



2023—2024 学年度第一学期

北京市育才学校八年级数学学科期中考试试卷

一. 选择题：(每小题 3 分，共 30 分)。

1. 作为一名道路交通的参与者，在我们生活的周边有形形色色的交通标识，交通标识中，属于轴对称图形的是 ()



A.



B.



C.



D.

2. 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ()

A. 2, 3, 6

B. 4, 4, 8

C. 4, 7, 11

D. 5, 8, 12

3. 下列计算正确的是 ()

A. $m^2 \cdot m^3 = m^6$

B. $(m^4)^3 = m^7$

C. $(-2m)^2 = 4m^2$

D. $m^4 \div m^4 = 0$

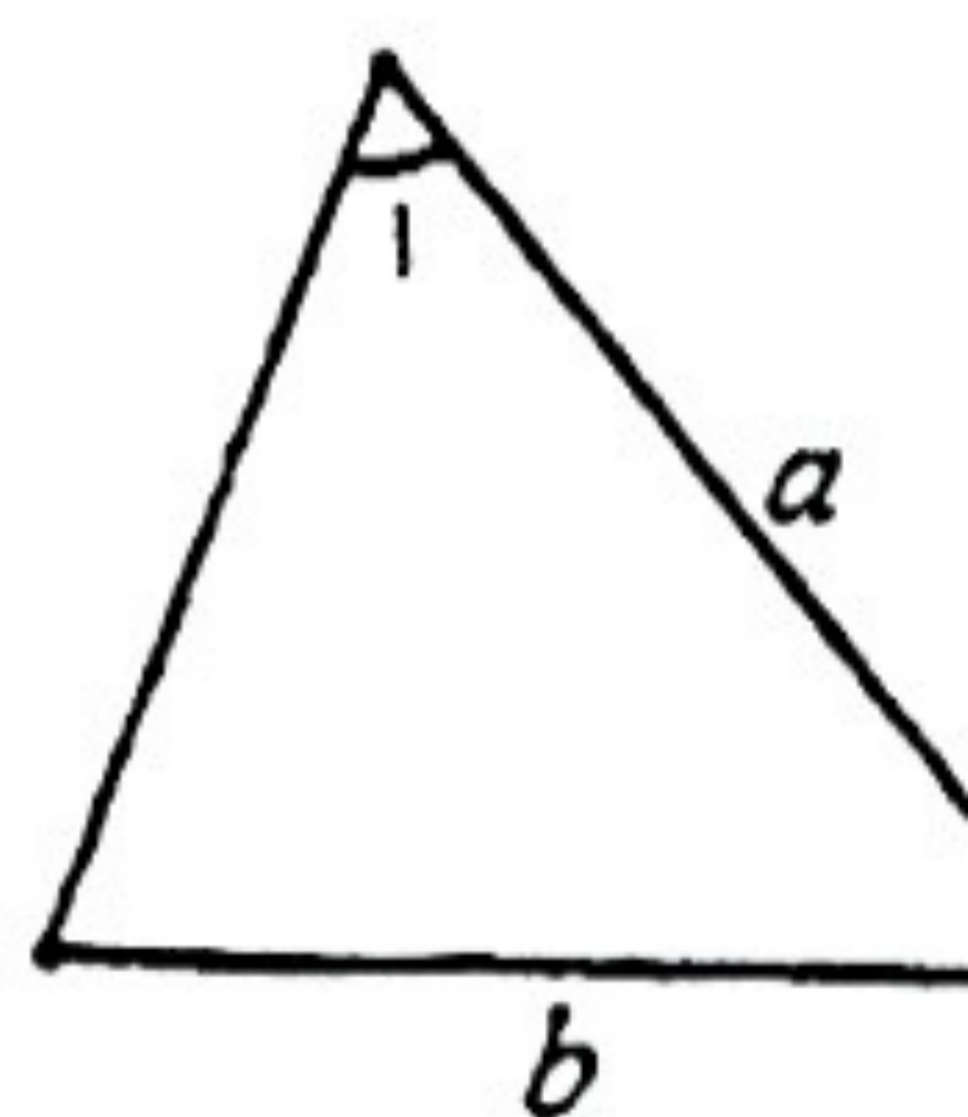
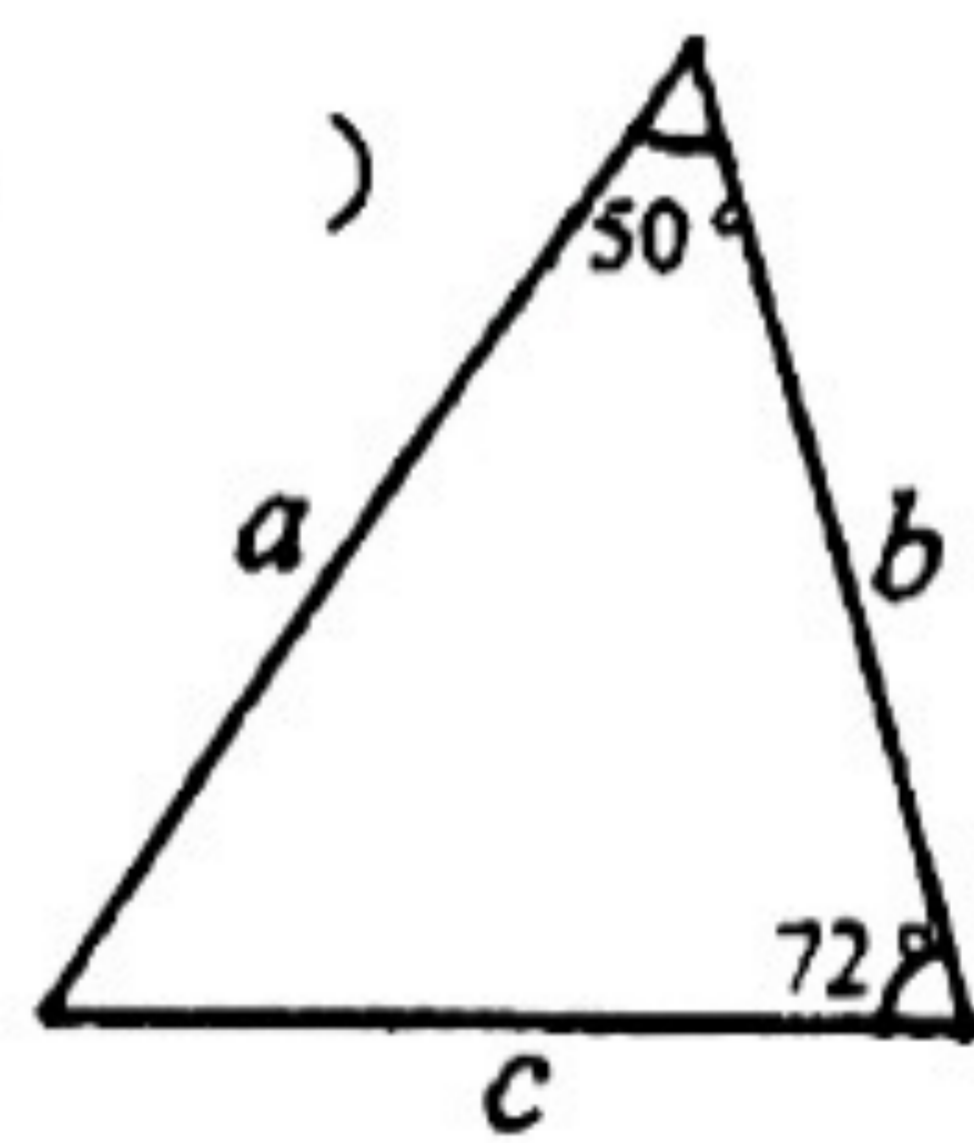
4. 如图，已知两个三角形全等，则 $\angle 1$ 等于 ()

A. 50°

B. 58°

C. 60°

D. 72°



5. 如果一个正多边形的内角和等于 720° ，那么它的每一外角都等于 ()

A. 45°

B. 60°

C. 72°

D. 90°

6. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D 是 BC 中点，下列结论中

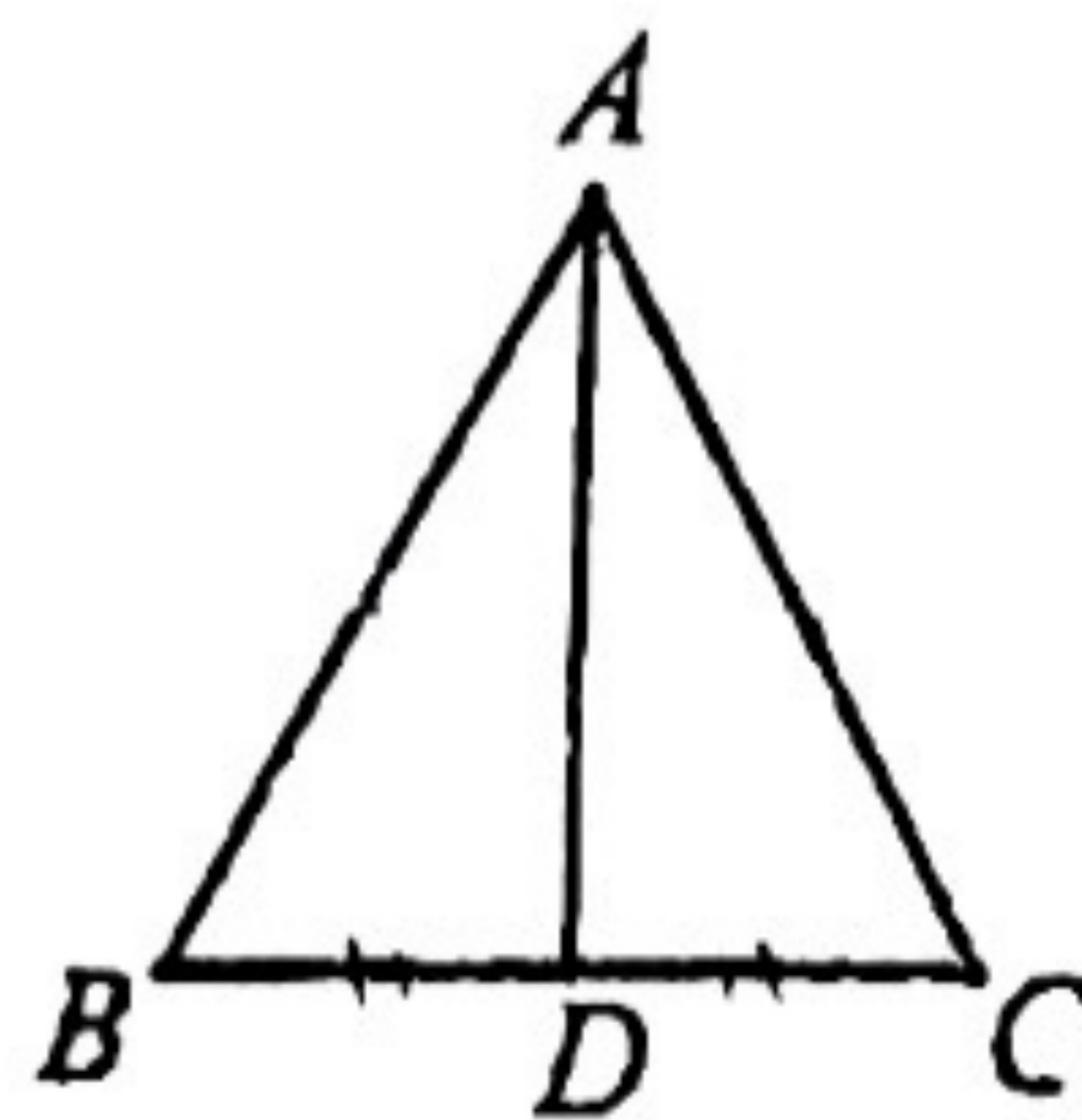
不一定正确的是 ()

