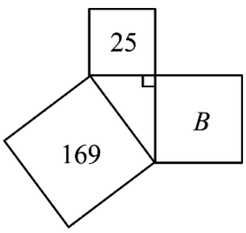
5. 如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列结论中错误的是（　　）



A. 当 $AB=BC$ 时，它是菱形　　B. 当 $AC\perp BD$ 时，它是菱形

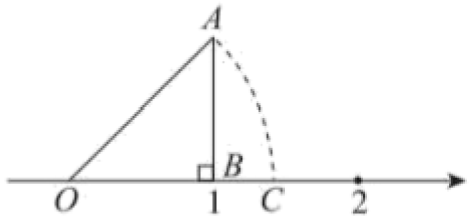
C. 当 $AC=BD$ 时，它是矩形　　D. 当 $\angle ABC=90^\circ$ 时，它是正方形

6. 如图，已知两正方形的面积分别是 25 和 169，则字母 B 所代表的正方形的面积是（　　）



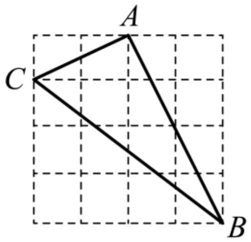
A. 12　　B. 13　　C. 144　　D. 194

7. 如图，数轴上点B表示 数为1，$AB \perp OB$，且$AB = OB$，以原点O为圆心，OA为半径画弧，交数轴正半轴于点C，则点C所表示的数为（　　）



A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $1-\sqrt{2}$

8. 如图，在4×4的网格中，每个小正方形的边长均为1，点A、B都在格点上，则下列结论错误的是（　　）



A. $\triangle ABC$的面积为10　　B. $\angle BAC = 90^\circ$

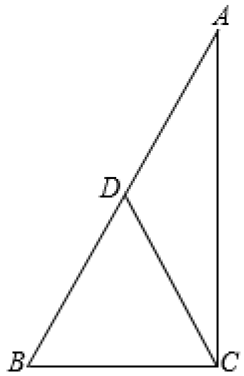
C. $AB = 2\sqrt{5}$　　D. 点A到直线BC的距离是2

二．填空题.

9. 要使式子$\sqrt{2x-14}$有意义，则x的取值范围是______.

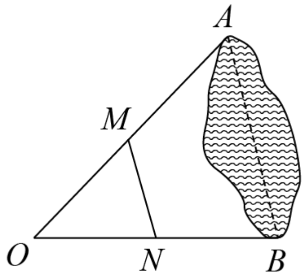
10. 计算$\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}$的结果是________.

11. 如图，在Rt$\triangle ABC$中，点D为AB的中点，连接CD，若$\angle B$＝60°，则$\angle ACD$＝___°.

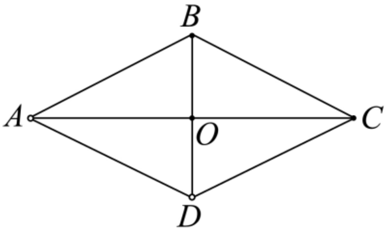


12. 在四边形$ABCD$中，AD＝BC，要使四边形$ABCD$是平行四边形，还需添加一个条件，这个条件可以是_____.（只要填写一种情况）

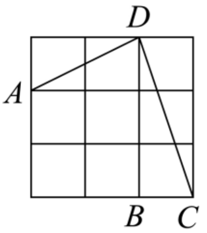
13. 如图，为估计池塘岸边A，B两点间的距离，在池塘的一侧选取点O，分别取OA，OB的中点M，N，测得MN＝16m，则A，B两点间的距离是______m.



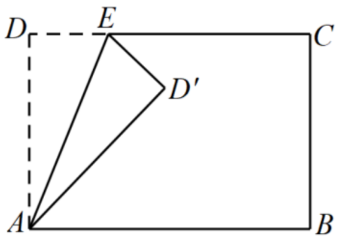
14. 如图，已知菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 的长分别为 6，4，则 AB 长为__.



15 如图，A，B，C，D 四点都在 3×3 正方形网格的格点上，则 $\angle ADB - \angle BDC =$__°



16. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$AD=6$，$AB=8$．点 E 为边 DC 上的一个动点，$\triangle AD'E$ 与 $\triangle ADE$ 关于直线 AE 对称，当 $\triangle CD'E$ 为直角三角形时，DE 的长为__.



三．解答题.

17. $(-2022)^0 + \left|-\sqrt{2}\right| - \sqrt{8} + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}$

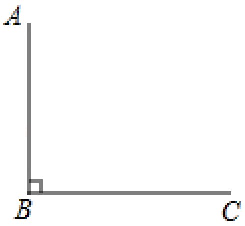
18. 计算：$\sqrt{18} + \sqrt{12} - \sqrt{8} - \sqrt{27}$.

19. $\left(3-\sqrt{7}\right)\left(3+\sqrt{7}\right)$

20. $2\left(\sqrt{12}+\sqrt{20}\right) - 3\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$

21. 尺规作图：

已知：线段 AB，BC，$\angle ABC=90°$，求作：矩形 $ABCD$.



