

# 2021 北京育才学校初一（上）期中

## 数 学

一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

1.  $\frac{1}{5}$  的相反数是（ ）

- A. -5                      B. 5                      C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $-\frac{1}{5}$

2. 截止到 2020 年 10 月 15 日，世界各国共治愈的新冠肺炎病毒患者约为 29030000 人，将 29030000 用科学记数法表示为（ ）

- A.  $2.903 \times 10^6$               B.  $2.903 \times 10^7$               C.  $29.03 \times 10^7$               D.  $2.903 \times 10^8$

3. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $3a + 2a = 5a^2$                       B.  $3a - 2a = 1$   
C.  $2a^3 + 3a^2 = 5a^5$                       D.  $-a^2b + 2a^2b = a^2b$

4. 杨梅开始采摘啦！每筐杨梅以 5 千克为基准，超过 1 千克数记为正数，不足的千克数记为负数，记录如图，则这 4 筐杨梅的总质量是（ ）



- A. 19.7 千克                      B. 19.9 千克                      C. 20.1 千克                      D. 20.3 千克

5. 下列变形正确的是（ ）

- A. 由  $\frac{1}{2}x = 0$  变形得  $x = 2$                       B. 由  $1 + x = 5$  变形得  $x = 5 + 1$   
C. 由  $4 = x - 3$  变形得  $x = 4 + 3$                       D. 由  $5x = -3$  变形得  $x = -\frac{5}{3}$

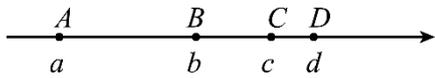
6. 下列各式正确的是（ ）

- A.  $(a+1) - (-b+c) = a+1+b+c$   
B.  $a^2 - 2(a-b+c) = a^2 - 2a - b + c$   
C.  $a - 2b + 7c = a - (2b - 7c)$   
D.  $a - b + c - d = (a - d) - (b + c)$

7.  $-(-3)^2 - 3^2$  的运算结果是（ ）

- A. -18                      B. 0                      C. -12                      D. 18

8. 如图，数轴上，点 A、B、C、D 表示的数分别 a、b、c、d。若  $b+d=0$ ，且  $BC > CD$ ，则下列各式正确的是（ ）



- A.  $bc > 0$                       B.  $b - d > 0$                       C.  $b + c > 0$                       D.  $|a| > |d|$

二、填空题（共 24 分，每小题 2 分）

9. 用四舍五入法对 0.225 取近似数：0.225 ≈ \_\_\_\_\_（精确到百分位）.

10. 比较大小： $-2^2 + 3$  \_\_\_\_\_  $1^3 - (-4)$ .

11. 单项式  $-\frac{3xy^3}{4}$  的系数是 \_\_\_\_\_，次数是 \_\_\_\_\_.

12. 多项式  $-\frac{5}{3}x^2y + 3xy^3 - 2x^3y^2 + 2^6$  是 \_\_\_\_\_ 次 \_\_\_\_\_ 项式.

13. 若  $x = 2$  是方程  $3x + a - 1 = x - 1$  的解，则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

14. 若  $a + 2b = -1$ ，则  $3a + 5b - (a + b)$  的值为 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $|3m - 15| + (\frac{n}{2} + 2)^2 = 0$ ，则  $2m - n^2 =$  \_\_\_\_\_.

16. 若  $2a^{2m+4}b^2$  与  $-\frac{3}{4}a^3b^{n-3}$  是同类型项，则  $m + n =$  \_\_\_\_\_.

17. 已知  $a, b$  互为倒数， $m, n$  互为相反数，则代数式  $-(5m + 5n - \frac{3ab}{2})^2$  的值是 \_\_\_\_\_.

18. 若有理数  $a, b$  满足  $|a - b| = b - a$ ，则  $|a - b - 2021| - |b - a|$  的值为 \_\_\_\_\_.

19. 对于有理数  $a, b$  定义一种新运算： $a * b = \frac{2a + b}{a}$ ，如  $2 * 4 = \frac{2 \times 2 + 4}{2}$ ，则  $(2 * 6) * (-1)$  的值为 \_\_\_\_\_.

20. 已知  $a > 0$ ，令  $b_1 = a, b_2 = -\frac{1}{b_1}, b_3 = b_2 - 1, b_4 = -\frac{1}{b_3}, b_5 = b_4 - 1, b_6 = -\frac{1}{b_5}, \dots$ ，即当  $n$  为大于 1 的奇数时，

$b_n = b_{n-1} - 1$ ；当  $n$  为大于 1 的偶数时， $b_n = -\frac{1}{b_{n-1}}$ ，则  $b_{2022} =$  \_\_\_\_\_（用含  $a$  的代数式表示），

$b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5 - b_6 + \dots + b_{2021} - b_{2022}$  的值为 \_\_\_\_\_.