A. $\angle B = \angle C$

B. $AD \perp BC$

C. $AB = 2BD$

D. AD 平分 $\angle BAC$



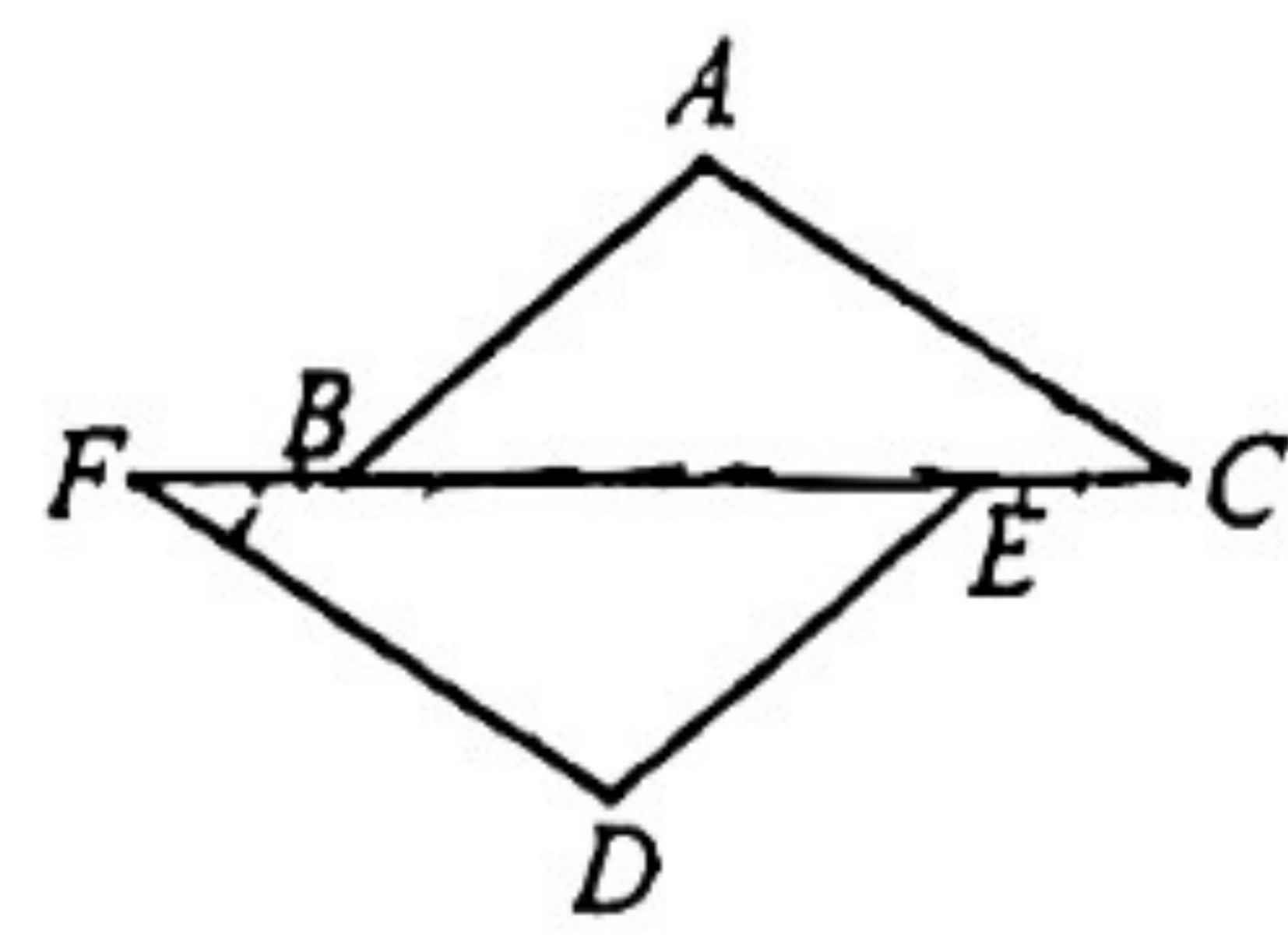


7. 如图，点 F, B, E, C 在同一条直线上，点 A, D 在直线 BE 两侧，

$AC \parallel FD, CE = FB$ ，添加下列哪个条件后，仍

不能判定出 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ()

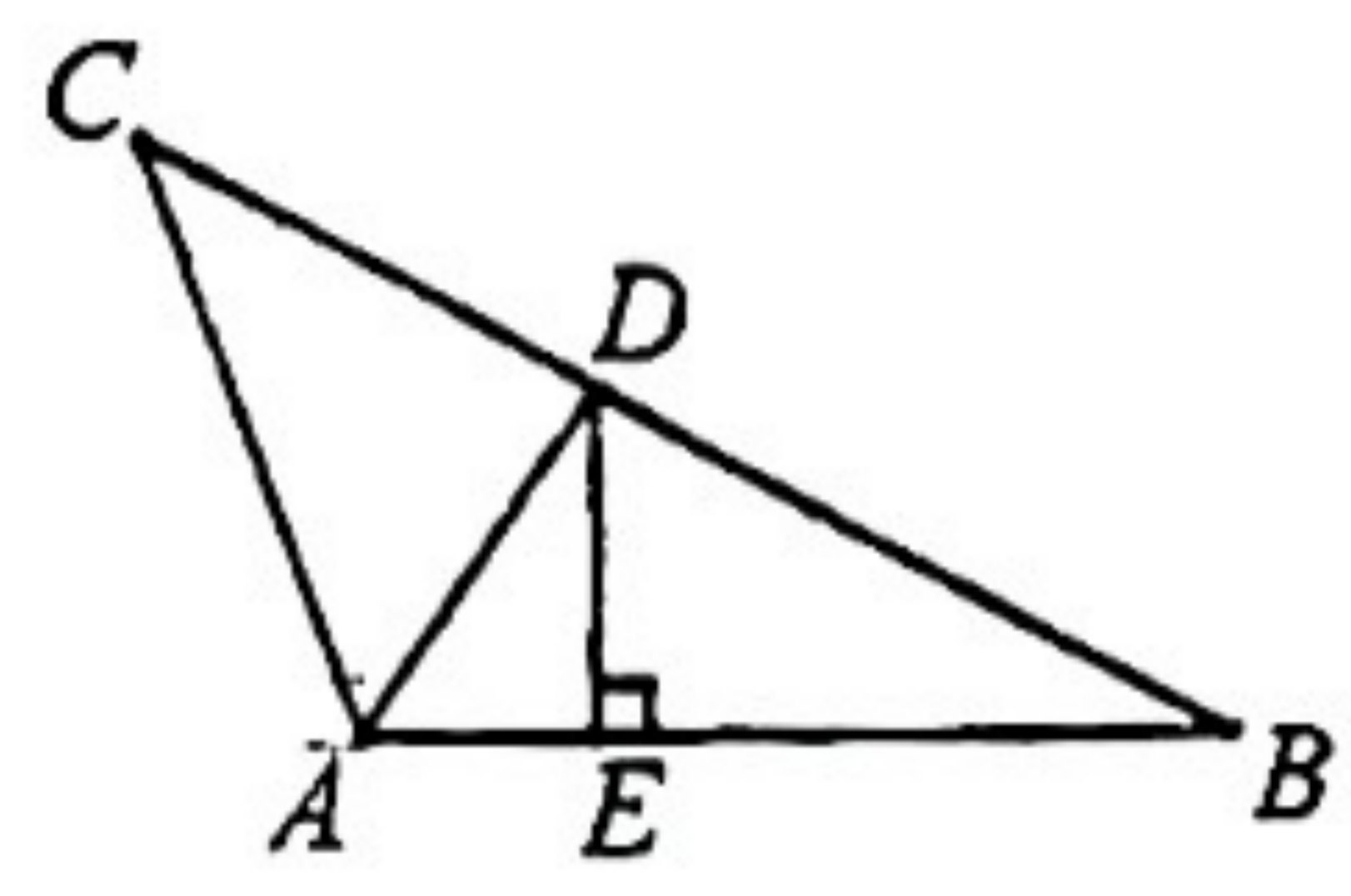
- A. $AB = DE$
- B. $AB \parallel DE$
- C. $\angle A = \angle D$
- D. $AC = DF$



8. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $DE \perp AB$ 于点 E ，

$S_{\triangle ABC} = 9, DE = 2, AB = 5$ ，则 AC 的长是 ()

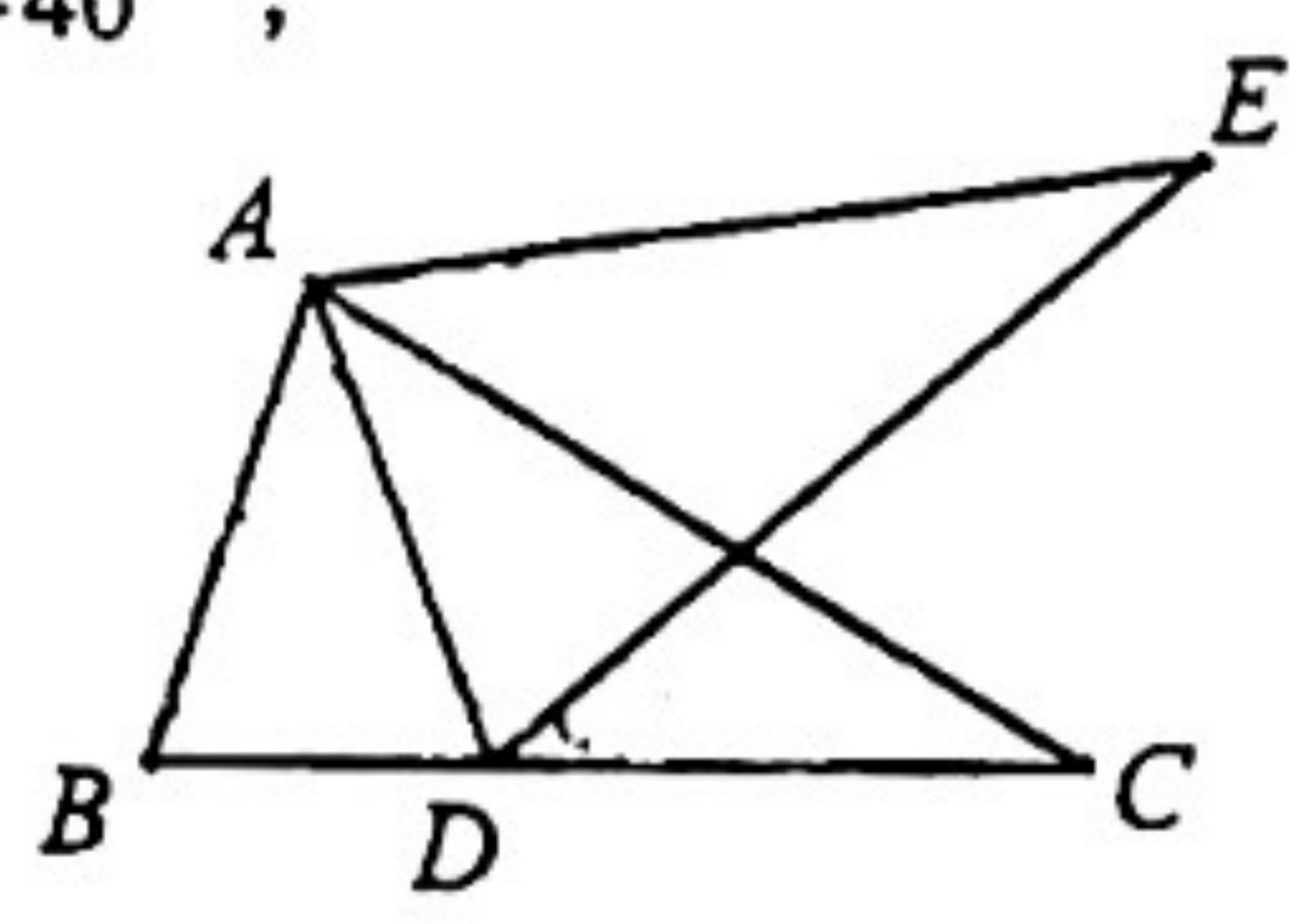
- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2



9. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，点 D 在边 BC 上， $\angle EAC = 40^\circ$ ，

则 $\angle B$ 等于 ()

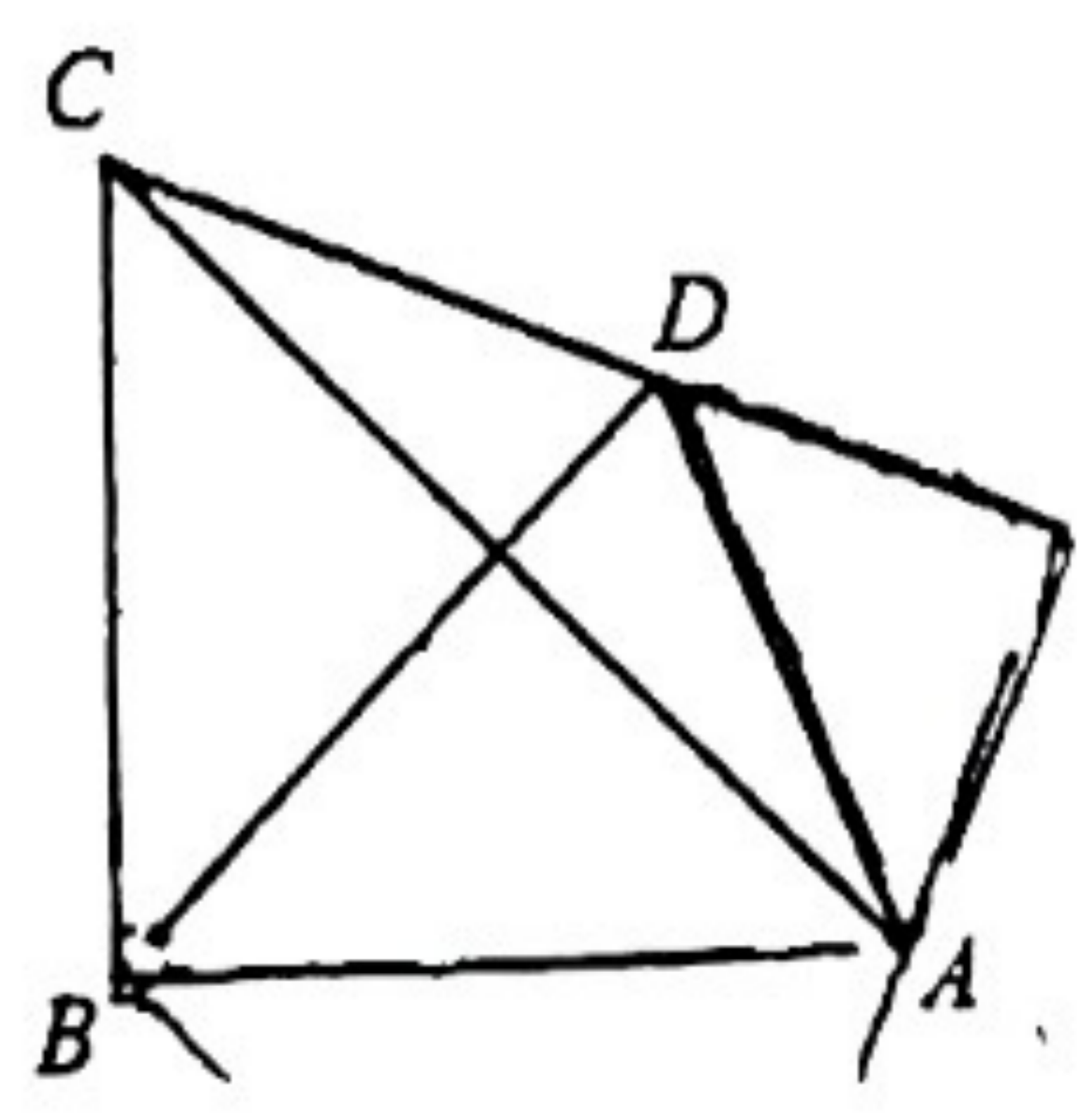
- A. 50°
- B. 60°
- C. 70°
- D. 80°



10. 如图，等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ABC = 90^\circ, BA = BC$ ，将 BC 绕点 B 顺时针

旋转 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，得到 BD ，连接 CD ，过点 A 作 $AE \perp CD$ ，交 CD 的延长线于点 E ，连接 AD ，则 $\angle DAE$ 的度数 ()

- A. 随着 θ 的增大而增大
- B. 随着 θ 的增大而减小
- C. 随着 θ 的增大，先增大后减小
- D. 不变

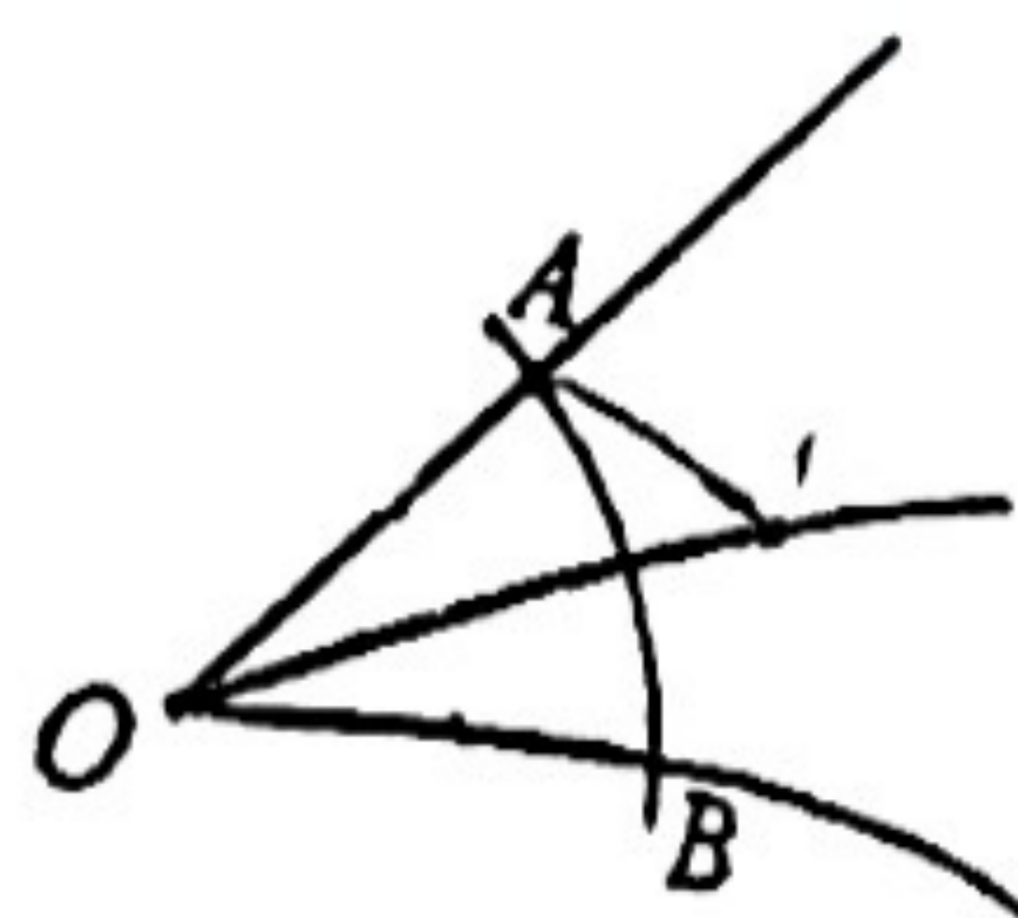




二. 填空题: (每小题 3 分, 共 24 分).

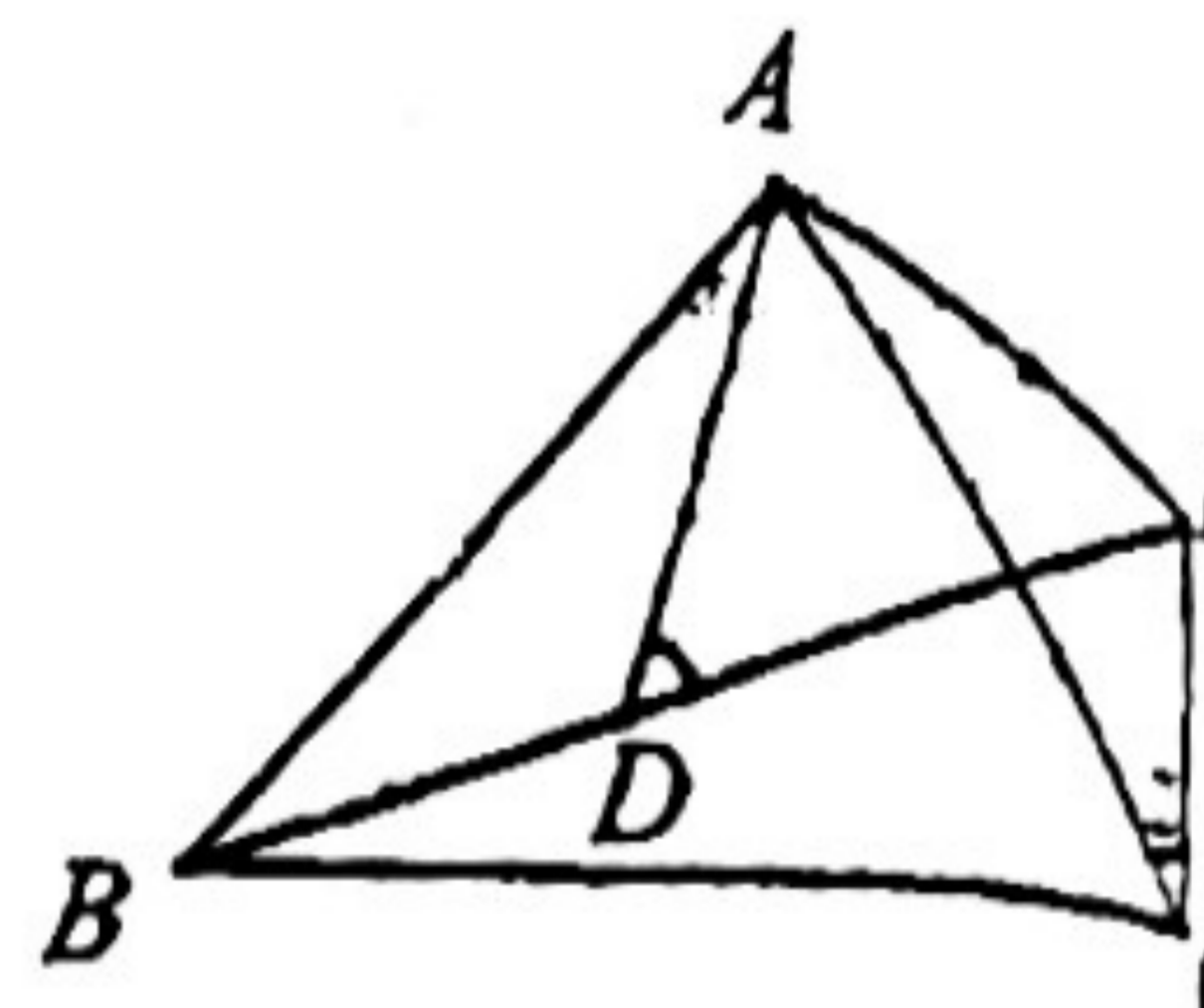
11. 计算: $(\pi-3)^0 =$ _____.