下面是小敏设计的尺规作图过程：

做法：①以点 C　圆心，AB 长为半径画弧；

②以点 A 为圆心，BC 长为半径画弧；

③两弧在 BC 上方交于点 D 连接 AD，CD，四边形 $ABCD$ 即为所求

根据小敏设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明

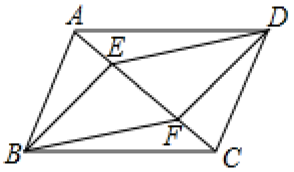
证明：∵AB=______，CB=______，

∴四边形 $ABCD$ 为平行四边形（______）

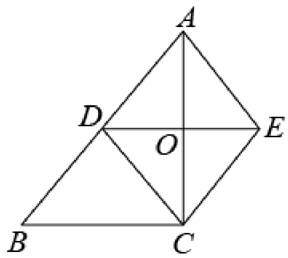
又∵$\angle ABC$90°

∴平行四边形 $ABCD$ 为矩形（______）（填推理依据）

22. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD, AB=CD$，点 E、F 均在线段 AC 上，若 $AE=CF$，求证：$BE//DF$.

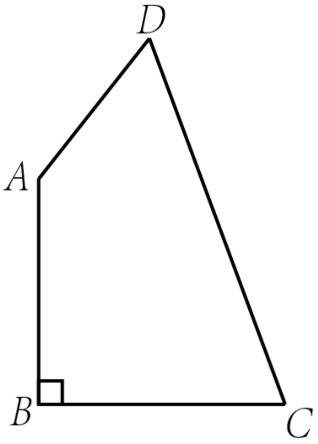


23. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，D 为 AB 的中点，$AE//CD$，$CE//AB$，连接 DE 交 AC 于点 O．求证：四边形 $ADCE$ 为菱形．



24. 如图：四边形 $ABCD$ 中，$AB=BC=\sqrt{2}$，$CD=\sqrt{5}$，$DA=1$，且 $AB\perp CB$ 于 B.

试求:（1）$\angle BAD$ 的度数;（2）四边形 $ABCD$ 的面积.



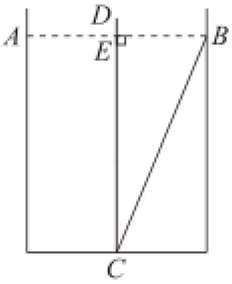
25. 我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题：今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺．引葭赴岸，适与岸齐．问水深、葭长各几何．（1 丈＝10 尺）

大意是：有一个水池，水面是一个边长为 10 尺的正方形，在水池正中央有一根芦苇，它高出水面 1 尺．如果把这根芦苇拉向水池一边的中点，它的顶端恰好到达池边的水面．水的深度与这根芦苇的长度分别是多少？

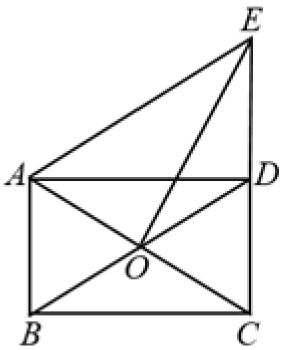
将这个实际问题转化为数学问题，根据题意画出图形（如图所示），其中水面宽 AB＝10 尺，线段 CD，CB 表示芦苇，$CD\perp AB$ 于点 E．

（1）图中 DE＝_____尺，EB＝_____尺；

（2）求水的深度与这根芦苇的长度．



26. 如图，AD 是平行四边形 $ABDE$ 的对角线，$\angle ADE$=90°，延长 ED 至点 C，使 DC=ED，连接 AC 交 BD 于点 O，连接 BC．



（1）求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

（2）连接 OE，若 AD=4，CD=2，求 OE 的长．

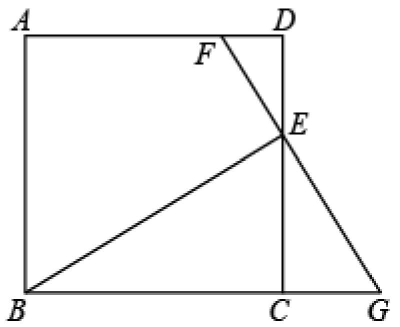
27. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 CD 上（点 E 与点 C、D 不重合），过点 E 作 $FG\perp BE$，FG

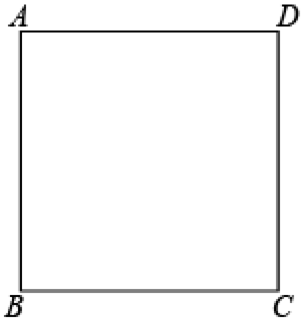
与边 AD 相交于点 F，与边 BC 的延长线相交于点 G．

（1） BE 与 FG 有什么样的数量关系？请直接写出你的结论：____________________

（2） DF 、CG 、CE 的数量之间具有怎样的关系？并证明你所得到的结论.

（3）如果正方形的边长是 1， $FG=1.5$，直接写出点 A 到直线 BE 的距离.





解：（1） BE 与 FG 的数量关系：____________________

（2） DF 、CG 、CE 的数量之间的关系是____________.

证明：

（3）点 A 到直线 BE 的距离是______________.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于两个点 P，Q 和图形 W，如果在图形 W 上存在点 M，N（M，N 可以重合）使得 $PM=QN$，那么称点 P 与点 Q 是图形 W 的一对平衡点.