三、解答题（共 60 分）

21. 计算：

(1)  $(-8) + 12 - (-20)$ ；                      (2)  $-0.5 + 3\frac{1}{4} + 2.75 - 5\frac{1}{2}$ ；

(3)  $4 \div \left(-\frac{1}{2}\right) + (-3) \times (-2)$ ；                      (4)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{11}{12}\right) \times (-24)$ ；

(5)  $-3^2 - (-1)^{2020} + 5 - 2^3 \times \left(-\frac{1}{4}\right)$ .

22. 在数轴上表示下列各数，并按从小到大的顺序用“<”把这些数连接起来.

$1, -0.5, -1\frac{3}{4}, 0, 2.5, -3$ .

23. 计算:

(1)  $(3a^3b + 8b^3) - 4(b^3 - a^3b)$ ;

(2)  $5x^2 - [x + (5x^2 - 7x) - (x^2 + x)]$

24. 化简求值:  $\frac{1}{3}x - 3\left(x - \frac{1}{2}y^2\right) + \left(-\frac{4}{3}x - \frac{1}{2}y^2\right)$ , 其中  $x = -\frac{1}{2}, y = -1$ .

25. 若  $a - b = 2, a - c = 1$ , 求  $(2a - b - c)^2 + (c - b)^2$  值.

26. 小明在数学探究活动中遇到这样一个问题:  $A、B$  分别表示两个多项式, 且满足  $A - 2B = -x^2 + x$ .

(1) 若  $A = B$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_ (用含  $x$  的代数式表示);

(2) 若  $A = -3x^2 - 7x + 4$ , 当  $x = -1$  时, 求  $B$  的值.

27. 在数轴上, 点  $A$  表示  $-2$ , 点  $B$  表示  $6$ .

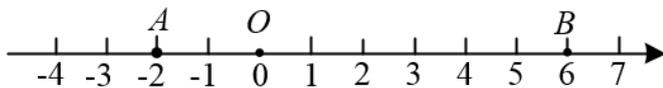
(1) 点  $A$  与  $B$  的距离为 \_\_\_\_\_;

(2) 点  $C$  表示的数为  $c$ , 设  $CA = x, CB = y$ , 若  $x = 3y$ , 则  $c$  的值为 \_\_\_\_\_;

(3) 点  $P$  从原点  $O$  出发, 沿数轴负方向以速度  $v_1$  向终点  $A$  运动, 同时, 点  $Q$  从点  $B$  出发沿数轴负方向以速度  $v_2$  向终点  $O$  运动, 运动时间为  $t$ .

① 点  $P$  表示的数为 \_\_\_\_\_, 点  $Q$  表示的数为 \_\_\_\_\_ (用含  $v_1、v_2、t$  的代数式表示);

② 点  $N$  为  $O、Q$  之间的动点, 在  $P、Q$  运动过程中,  $NP$  始终为定值, 设  $NQ = m, AQ = n$ , 若  $n = 2m$ , 探究  $v_1、v_2$  满足的等量关系.



## 参考答案

一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

1.  $\frac{1}{5}$  的相反数是（ ）

- A. -5                      B. 5                      C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $-\frac{1}{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据相反数的定义即可求解.

【详解】 $\frac{1}{5}$  的相反数是  $-\frac{1}{5}$ ,

故选 D.

【点睛】此题主要考查相反数，解题的关键是熟知相反数的定义.

2. 截止到 2020 年 10 月 15 日，世界各国共治愈的新冠肺炎病毒患者约为 29030000 人，将 29030000 用科学记数法表示为（ ）

- A.  $2.903 \times 10^6$               B.  $2.903 \times 10^7$               C.  $29.03 \times 10^7$               D.  $2.903 \times 10^8$

【答案】B

【解析】

【分析】科学记数法的形式是： $a \times 10^n$ ，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 所以  $a = 2.903$ ， $n$  取决于原数小数点的移动位数与移动方向， $|n|$  是小数点的移动位数，往左移动， $n$  为正整数，往右移动， $n$  为负整数. 本题小数点往左移动到 2 的后面，所以  $n = 7$ .