12. 右图是用直尺和圆规作一个角的平分线的示意图, 则此作法的数学依据是 _____ (请从“SSS、SAS、AAS、ASA、HL”中选择一个填入).



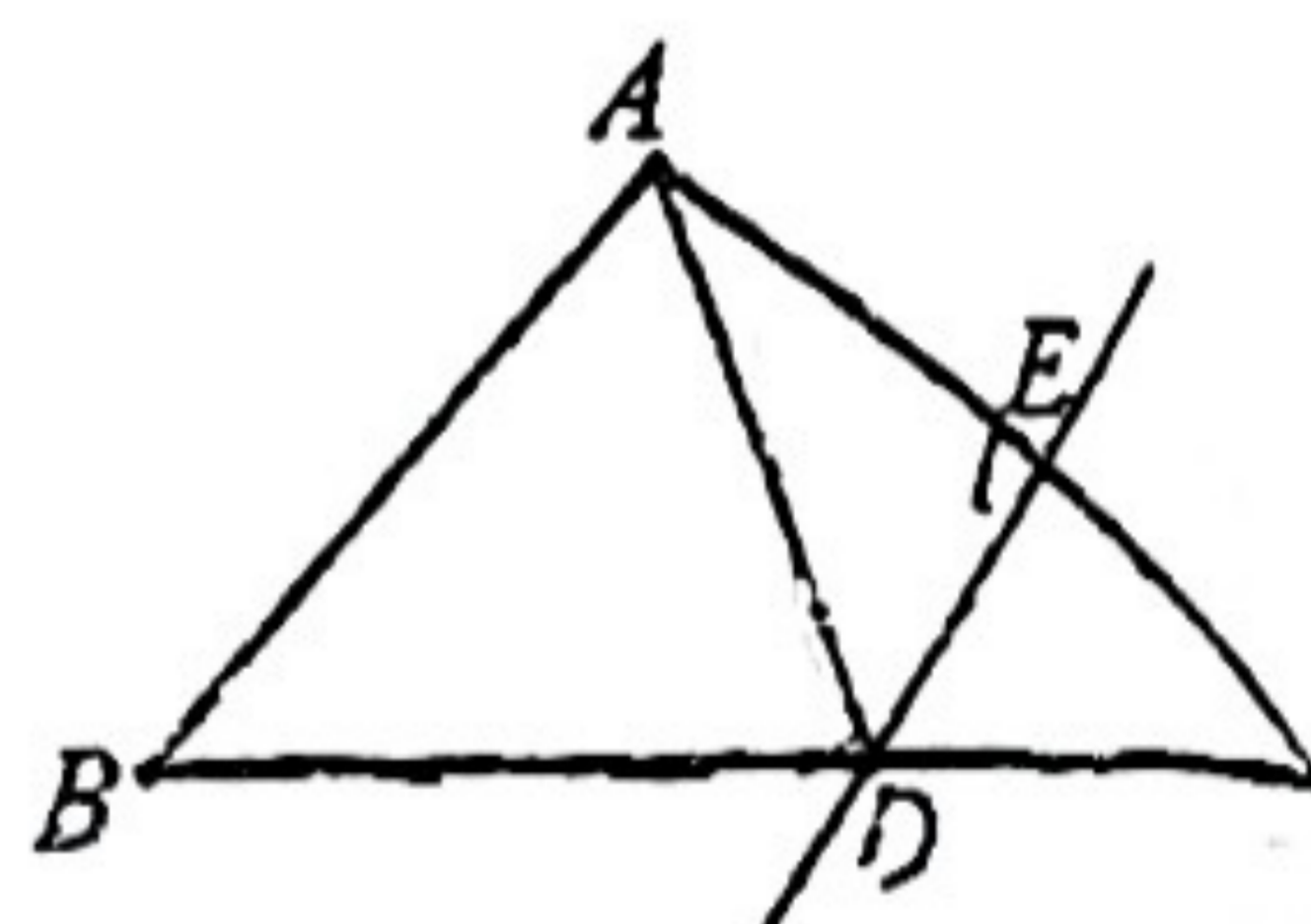
13. 已知点 $M(3, m)$ 与 $N(n, 4)$ 关于 x 轴成轴对称, 则 $m+n =$ _____.

14. 如图, $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle BAC = \angle DAE$, $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 则 $\angle 3 =$ _____ $^\circ$.

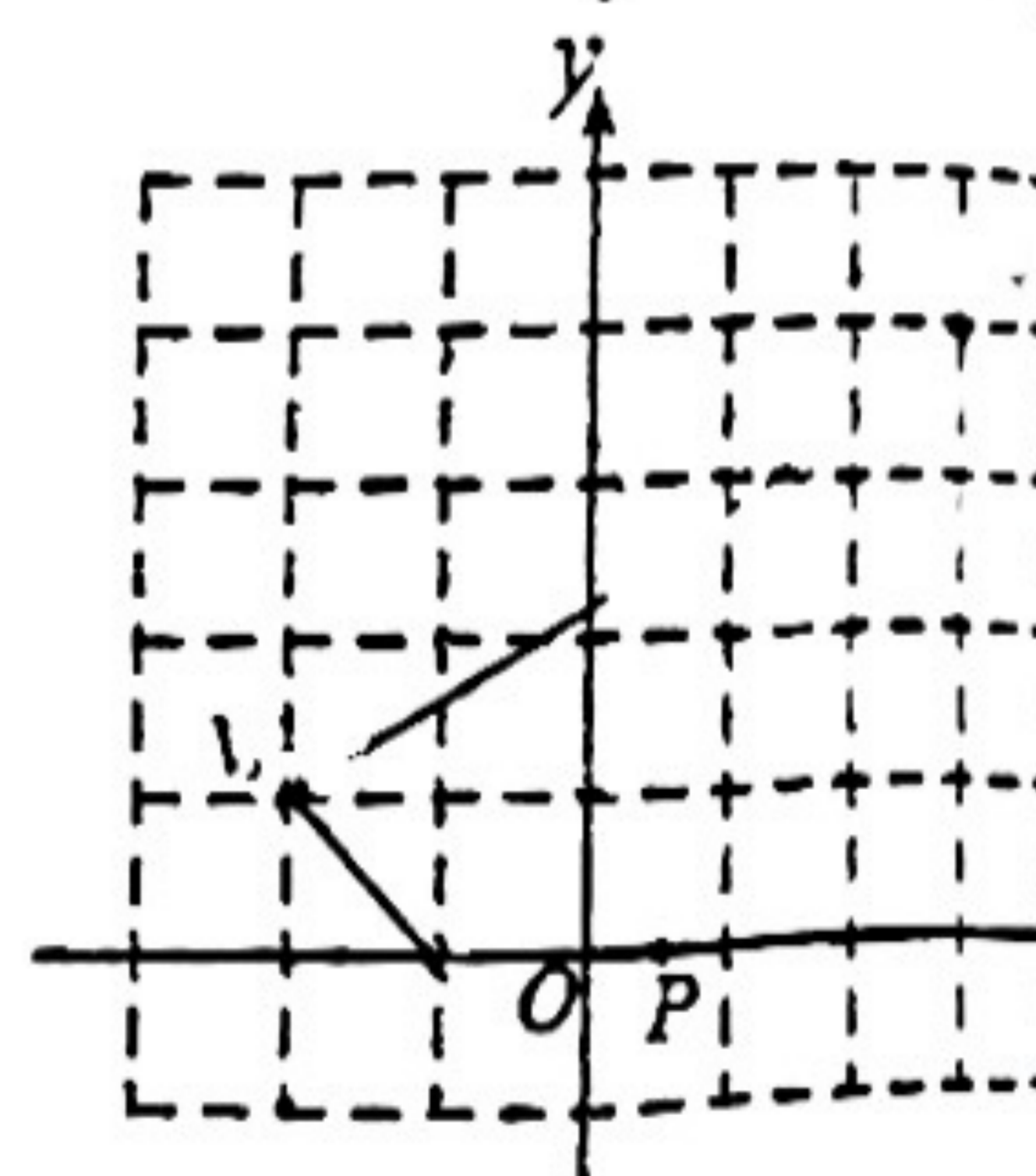


15. 若等腰三角形的两条边长分别为 3 和 4, 则它的周长是 _____.

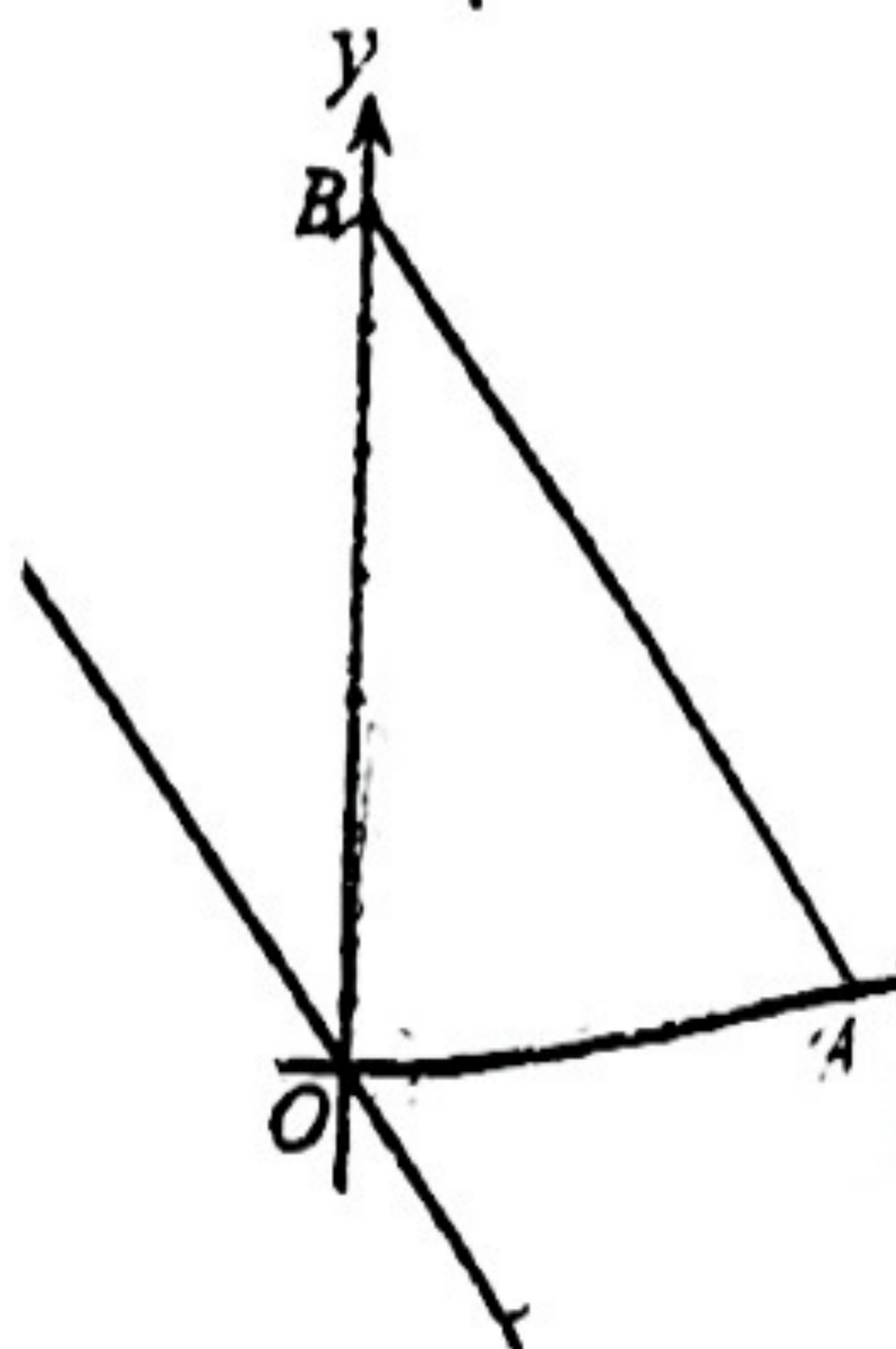
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AC 的垂直平分线分别交 BC , AC 于 D, E , 若 $AE = 3\text{cm}$, $\triangle ABD$ 的周长为 13cm , 则 $\triangle ABC$ 的周长等于 _____ cm .