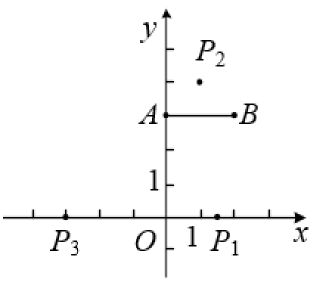


图1

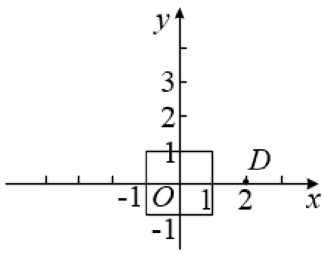


图2

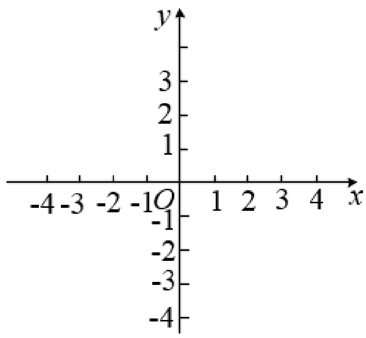


图1

（1）如图 1，已知点 $A(0，3)$，$B(2，3)$.

①设点 O 与线段 AB 上一点的距离为 d，则 d 的最小值是_______，最大值是_______；

②在 $P_1(\frac{3}{2}，0)$，$P_2(1，4)$，$P_3(-3，0)$这三个点中，与点 O 是线段 AB 的一对平衡点的是_______；

（2）如图 2，已知正方形的边长为 2，一边平行于 x 轴，对角线的交点为点 O，点 D 的坐标为$(2，0)$．若点 $E(x，2)$在第一象限，且点 D 与点 E 是正方形的一对平衡点，求 x 的取值范围；

（3）已知点 $F(-2，0)$，$G(0，2)$，某正方形对角线的交点为坐标原点，边长为 a（$a\le 2$）．若线段 FG 上的任意两个点都是此正方形的一对平衡点，直接写出 a 的取值范围.

参考答案

一．选择题.

1．【答案】B

【解析】

【分析】先求出两条短边的平方和，再求出最长边的平方，看看是否相等即可．

【详解】解：A．∵$2^2+3^2\neq4^2$，

∴以 2，3，4　边不能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

B．∵$1^2+(\sqrt{3})^2=2^2$，

∴以 1，2，$\sqrt{3}$ 为边能组成直角三角形，故本选项符合题意；

C．∵$5^2+8^2\neq11^2$，

∴以 5，8，11 为边不能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

D．∵$5^2+11^2\neq13^2$，

∴以 5，11，13 为边不能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

故选：B．

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，能熟记勾股定理的逆定理的内容是解此题的关键，注意：如果一个三角形的两边 a、b 的平方和等于第三边 c 的平方，即 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形．

2．【答案】B

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义，逐一判断选项，即可得到答案．

【详解】A. $\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，该选项不符合题意，

B. $\sqrt{3}$ 是最简二次根式，该选项符合题意，

C. $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，该选项不符合题意，

D. $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，该选项不符合题意，

故选 B．

【点睛】本题主要考查最简二次根式，掌握最简二次根式的概念，是解题的关键．

3．【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式的加法、减法、乘法、分母有理化逐一进行计算判断即可．

【详解】A．$\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{5}$　　不能合并，故 A 选项错误；

B．$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，故 B 选项错误；

C．$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$，正确；

D. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$，故 D 选项错误，

故选 C.

【点睛】本题考查了二次根式的运算，分母有理化，熟练掌握各运算法则是解题的关键.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质，可得$\angle A=\angle C=70°$，再根据直角三角形的性质，即可求解.

【详解】解：∵在▱$ABCD$ 中，

∴$\angle A=\angle C=70°$，

∵$DE\perp AB$，

∴$\angle ADE=90°-70°=20°$，

故选 C.

【点睛】本题主要考查平行四边形和直角三角形的性质，掌握平行四边形对角相等，是解题的关键.

5. 【答案】D

【解析】

【分析】根据矩形、菱形、正方形的判定逐个判断即可.

【详解】解：A、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又∵$AB=BC$，

∴四边形 $ABCD$ 是菱形，故本选项不符合题意；

B、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又∵$AC\perp BD$，

∴四边形 $ABCD$ 是菱形，故本选项不符合题意；

C、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又∵$AC=BD$，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形，故本选项不符合题意；

D、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又∵$\angle ABC=90°$，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形，不一定是正方形，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了对矩形的判定、菱形的判定，正方形的判定的应用，能正确运用判定定理进行判断是解此题的关键，难度适中.

6. 【答案】C

【解析】

【详解】解：结合勾股定理和正方形的面积公式，得字母 B 所代表的正方形的面积等于其它两个正方形的面积差，

所以字母 B 所代表的正方形的面积=169-25=144.

故选：C.

7. 【答案】A

【解析】

【分析】根据等腰直角三角形的性质求得OA的长，然后根据圆的性质即可求解$OC=OA$，进而即可判断.

【详解】由已知得$OB=1$，

∵ $AB\perp OB$，且$AB=OB$，

∴在$Rt\Delta OBA$中，$OA=\sqrt{OB^2+AB^2}=\sqrt{2}$，

∵以原点O为圆心，OA为半径画弧，交数轴正半轴于点C，

∴ $OC=OA=\sqrt{2}$，

∴点C所表示的数为$\sqrt{2}$；

故选 A.