【详解】解：  $29030000 = 2.903 \times 10^7$ ,

故选 B

【点睛】本题考查的知识点是用科学记数法表示绝对值较大的数，关键是在理解科学记数法的基础上确定好  $a, n$  的值，同时掌握小数点移动对一个数的影响.

3. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $3a + 2a = 5a^2$                       B.  $3a - 2a = 1$   
C.  $2a^3 + 3a^2 = 5a^5$                       D.  $-a^2b + 2a^2b = a^2b$

【答案】D

【解析】

【分析】由合并同类项的法则可判断 A, B, D，由同类项的概念先判断 C，再得到不能合并，可判断 C，从而可得答案.

【详解】解：  $3a + 2a = 5a$ ，故 A 不符合题意；

$3a - 2a = a$ ，故 B 不符合题意；

$2a^3, 3a^2$  不是同类项，故 C 不符合题意；

$-a^2b + 2a^2b = a^2b$ ，运算正确，故 D 符合题意；

故选 D

【点睛】本题考查的是同类项的识别，合并同类项，掌握“合并同类项的法则”是解本题的关键。

4. 杨梅开始采摘啦！每筐杨梅以 5 千克为基准，超过的千克数记为正数，不足的千克数记为负数，记录如图，则这 4 筐杨梅的总质量是（ ）



- A. 19.7 千克                      B. 19.9 千克                      C. 20.1 千克                      D. 20.3 千克

【答案】C

【解析】

【详解】试题分析：有理数的加法： $-0.1-0.3+0.2+0.3=0.1$ ， $0.1+5\times 4=20.1$

考点：有理数的加法

5. 下列变形正确的是（ ）

- A. 由  $\frac{1}{2}x = 0$  变形得  $x = 2$                       B. 由  $1 + x = 5$  变形得  $x = 5 + 1$   
C. 由  $4 = x - 3$  变形得  $x = 4 + 3$                       D. 由  $5x = -3$  变形得  $x = -\frac{5}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据等式的性质逐个判断即可。

【详解】解：A. 方程  $\frac{1}{2}x = 0$  两边都乘以 2 得， $x=0$ ，故原选项变形错误；

B. 方程  $1 + x = 5$  两边都减去 1 得， $x = 5 - 1$ ，故原选项变形错误；

C. 方程  $4 = x - 3$  两边都加 3 得， $x = 4 + 3$ ，故原选项变形正确；

D. 方程  $5x = -3$  两边都除以 5 得， $x = -\frac{3}{5}$ ，故原选项变形错误；

故选 C

【点睛】本题考查了解一元一次方程和等式的性质，能正确根据等式的性质进行变形是解此题的关键。

6. 下列各式正确的是（ ）

- A.  $(a+1) - (-b+c) = a+1+b+c$   
B.  $a^2 - 2(a-b+c) = a^2 - 2a - b + c$   
C.  $a - 2b + 7c = a - (2b - 7c)$   
D.  $a - b + c - d = (a - d) - (b + c)$

【答案】C

【解析】

【详解】试题分析：A.  $(a+1)-(-b+c)=a+1+b-c$ ，故本选项错误；

B.  $a^2-2(a-b+c)=a^2-2a+2b-2c$ ，故本选项错误；

C.  $a-2b+7c=a-(2b-7c)$ ，故本选项正确；

D.  $a-b+c-d=(a-d)-(b-c)$ ，故本选项错误.

故选 C.

考点：去括号与添括号.

7.  $-(-3)^2-3^2$  的运算结果是 ( )

A. -18

B. 0

C. -12

D. 18

【答案】A

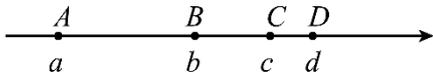
【解析】

【详解】解：  $-(-3)^2-3^2=-9-9=-18$ .

故选：A

【点睛】本题主要考查了有理数的混合运算,熟练掌握有理数的混合运算法则是解题的关键.

8. 如图, 数轴上, 点 A、B、C、D 表示的数分别 a、b、c、d. 若  $b+d=0$ , 且  $BC > CD$ , 则下列各式正确的是 ( )



A.  $bc > 0$

B.  $b-d > 0$

C.  $b+c > 0$

D.  $|a| > |d|$

【答案】D

【解析】

【分析】先根据  $b+d=0, BC > CD$  可得原点在点 B、C 中间, 且靠近点 C, 再根据有理数的加减法与乘法运算、绝对值的意义逐项判断即可得.