17. 如图, 在平面直角坐标系中, $M(-2, 1)$, $N(3, 4)$, 点 $P(a, 0)$ 是 x 轴上的动点. 若点 P 在线段 MN 的垂直平分线上, $a =$ _____; 当 $PM+PN$ 取得最小值时, $a =$ _____.



18. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(5, 0)$, $B(0, 7)$, 动点 P, Q 分别按照 $A-O-B$ 和 $B-O-A$ 的路线同时开始运动, 到各自的终点时停止. 直线 l 经过原点 O , 且 $l \parallel AB$, 过 P, Q 分别作 l 的垂线段, 垂足分别为 E, F . 若点 P 的速度为每秒 2 个单位长度, 点 Q 的速度为每秒 4 个单位长度, 运动时间为 t 秒, 当 $\triangle OPE$ 与 $\triangle OQF$ 全等时, t 的值为 _____.





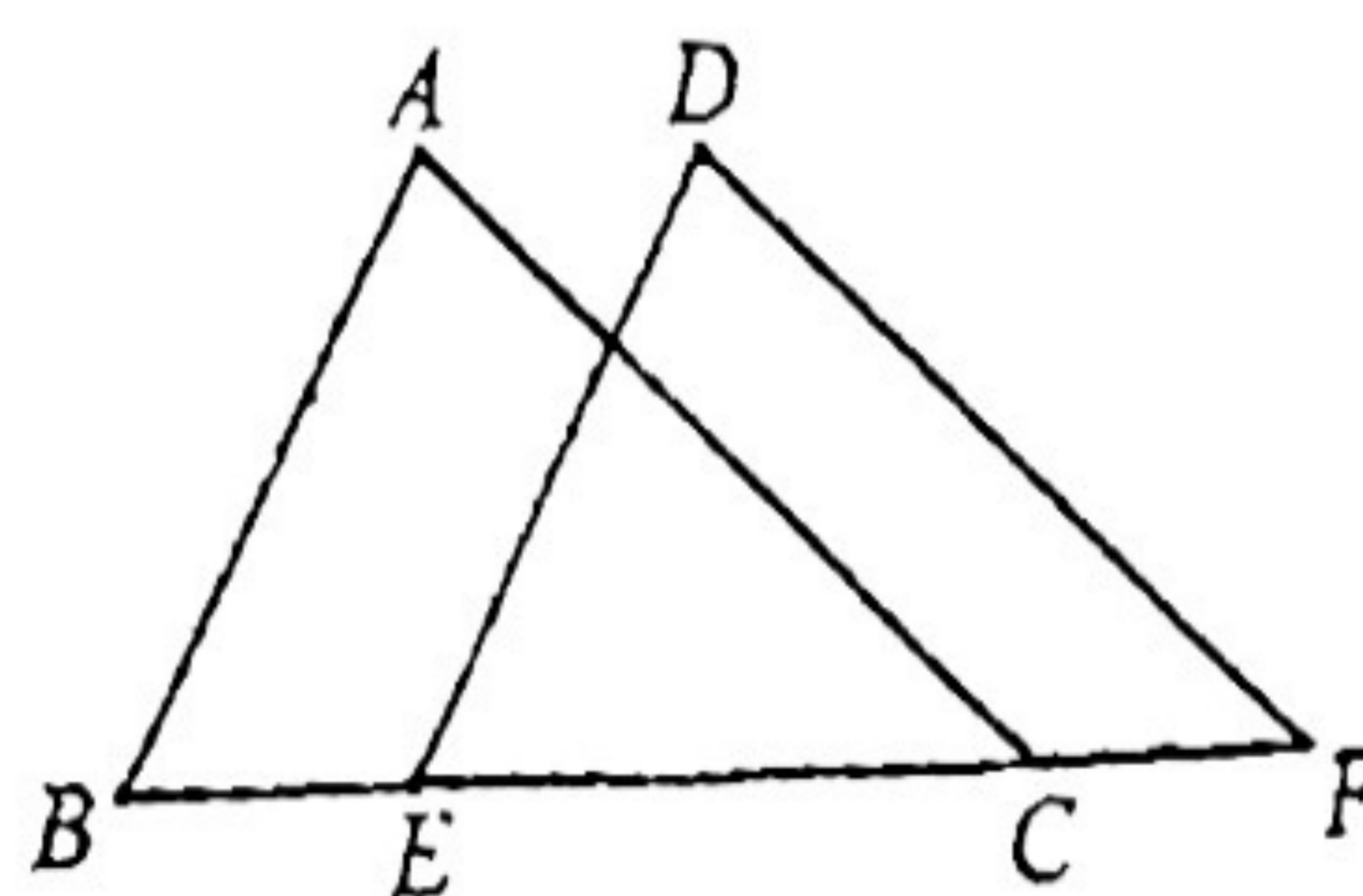
三. 解答题: (共 8 小题, 共 46 分)

19. 计算: (每小题 4 分, 共 8 分)

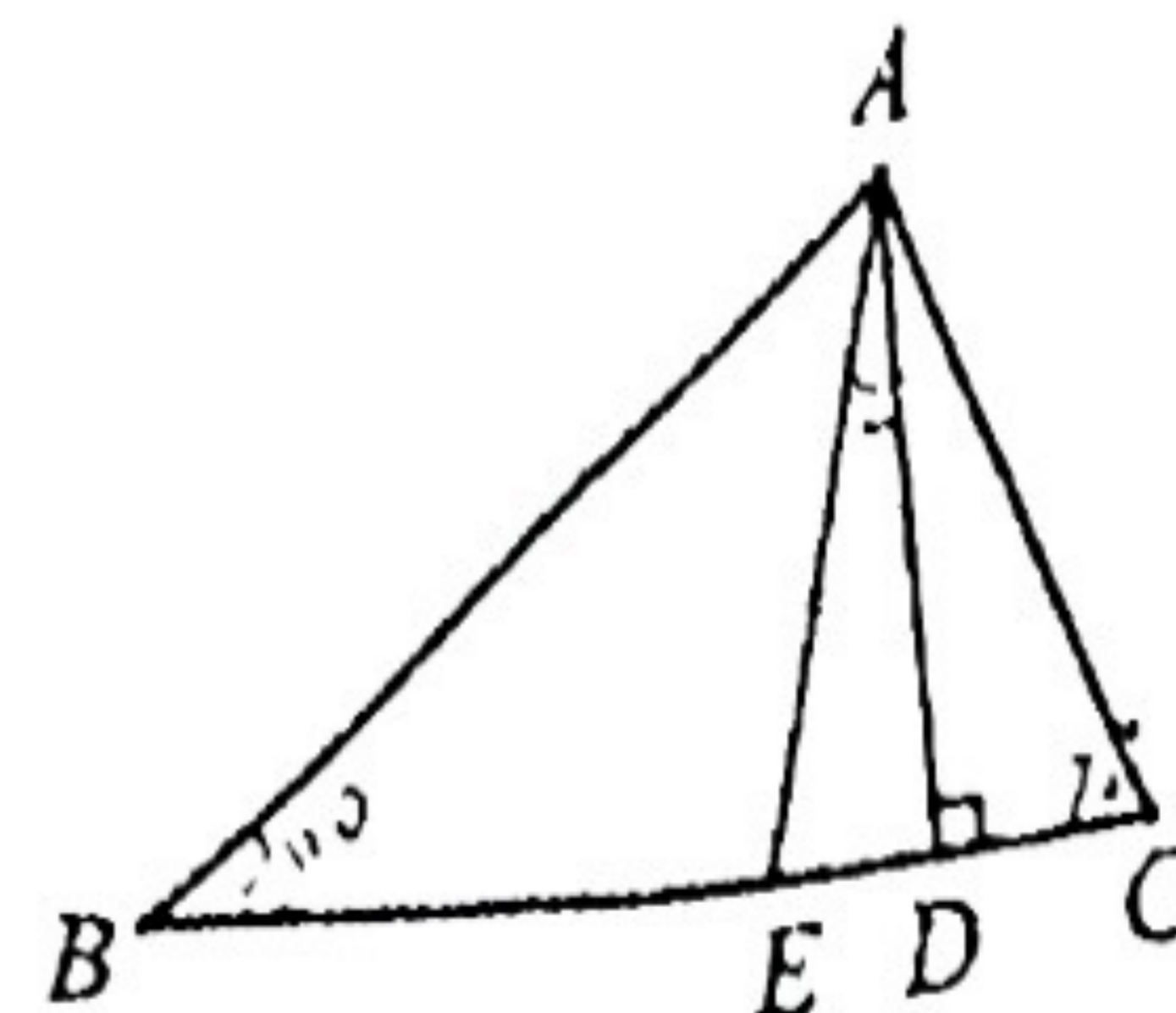
(1) $(-2x)^2 \cdot x \cdot (x^3)^2$;

(2) $(x+3)^2 - (x+2)(x-2)$

20. (5 分) 如图, 已知: 点 B, E, C, F 在一条直线上, $AB=DE$, $AB \parallel DE$, $BE=CF$. 求证: $AC=DF$.

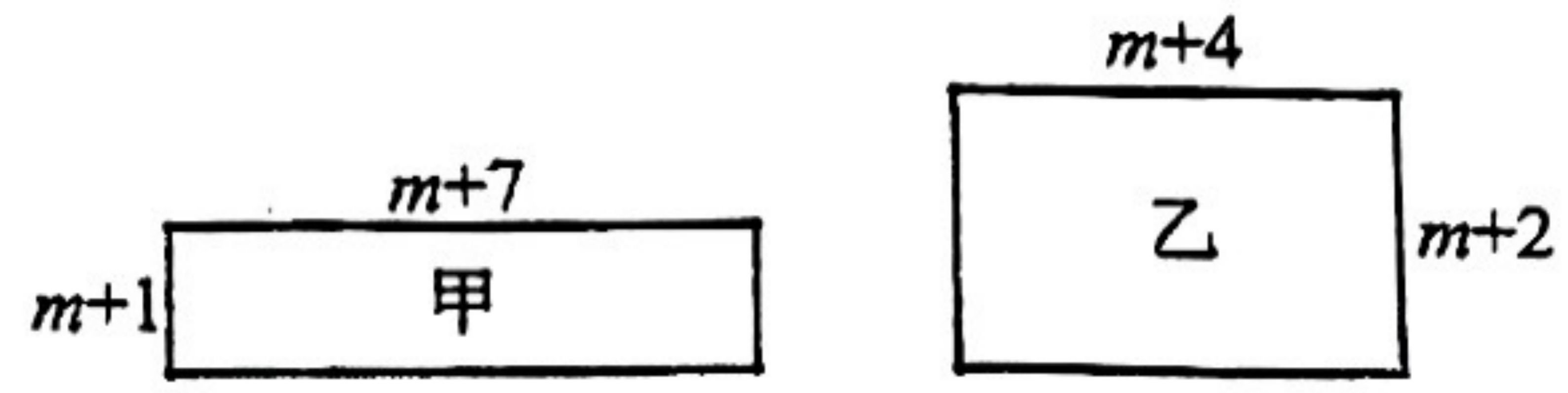


21. (5 分) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 若 $\angle B=38^\circ$, $\angle C=70^\circ$. 求 $\angle AEC$ 和 $\angle DAE$ 的度数.