【点睛】本题考查了勾股定理和等腰直角三角形的性质，关键是求出OA的值，然后根据圆的性质即可求解.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】求出 AC，AB，根据三角形的面积公式可判断 A；根据勾股定理的逆定理可判断 B；根据勾股定理可判断 C；根据三角形的面积结合点到直线距离的意义可判断 D.

【详解】解：B、∵ $AC^2=1^2+2^2=5$，$AB^2=2^2+4^2=20$，$BC^2=3^2+4^2=25$，

∴ $AC^2+AB^2=BC^2$，

∴$\angle BAC$＝90°，本选项结论正确，不符合题意；

A、∵$\angle BAC$＝90°，$AC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AB=2\sqrt{5}$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot AB=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=5$，本选项结论错误，符合题意；

C、由勾股定理得：$AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，本选项结论正确，不符合题意；

D、设点 A 到直线 BC 的距离为 h，

∵ $BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}BC\cdot h=5$，

∴h＝2，即点 A 到直线 BC 的距离是 2，本选项结论正确，不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题主要考查的是勾股定理及其逆定理，勾股定理：如果直角三角形的两条直角边长分别是 a，

b，斜边长为 c，那么 $a^2+b^2=c^2$.

二．填空题.

9. 【答案】$x\ge 7$

【解析】

【分析】直接利用二次根式中被开方数的取值范围即二次根式中的被开方数是非负数，即可得出答案.

【详解】解：要使式子 $\sqrt{2x-14}$ 有意义，

则 $2x-14\ge 0$ ，

解得： $x\ge 7$ ；

故答案为： $x\ge 7$.

【点睛】本题主要考查了二次根式有意义的条件，准确计算是解题的关键.

10. 【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质求出答案即可.

【详解】解： $\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$，

故答案为： $\frac{1}{2}$.

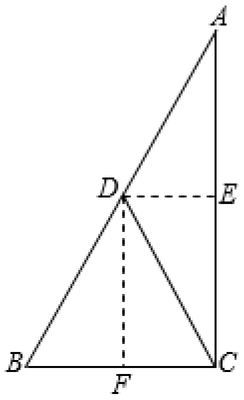
【点睛】本题考查了二次根式的性质与化简，注意：当 a＜0 时， $\sqrt{a^2}=-a$.

11. 【答案】30

【解析】

【分析】过点 D 分别作 $DE\perp AC, DF\perp BC$ ，证明 $\triangle ADE\cong\triangle DBF$ ， $\triangle DFC\cong\triangle CED$ ，进而证明 $AE=EC$ ，根据垂直平分线的判定与性质可得 $DA=DC$ ，根据等边对等角即可求得 $\angle ADC=\angle A$.

【详解】解：如图，过点 D 分别作 $DE\perp AC, DF\perp BC$ ，



$\because \angle ACB=90^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$，

$\therefore \angle AED=\angle ACB=90^\circ, \angle ACB=\angle DFB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$

$\therefore DF//AC, DE//BC$,

$\therefore \angle ADE=\angle B, \angle FDC=\angle ECD$， $\angle A=\angle BDF$，

$\because D$是AB的中点，

$\therefore AD=DB$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DBF$

$\therefore DF=AE$

在$\triangle DFC$与$\triangle CED$中

$$\begin{cases} \angle DEC=\angle CFD=90^{\circ} \\ \angle FDC=\angle ECD \\ CD=DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle DFC \cong \triangle CED$

$\therefore DF=EC$

$\because AE=DF$

$\therefore AE=EC$

$\because DE \perp AC$

$\therefore DE$垂直平分AC

$\therefore DA=DC$

$\therefore \angle ACD=\angle A=30^{\circ}$

故答案为：30

【点睛】本题考查了平行线的性质与判定，全等三角形的性质与判定，直角三角形的两个锐角互余，垂直平分线的性质与判定，等边对等角，添加辅助线证明三角形全等是解题的关键.

12. 【答案】$AB=CD$或$AD \parallel BC$(答案不唯一)

【解析】

【分析】直接利用平行四边形的判定方法一组对边平行且相等的四边形是平行四边形或者两组对边分别相等的四边形是平行四边形，进而得出答案.

【详解】解：∵在四边形$ABCD$中，$AD=BC$，要使四边形$ABCD$是平行四边形，

还需添加一个条件，这个条件可以是：$AB=CD$或$AD \parallel BC$等.

故答案为：$AB=CD$或$AD \parallel BC$等.

【点睛】此题主要考查了平行四边形的判定，正确掌握判定方法是解题关键.

13. 【答案】32

【解析】

【分析】根据三角形中位线定理解答即可.

【详解】解：∵点M，N分别为OA，OB的中点，

∴MN是$\triangle OAB$的中位线，

∴$AB=2MN=32$（m），

故答案为：32.

【点睛】本题考查的是三角形中位线定理，掌握三角形的中位线等于第三边的一半是解题的关键.

14. 【答案】$\sqrt{13}$

【解析】

【分析】根据菱形的性质求得OA，OB的长，然后在$Rt\Delta AOB$中利用勾股定理即可求解.