22. (5分) 如图, 甲长方形的两边长分别为 $m+1$, $m+7$, 面积为 S_1 , 乙长方形的两边长分别为 $m+2$, $m+4$, 面积为 S_2 (其中 m 为正整数).



1) $S_1 =$ _____, $S_2 =$ _____ (用含 m 的多项式表示),

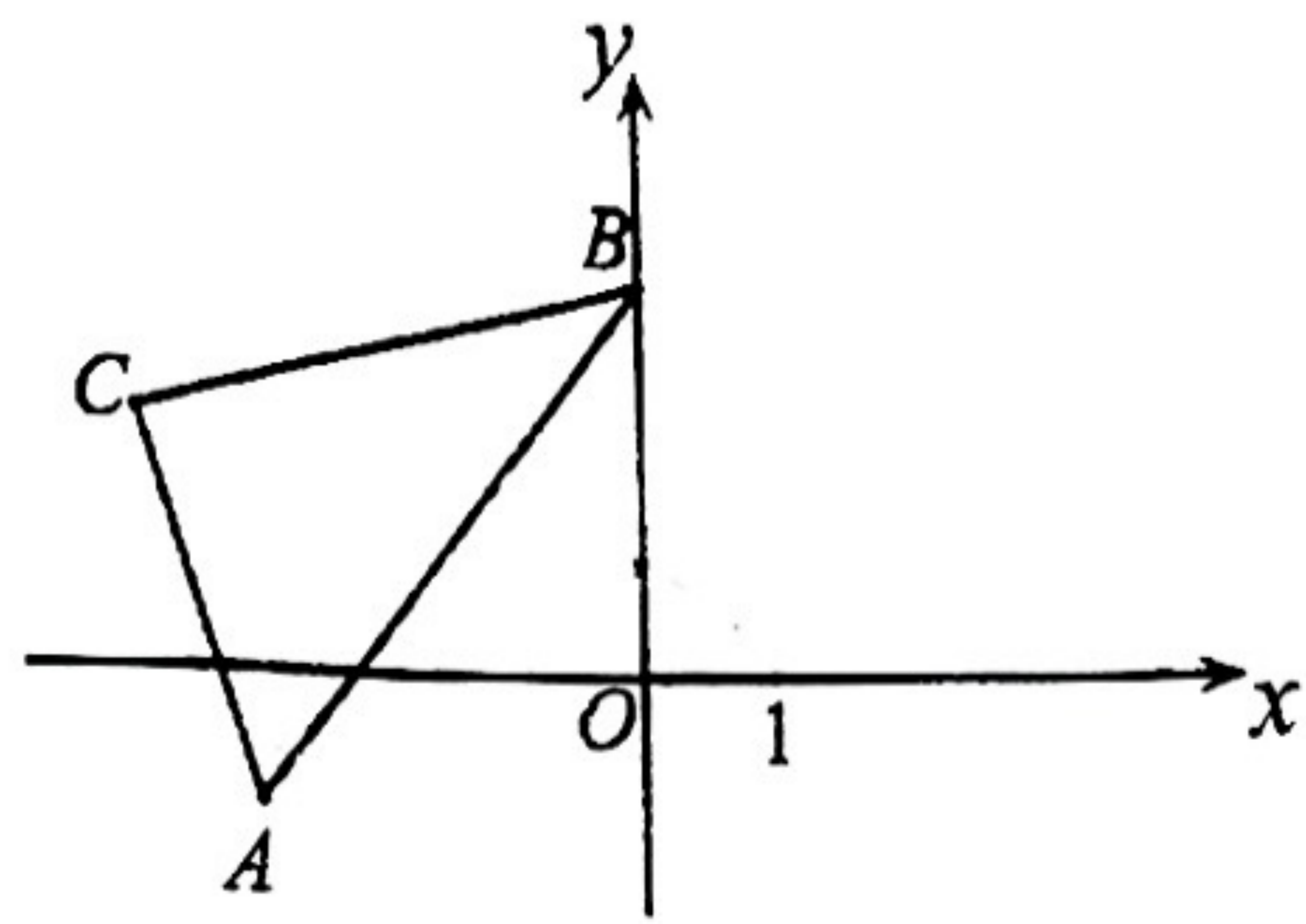
S_1 _____ S_2 (填 “<”, “=” 或 “>”);

(2) 有一正方形, 其周长与甲长方形周长相等, 面积为 S , 求证: $S - S_1$ 为定值.

23. (5分) 操作实践: 在如图所示的平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-3, -1)$, $B(0, 3)$, $C(-4, 2)$.

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A'B'C'$ (保留作图痕迹), 并直接写出点 C' 的坐标 _____;

(2) 点 E 是 y 轴上的动点, 点 F 是线段 AB 上的动点, 若 AB 为 5 个单位长度, 在图中标出点 E 和点 F 的位置, 使 $AE + EF$ 取得最小值, 最小值是 _____ 个单位长度.



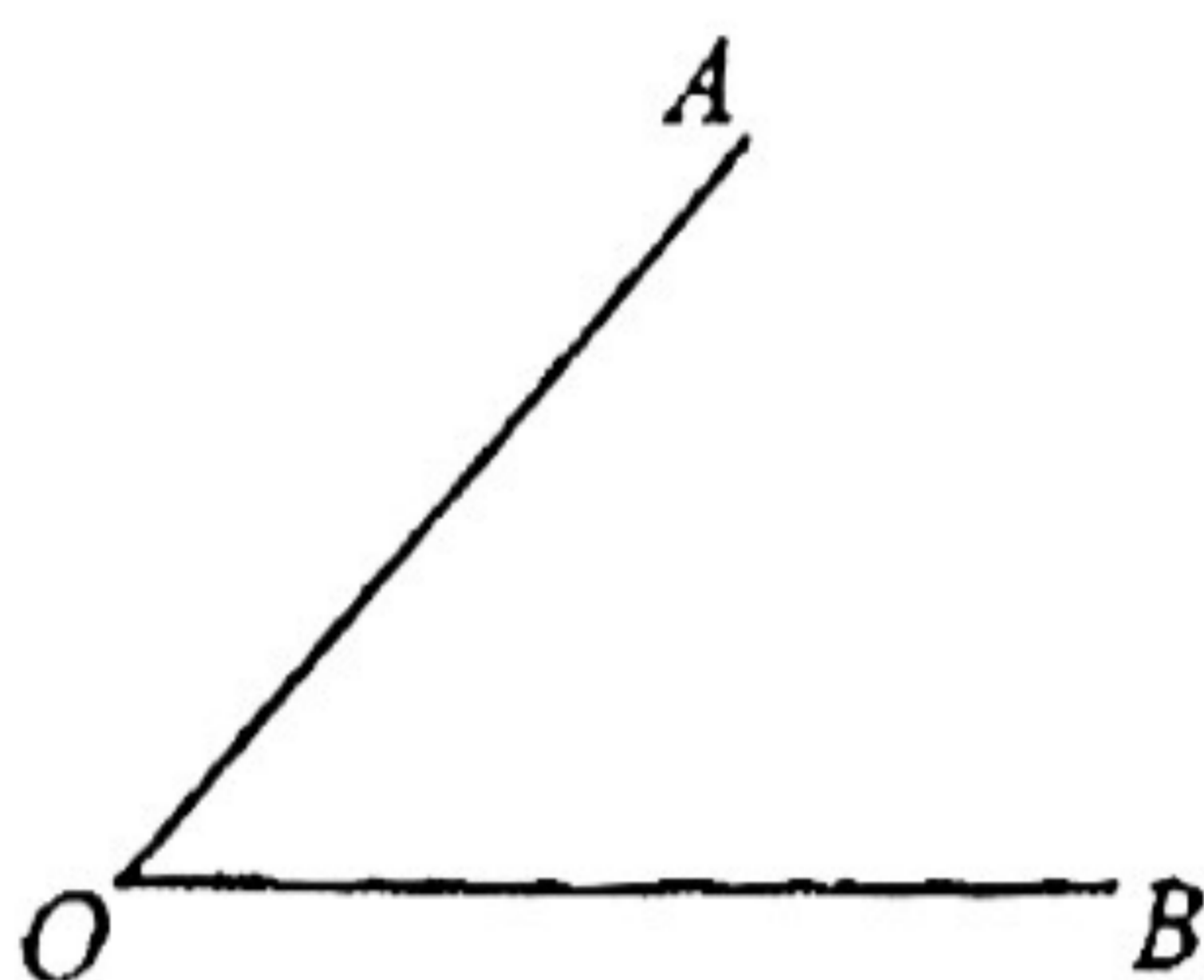


24. (6分) 阅读实践: 学习了三角形、全等三角形及轴对称的相关知识后, 爱思考的小铭同学设计了一种新的角平分线的尺规作图方法, 以下为他的作图过程:

已知 $\angle AOB$,

- ①作 OB 的反向延长线 OC ;
- ②以点 O 为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交 OC, OA, OB 于点 D, E, F ;
- ③连接 DE , 以点 D 为圆心, DO 长为半径画弧, 交 DE 于点 G ;
- ④以点 F 为圆心, OG 长为半径画弧, 交第②步所画弧于点 H ;
- ⑤作射线 OH , OH 即为 $\angle AOB$ 的角平分线.

请参考以上内容完成尺规作图, 保留作图痕迹, 并完成证明.



证明:

$$\because OD = OE,$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}}. \quad (\hspace{2cm})$$

$\because OC$ 为 OB 的反向延长线,

$$\therefore \angle AOB = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle OED,$$

$$\text{即 } \angle \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \angle AOB.$$

$$\because OD = OH, DO = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore OH = \underline{\hspace{2cm}}.$$

在 $\triangle OFH$ 和 $\triangle DOG$ 中,

$$\begin{cases} OF = DO \\ OH = \underline{\hspace{2cm}} \\ FH = OG \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OFH \cong \triangle DOG \quad (\text{SSS})$$

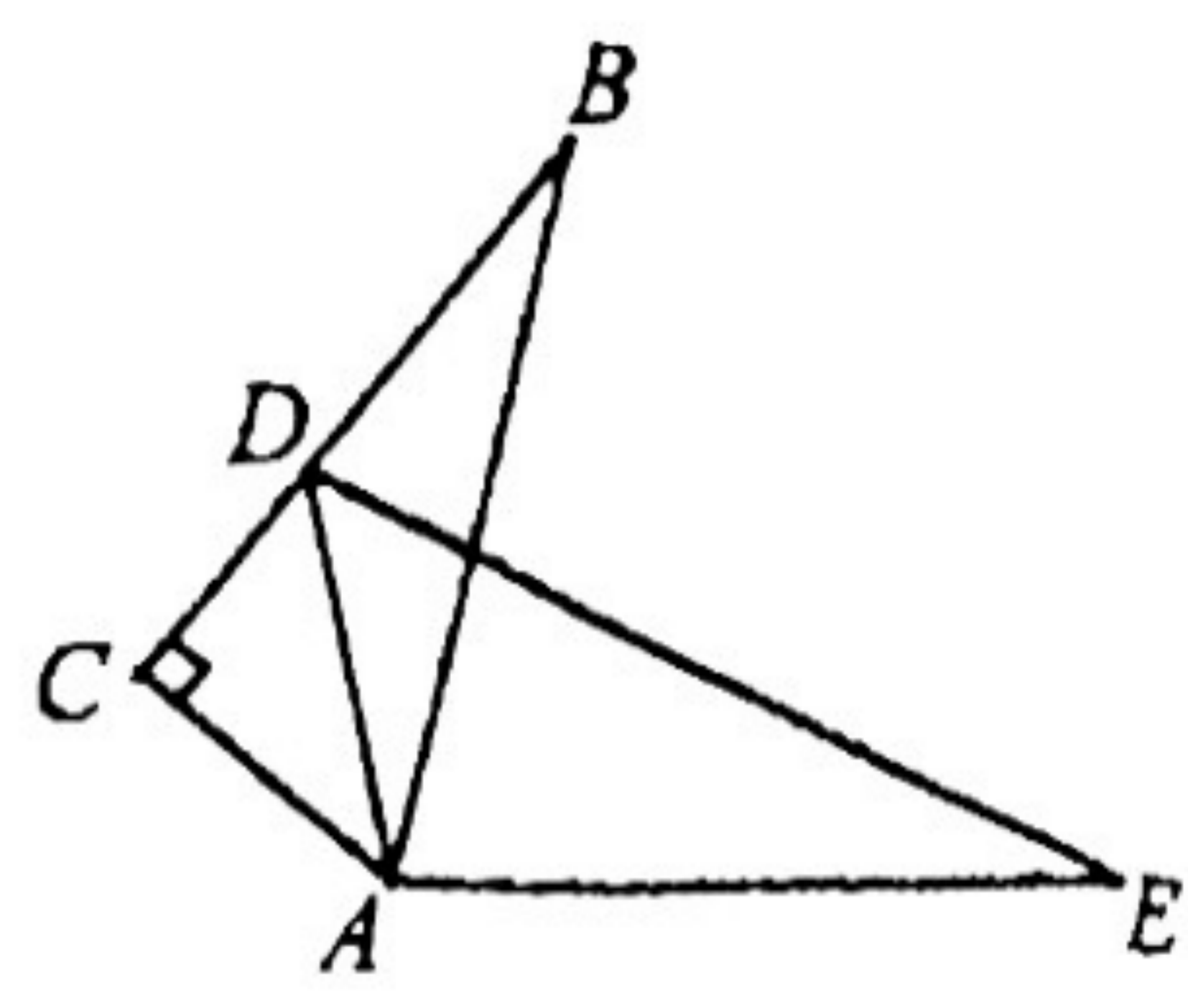
$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle GDO, \quad (\hspace{2cm})$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \angle AOB.$$

即 OH 为 $\angle AOB$ 的角平分线.



25. (6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 BC 边上一点, DA 平分 $\angle CDE$ 且 $AB=AE$, 若 $CD=2$, $BD=3$, 求 DE 的长.



26. (6分) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=30^\circ$, $AB=AC$, $\angle PAB=\alpha$, 点 B 关于直线 AP 的对称点为点 D , 连接 AD , 连接 BD 交 AP 于点 G , 连接 CD 交 AP 于点 E , 交 AB 于点 F .

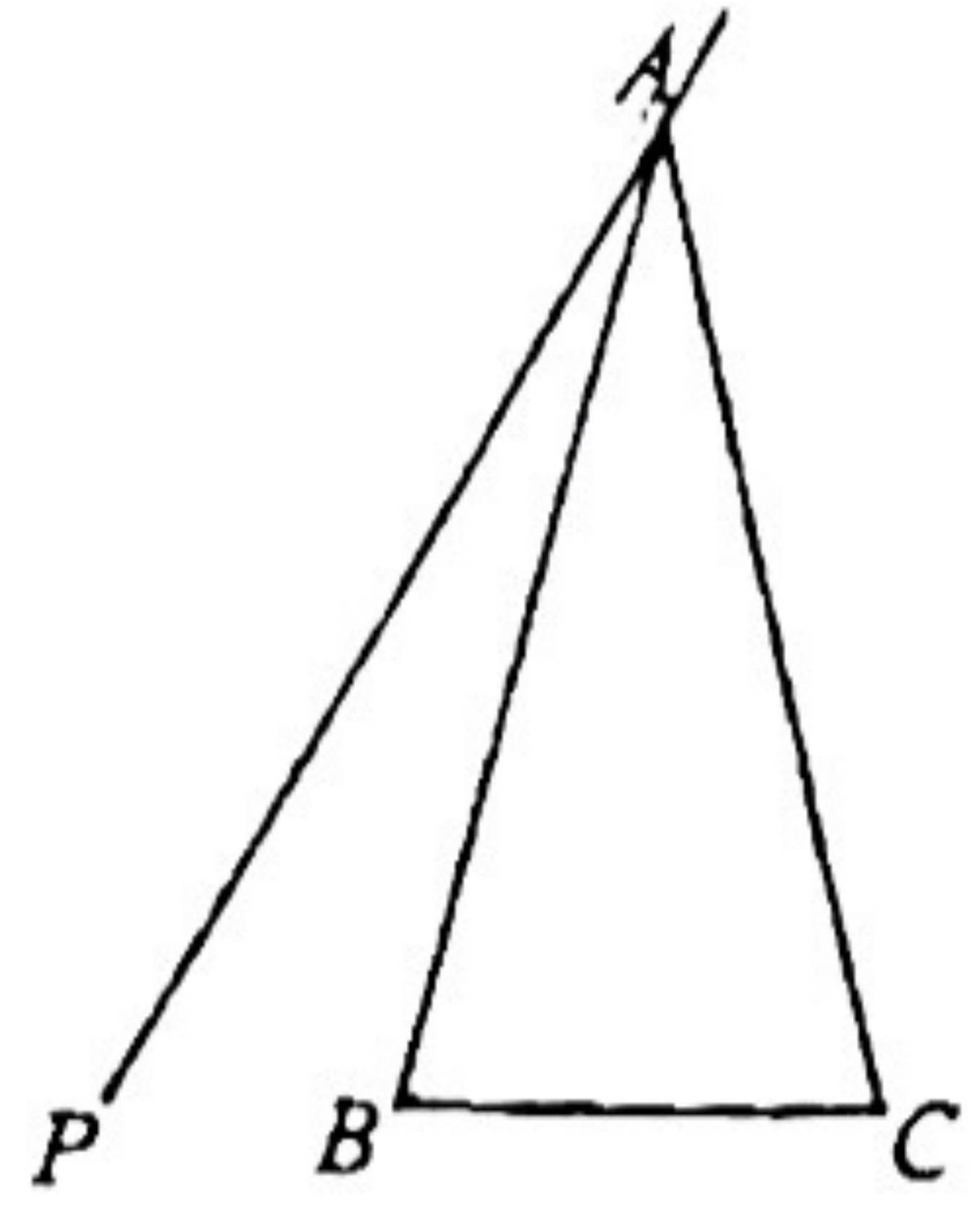


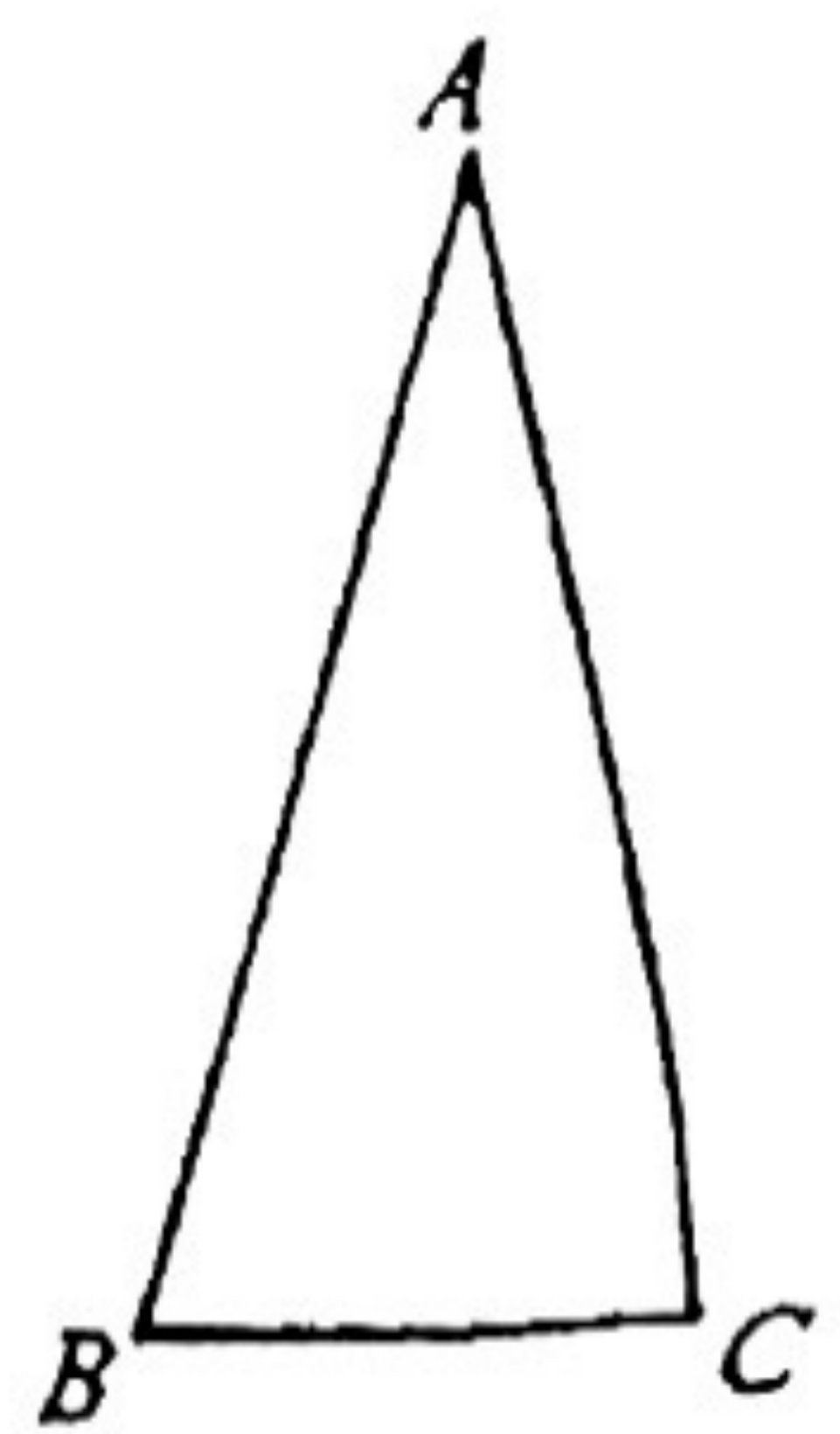
图1

(1) 如图1, 当 $\alpha=15^\circ$ 时,

①补全图形;

②探究 DE 与 BF 的数量关系, 并说明理由;

(2) 在直线 AP 绕点 A 顺时针旋转的过程中 ($0^\circ < \alpha < 75^\circ$), 当 $\triangle AEF$ 为等腰三角形时, 利用备用图直接求出 α 的值为_____.