【详解】解：∵菱形$ABCD$的对角线AC，BD的长分别为6，4，

∴$AC\perp BD$，$OA=\dfrac{1}{2}AC=3$，$OB=\dfrac{1}{2}BD=2$，

∴$Rt\Delta AOB$中，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，

故答案为：$\sqrt{13}$

【点睛】本题考查了菱形的性质，勾股定理，熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

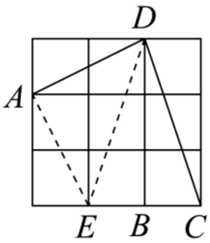
15. 【答案】45

【解析】

【分析】根据轴对称图形的性质得到$\angle EDB=\angle CDB$，可得$\angle ADB-\angle BDC=\angle ADE$，根据勾股定理和勾股定理的逆定理得到$\triangle EAD$是等腰直角三角形，再根据等腰直角三角形的性质即可求解.

【详解】如图，找到C点关于DB的对应点，连结DE，AE，

则$\angle EDB=\angle CDB$，



∴$\angle ADB-\angle BDC=\angle ADB-\angle BDE=\angle ADE$，

∵$AD=AE=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，$DE=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

∴$\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{10}\right)^2$

∴$AD^2+AE^2=DE^2$，

∴$\triangle EAD$是等腰直角三角形，

∴$\angle ADE=45°$，即$\angle ADB-\angle BDC=45°$.

故答案为：45.

【点睛】此题主要考查了轴对称、勾股定理和勾股定理的逆定理、等腰直角三角形的性质，得出$\angle ADB-\angle BDC=\angle ADE$是解题关键.

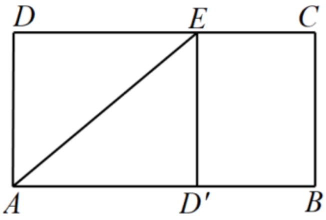
16. 【答案】3或6

【解析】

【分析】分两种情况分别求解，（1）当$\angle CED'=90°$时，如图（1），根据轴对称的性质得$\angle AED=\angle AED'=45'$，得$DE=AD=6$；

（2）当$\angle ED'A=90°$时，如图（2），根据轴对称的性质得$\angle AD'E=\angle D$，$AD'=AD$，$DE=D'E$，得A、D'、C在同一直线上，根据勾股定理得$AC=10$，设$DE=D'E=x$，则$EC=CD-DE=8-x$，根据勾股定理得，$D'E^2+D'C^2=EC^2$，代入相关的值，计算即可．

【详解】解：当$\angle CED'=90°$时，如图（1），



图（1）

∵$\angle CED'=90°$，

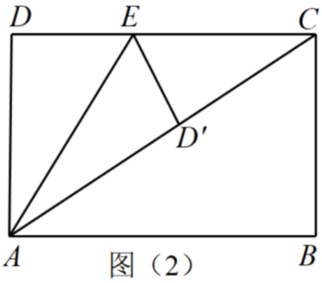
根据轴对称的性质得$\angle AED=\angle AED'=\frac{1}{2}\times 90°=45°$，

∵$\angle D=90°$，

∴$\triangle ADE$是等腰直角三角形，

∴$DE=AD=6$；

（2）当$\angle ED'A=90°$时，如图（2），



图（2）

根据轴对称的性质得$\angle AD'E=\angle D=90°$，$AD'=AD$，$DE=D'E$，$\triangle CD'E$为直角三角形，

即$\angle CD'E=90°$，

∴$\angle AD'E+\angle CD'E=180°$，

∴A、D'、C在同一直线上，

根据勾股定理得$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

∴$CD'=10-6=4$，

设$DE=D'E=x$，则$EC=CD-DE=8-x$，

在$Rt\triangle D'EC$中，$D'E^2+D'C^2=EC^2$，

即$x^2+16=(8-x)^2$，

解得$x=3$，

即$DE=3$；

综上所述：DE的长为3或6；

故答案为：3或6．

【点睛】本题考查了矩形的性质、勾股定理、轴对称的性质，熟练掌握矩形的性质、勾股定理、轴对称的

性质的综合应用，分情况讨论，作出图形是解题关键．

三．解答题.

17. 【答案】$4-\sqrt{2}$

【解析】

【分析】利用负整数指数幂的性质、零指数幂性质、绝对值性质以及算术平方根的性质计算即可．

【详解】$\left(-2022\right)^{0}+\left|-\sqrt{2}\right|-\sqrt{8}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

$=1+\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3$

$=4-\sqrt{2}$

【点睛】本题考查了实数的运算，熟记实数运算的法则和性质是解题的关键．

18. 【答案】$\sqrt{2}-\sqrt{3}$．

【解析】

【分析】根据二次根式的混合运算法则即可求解．

【详解】解：原式$=3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，掌握二次根式的混合运算法则是解题的关键．

19. 【答案】2

【解析】

【分析】利用平方差公式进行化简，根据二次根式的运算计算即可．

【详解】$\left(3-\sqrt{7}\right)\left(3+\sqrt{7}\right)=3^{2}-\left(\sqrt{7}\right)^{2}=9-7=2$．

【点睛】本题主要考查了平方差公式和二次根式的运算，熟练掌握运算法则是解题的关键．

20.【答案】$\sqrt{3}+7\sqrt{5}$

【解析】

【分析】先把每个二次根式化成最简二次根式，然后去括号合并同类二次根式即可．

【详解】$2\left(\sqrt{12}+\sqrt{20}\right)-3\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$

$=2\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)-3\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$