备用图



加题：(共2小题，第1小题3分，第2小题7分，共10分)

规定两数 a, b 之间的一种运算，记作 (a, b) ：如果 $a^c = b$ ，那么 $(a, b) = c$ 。

例如：因为 $2^3 = 8$ ，所以 $(2, 8) = 3$ 。令 $(2, 6) = x$ ， $(2, 7) = y$ ， $(2, 42) = z$ ，

求证： $(2, 6) + (2, 7) = (2, 42)$ 。

如图，在三角形 ABC 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，点 A, B 分别在坐标轴上。

(1) 如图1，若点 C 的横坐标为 -3 ，则点 B 的坐标为_____；

(2) 如图2，若 x 轴恰好平分 $\angle BAC$ ， BC 交 x 轴于点 M ，过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D ，试猜想线段 CD 与 AM 的数量关系，并说明理由；

(3) 如图3， $OB = BF$ ， $\angle OBF = 90^\circ$ ，连接 CF 交 y 轴于点 P ，当点 B 在 y 轴的正半轴上运动时， $\triangle BPC$ 与 $\triangle AOB$ 的面积比是否变化？若不变，直接写出其值，若变化，直接写出其取值范围。

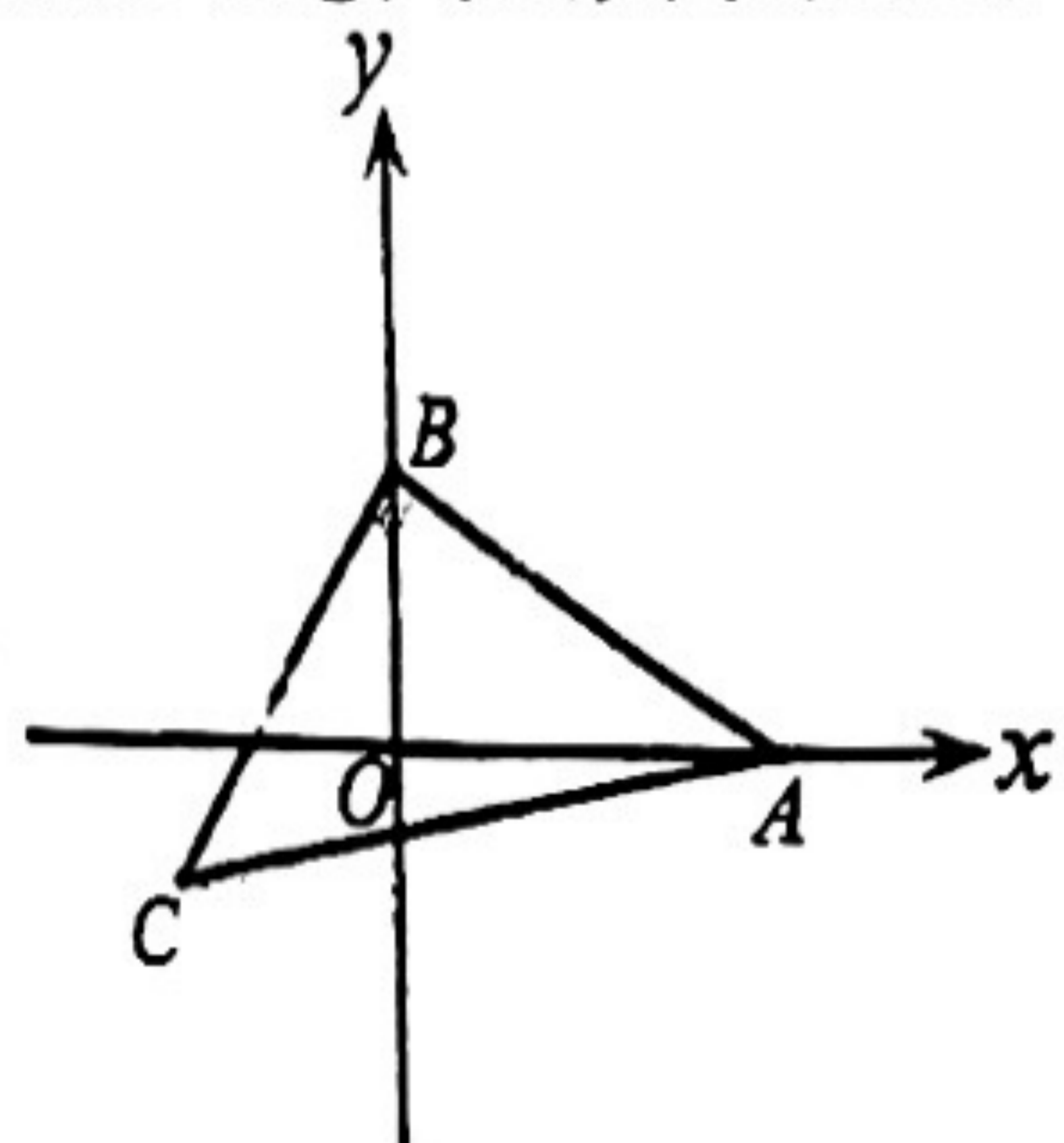


图1

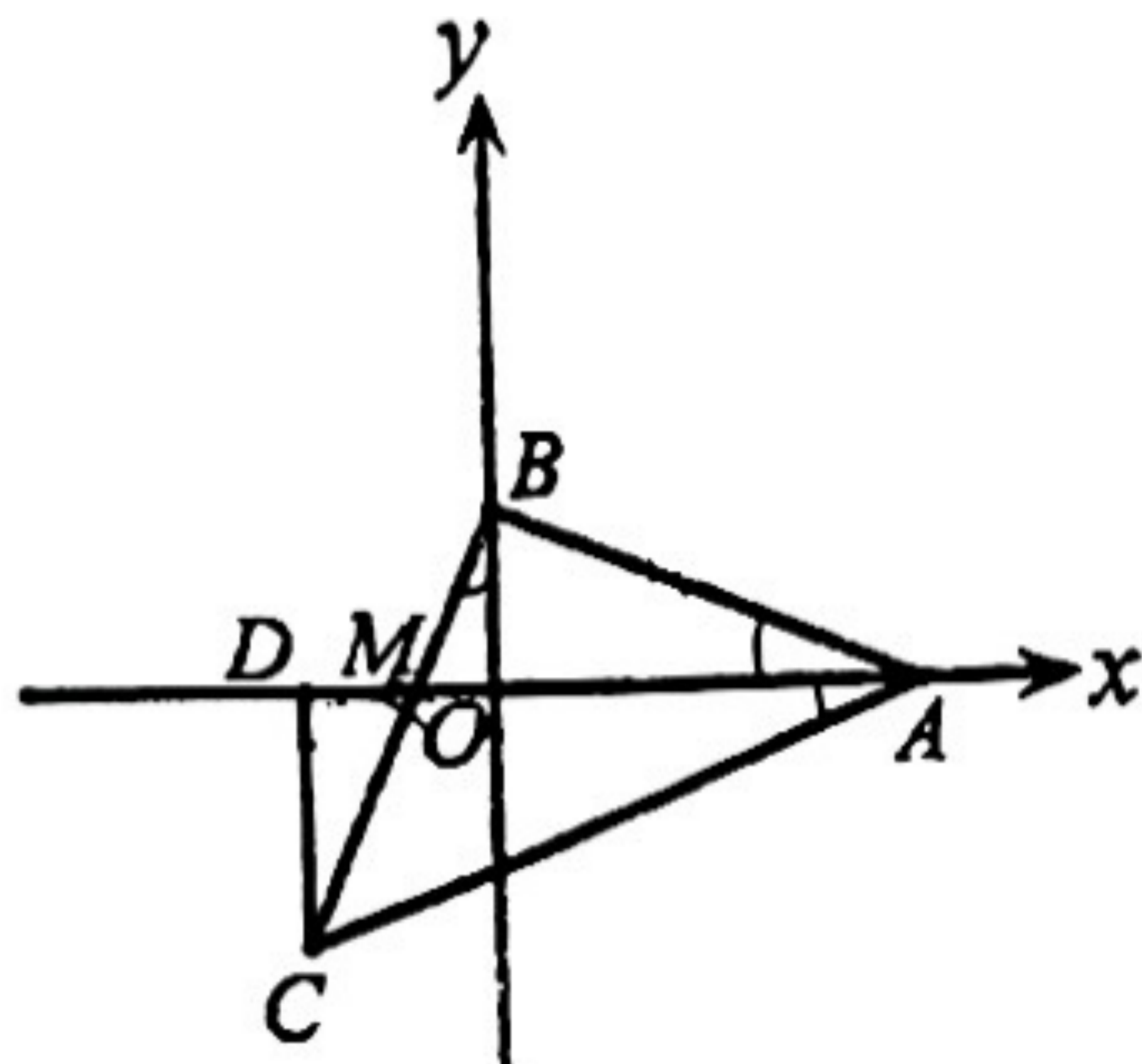


图2

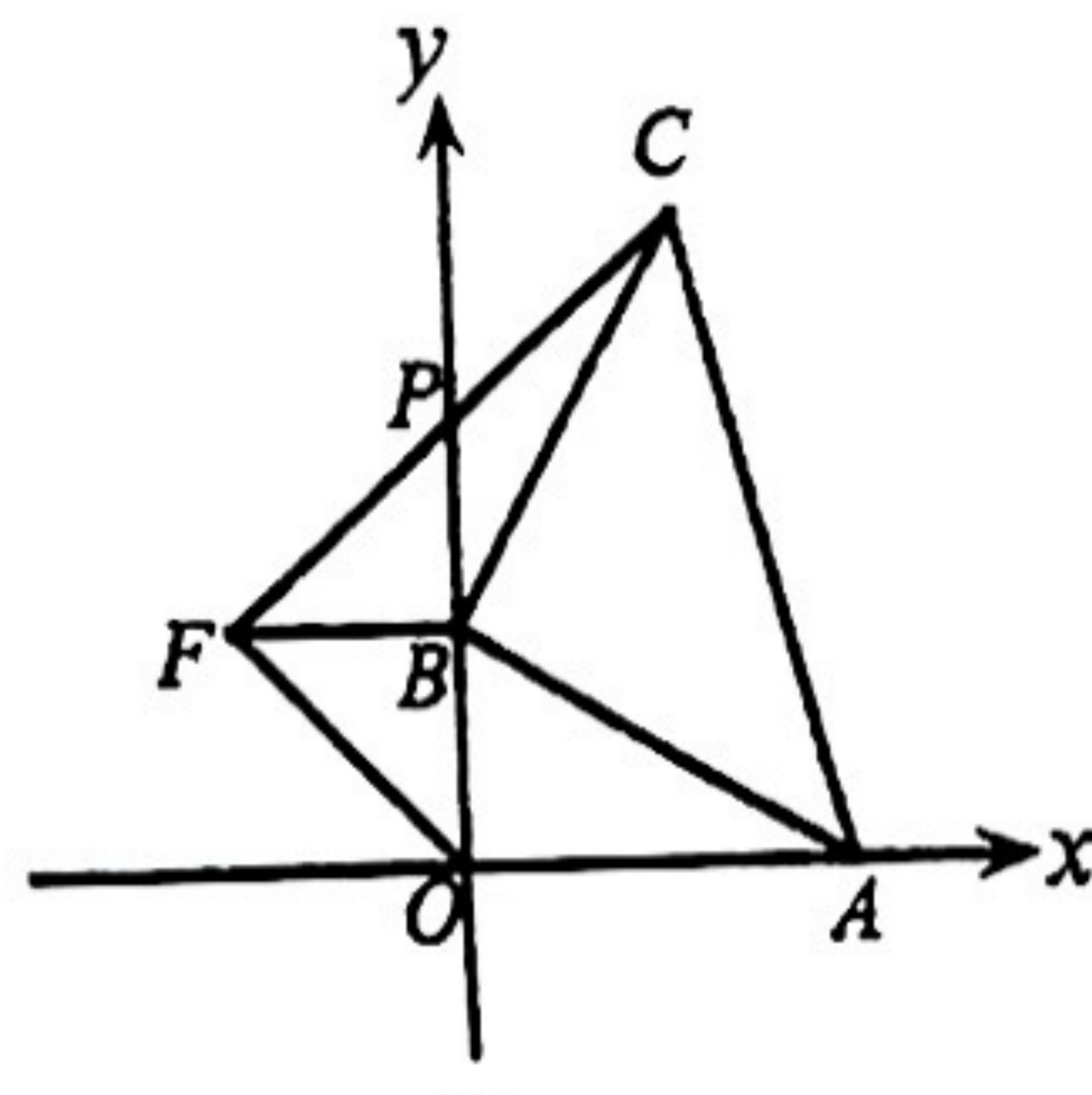


图3