$=4\sqrt{3}+4\sqrt{5}-3\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

$=\sqrt{3}+7\sqrt{5}$

【点睛】本题考查了二次根式的加减运算，正确地把每个二次根式化成最简二次根式是解题的关键．

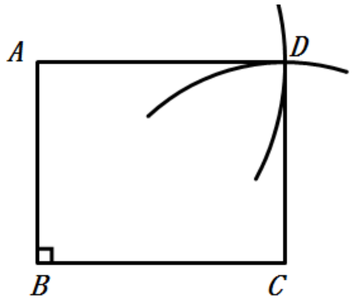
21. 【答案】（1）如图，四边形 $ABCD$ 为所作；见解析；（2）CD，BD，两组对边相等的四边形是平行四边形；有一个角是直角的平行四边形是矩形

【解析】

【分析】（1）根据作法画出对应的几何图形即可；

（2）先利用作图结合“两组对边相等的四边形是平行四边形”证得四边形 $ABCD$ 为平行四边形，由有一个角是直角的平行四边形是矩形可得结论.

【详解】（1）如图，四边形 $ABCD$ 为所作；



（2）证明：∵ $AB=CD$，$CB=AD$，

∴四边形 $ABCD$ 为平行四边形（两组对边相等的四边形是平行四边形）

又∵ $\angle ABC=90°$

∴平行四边形 $ABCD$ 为矩形（有一个角是直角的平行四边形是矩形）

【点睛】本题考查了作图－复杂作图及平行四边形和矩形的判定方法，解决问题的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质，把复杂图形的基本性质，把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作.

22. 【答案】见解析

【解析】

【分析】首先根据平行线的性质得出 $\angle BAE=\angle DCF$，然后证明 $\triangle ABE\cong\triangle DCF$，得出 $\angle BEA=\angle DFC$，则 $\angle BEF=\angle DFE$，最后利用内错角相等，两直线平行证明即可.

【详解】$\because AB//CD$，

$\therefore \angle BAE=\angle DCF$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中，

$$\begin{cases} AB=CD \\ \angle BAE=\angle DCF \\ AE=CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle DCF(SAS)$，

$\therefore \angle BEA=\angle DFC$，

$\therefore 180°-\angle BEA=180°-\angle DFC$，

即 $\angle BEF=\angle DFE$，

$\therefore BE//DF$.

【点睛】本题主要考查全等三角形的判定及性质，平行线的判定及性质，掌握这些判定及性质是关键.

23. 【答案】见解析

【解析】

【分析】先证明四边形 $ADCE$ 是平行四边形，再由直角三角形斜边上的中线性质得出 $CD=\frac{1}{2}AB=AD$，即可得出四边形 $ADCE$ 为菱形.

【详解】解：证明：∵$AE// CD$，$CE// AB$，

∴四边形 $ADCE$ 是平行四边形，

∵$\angle ACB=90°$，D 是 AB 边的中点，

∴$CD=\frac{1}{2}AB=DA$，

∴四边形 $ADCE$ 为菱形.

【点睛】本题考查了直角三角新的性质以及菱形的判定方法，理解菱形的判方法是关键.

24. 【答案】（1）135°（2）2

【解析】

【分析】（1）连接 AC，根据 $Rt\triangle ABC$ 求出 AC 的长，再利用勾股定理证明 $\triangle ACD$ 是直角三角形，故可求出 $\angle BAD$ 的度数

（2）由 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ADC}$，即可求出四边形 $ABCD$ 的面积.

【详解】（1）连接 AC，∵$AB=BC=\sqrt{2}$，

∴$AC=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=2$

∴$\angle BAC=45°$，

∵$AD^2+AC^2=1+4=5=CD^2$，

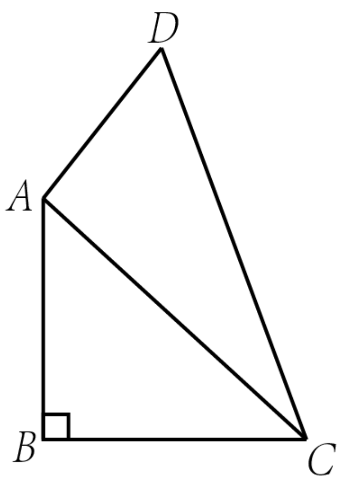
∴$\triangle ACD$ 为直角三角形.

∴$\angle BAD=90°+45°=135°$，

（2）$S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ADC}$

$=\frac{1}{2}BC\times AB+\frac{1}{2}AC\times AD$

$=1+1=2$



【点睛】此题主要考查勾股定理的应用，解题的关键是熟知勾股定理的逆定理.

25. 【答案】（1）1，5；（2）芦苇长13尺，则水的深度为12尺．

【解析】

【分析】（1）根据DE是芦苇高出水面部分，EB是水面边长的一半，直接写出答案即可；

（2）设芦苇长x尺，则水的深度为（x-1）尺，根据等量关系，列出方程，即可求解．

【详解】解：（1）根据题意：DE是芦苇高出水面部分，即DE=1尺，EB是水面边长的一半，即：EB=5尺，

故答案是：1，5；

（2）设芦苇长x尺，则水的深度为（x-1）尺，

根据题意得：$(x-1)^2+5^2=x^2$，解得：x=13，

13-1=12（尺），

答：芦苇长13尺，则水的深度为12尺．

【点睛】本题主要考查勾股定理以及一元二次方程的实际应用，根据勾股定理，列出方程，是解题的关键．

26. 【答案】（1）见解析　　（2）$\sqrt{13}$

【解析】

【分析】（1）根据平行四边形的性质得出$AB // DE$，$AB=ED$，求出$DC=AB$，$DC // AB$，再根据矩形的判定得出即可；

（2）过O作$OF\perp CD$于F，根据平行四边形的性质求出$DE=AB$，求出$AB=DC=2$，求出DF，求出OF，再根据勾股定理求出OE即可．

【小问1详解】

证明：∵四边形$ABDE$是平行四边形，

∴$AB // DE$，$AB=ED$，

∵$DC=ED$，

∴$DC=AB$，$DC // AB$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形，

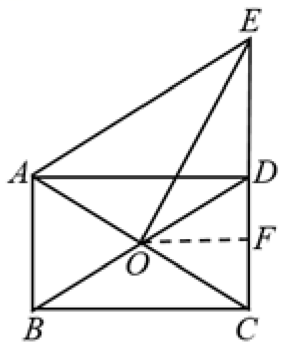
∵$DE\perp AD$，

∴$\angle ADC=90°$，

∴四边形$ABCD$是矩形；

【小问2详解】

解：过O作$OF\perp CD$于F，



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$AD=4$，$AB=2$

∴$DE=CD=AB=2$，$AD=BC=4$，$AC=BD$，$AO=OC$，$BO=DO$，

∴OD＝OC，

∵$OF\perp CD$，

∴$DF=CF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 2=1$，

∴$OF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 4=2$，$EF=DE+DF=2+1=3$，

∴ $OE=\sqrt{EF^2+OF^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质和判定，矩形的性质和判定，勾股定理，三角形的中位线性质，等腰三角形的性质等知识点，能熟记平行四边形的性质和矩形的性质和判定是解此题的关键.

27. 【答案】(1) $BE=FG$，理由见解析；(2) $CE=DF+CG$，理由见解析；(3) $\frac{2}{3}$.

【解析】

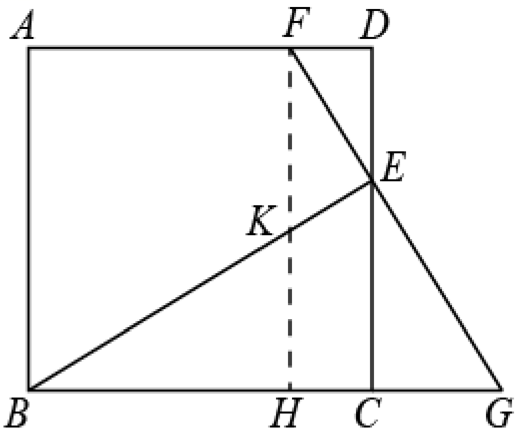
【分析】(1) 过点 F 作 $FH\perp BC$ 交 BE 于点 K，交 BC 于点 H，根据矩形和正方形的性质证明 $\triangle BCE\cong\triangle FHG$，然后即可得出 $BE=FG$；

(2) 根据矩形的性质有 DF=CH，根据全等三角形的性质有 $CE=HG$，则可得出结论 $CE=DF+CG$；

(3) 连接 AE，过点 A 作 $AM\perp BE$ 交 BE 于点 M，利用 $BE=FG$ 和 $S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AB\cdot DA=\frac{1}{2}BE\cdot AM$ 即可求解.

【详解】(1) $BE=FG$，理由如下：

过点 F 作 $FH\perp BC$ 交 BE 于点 K，交 BC 于点 H，



$\because FG \perp BE$，

$\therefore \angle BEF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EFK + \angle FKE = 90^\circ$.

$\because FH \perp BC$ ，

$\therefore \angle FHB = \angle FHG = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BKH + \angle KBH = 90^\circ$.

$\because \angle FKE = \angle BKH$ ，

$\therefore \angle EFK = \angle KBH$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BC = CD, \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$.

$\because \angle FHC = \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$，

∴四边形 CDFH 是矩形，

$\therefore FH = CD$ ，

$\therefore FH = BC$，

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle FHG$ 中，$\begin{cases} \angle EBC = \angle GFH \\ BC = FH \\ \angle BCE = \angle FHG \end{cases}$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle FHG(ASA)$ ，

$\therefore BE = FG$；

（2）$CE = DF + CG$，理由如下：

∵四边形 CDFH 是矩形，

$\therefore DF = CH$.

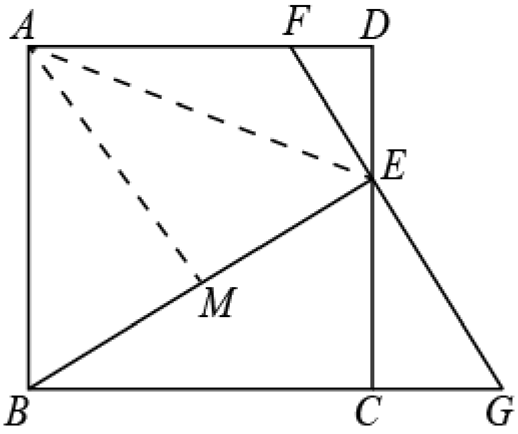
$\because \triangle BCE \cong \triangle FHG$ ，

$\therefore CE = HG$.

$\because HG = CH + CG$ ，

$\therefore CE = DF + CG$；

（3）如图，连接 AE，过点 A 作 $AM\perp BE$ 交 BE 于点 M，



$\because BE=FG, FG=1.5$ ，

$\therefore BE=1.5$.

∵正方形 $ABCD$ 的边长为 1，

∴ $AB=DA=1$.

$\because S_{\triangle ABE}=\dfrac{1}{2}AB\cdot DA=\dfrac{1}{2}BE\cdot AM$ ，

$\therefore AM=\dfrac{AB\cdot AD}{BE}=\dfrac{1\times1}{1.5}=\dfrac{2}{3}$ ，

∴点 A 到 BE 的距离为 $\dfrac{2}{3}$.

【点睛】本题主要考查正方形和矩形的性质，全等三角形的判定及性质，点到直线的距离，掌握正方形和矩形的性质以及全等三角形的判定及性质是解题的关键.

28. 【答案】（1）3，$\sqrt{13}$，P_1；

（2）$0<x\leqslant4$；　　（3）$6\sqrt{2}-8\leqslant a\leqslant2$.

【解析】

【分析】（1）①观察图象 d 的最小值是 OA 长，最大值是 OB 长，由勾股定理即可得出结果；

②过 P_1 作 $P_1N\perp AB$ 于 N，可得出 $P_1N=OA=3$，根据平衡点的定义，即可得出点 P_1 与点 O 是线段 AB 的一对平衡点；

（2）如图 2，可得 $E_1B=DB$，$E_2B=D_1D$，由平衡点的定义可求出 x 的范围；

（3）如图 2，正方形 $ABCD$ 边长为 2，F，G 上任意两点关于 AC 是一对平衡点，且 AC，BD 的交点是 O，根据平衡点的定义，可得 $2-\dfrac{a}{2}\leqslant d$（$F$）$\leqslant 2+\dfrac{a}{2}$，$2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\leqslant d$（$G$）$\leqslant\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，即可求出 a 的范围.

【小问 1 详解】

解：①由题意知：$OA=3$，$OB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，则 d 的最小值是 3，最大值是 $\sqrt{13}$；

②如图 1，过 P_1 作 $P_1N\perp AB$ 于 N，

$\because P_1N=OA=3$，

∴根据平衡点的定义，点 P_1 与点 O 是线段 AB 的一对平衡点；

P_2、P_3 与点 O 不是线段 AB 的一对平衡点

故答案　：3，$\sqrt{13}$，P_1；

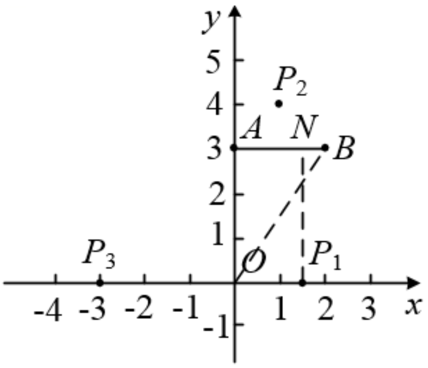


图1

【小问 2 详解】

如图 2 中，$E_1B=DB$，$E_2B=D_1D$，

且 M，N 均在正方形上，符合平衡点的定义，

∴$0<x\leqslant 4$；

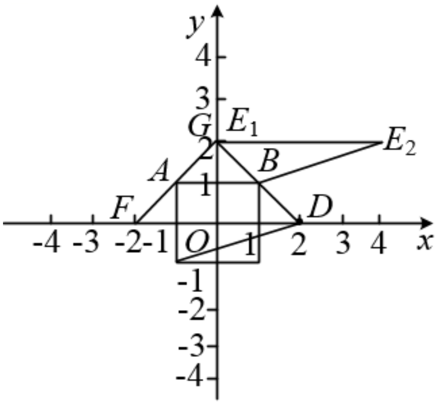


图2

【小问 3 详解】

如图 2，正方形 $ABCD_1$ 边长为 2，

F，G 上任意两点关于 AC 是一对平衡点，且 AC，BD 的交点是 O，

则 $2-\dfrac{a}{2}\leqslant d$（$F$）$\leqslant 2+\dfrac{a}{2}$，$2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\leqslant d$（$G$）$\leqslant\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，

∴$2-\dfrac{a}{2}\leqslant a\leqslant\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，

∴$a\geqslant 6\sqrt{2}-8$，

∴$6\sqrt{2}-8\leqslant a\leqslant 2$.

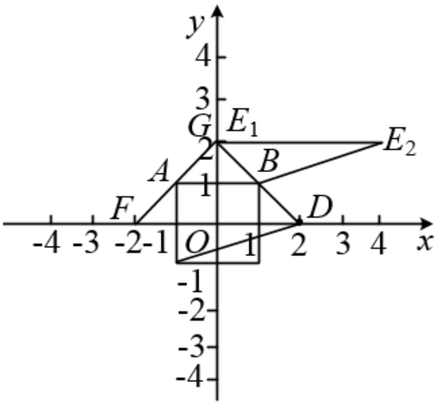


图2

【点睛】本题属于四边形综合题，考查了点 P 与点 Q 是图形 W 的一对平衡点、正方形性质、点与点的距离等知识，解题的关键是理解题意，学会取特殊点特殊位置解决问题，属于中考压轴题.