【详解】解：  $\because b+d=0, BC > CD$ ,

$\therefore$  原点在点 B、C 中间, 且靠近点 C,

$\therefore a < b < 0 < c < d$ , 且  $|b| > |c|$ .

A、 $bc < 0$ , 此项错误;

B、 $b-d < 0$ , 此项错误;

C、由  $b < 0 < c, |b| > |c|$  得:  $-b > c$ , 所以  $b+c < 0$ , 此项错误;

D、由  $a < b < 0$  得:  $|a| > |b|$ , 由  $b+d=0$  得:  $|b|=|d|$ , 所以  $|a| > |d|$ , 此项正确;

故选: D.

【点睛】本题考查了数轴、有理数的加减法与乘法运算、绝对值, 熟练掌握数轴的性质是解题关键.

二、填空题 (共 24 分, 每小题 2 分)

9. 用四舍五入法对 0.225 取近似数:  $0.225 \approx$  \_\_\_\_\_ (精确到百分位).

【答案】0.23

【解析】

【分析】把千分位上的数字5进行四舍五入即可.

【详解】解:  $0.225 \approx 0.23$  (精确到百分位).

故答案为: 0.23.

【点睛】本题考查了近似数, 能理解四舍五入的意义是解此题的关键.

10. 比较大小:  $-2^2 + 3$  \_\_\_\_\_  $1^3 - (-4)$ .

【答案】<

【解析】

【分析】先计算有理数的乘方与加减法, 再根据有理数的大小比较法则即可得.

【详解】解:  $-2^2 + 3 = -4 + 3 = -1$ ,  $1^3 - (-4) = 1 + 4 = 5$ ,

则  $-1 < 5$ ,

即  $-2^2 + 3 < 1^3 - (-4)$ ,

故答案为: <.

【点睛】本题考查了含乘方的有理数混合运算、有理数的大小比较, 熟练掌握各运算法则是解题关键.

11. 单项式  $-\frac{3xy^3}{4}$  的系数是 \_\_\_\_\_, 次数是 \_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  $-\frac{3}{4}$  ②. 4

【解析】

【详解】单项式  $-\frac{3xy^3}{4}$  的系数是  $-\frac{3}{4}$ , 次数为 4

故答案为:  $-\frac{3}{4}$ , 4

【点睛】本题难度较低, 主要考查学生对单项式知识点的掌握. 易错: 次数要计算所有未知数次数和.

12. 多项式  $-\frac{5}{3}x^2y + 3xy^3 - 2x^3y^2 + 2^6$  是 \_\_\_\_\_ 次 \_\_\_\_\_ 项式.

【答案】 ①. 五##5 ②. 四##4

【解析】

【详解】解: 多项式  $-\frac{5}{3}x^2y + 3xy^3 - 2x^3y^2 + 2^6$  项有  $-\frac{5}{3}x^2y, 3xy^3, -2x^3y^2, 2^6$ , 共四项,

项  $-\frac{5}{3}x^2y$  的次数是  $2+1=3$ ,

项  $3xy^3$  的次数是  $1+3=4$ ,

项  $-2x^3y^2$  的次数是  $3+2=5$ ,

项  $2^6$  的次数是 0,

则多项式  $-\frac{5}{3}x^2y + 3xy^3 - 2x^3y^2 + 2^6$  是五次四项式，

故答案为：五、四。

【点睛】本题考查了多项式的项和次数，熟记多项式的项的定义（多项式中每一个单项式称为该多项式的项）和次数的定义（次数最高的项的次数即为该多项式的次数）是解题关键。

13. 若  $x = 2$  是方程  $3x + a - 1 = x - 1$  的解，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_。

【答案】-4

【解析】

【分析】把  $x = 2$  代入方程中，得到关于字母  $a$  的一元一次方程，解此方程即可。

【详解】解：把  $x = 2$  代入原方程中得，

$$6 + a - 1 = 2 - 1$$

$$\therefore a = -4$$

故答案为：-4。

【点睛】本题考查方程的解，解一元一次方程等知识，是基础考点，掌握相关知识是解题关键。

14. 若  $a + 2b = -1$ ，则  $3a + 5b - (a + b)$  的值为\_\_\_\_\_。

【答案】-2

【解析】

【分析】先将代数式根据去括号，合并同类项进行化简，再将  $a + 2b = -1$  整体代入求解即可

【详解】解： $\because a + 2b = -1$

$$\therefore 3a + 5b - (a + b) = 3a + 5b - a - b = 2a + 4b = 2(a + 2b) = 2 \times (-1) = -2$$

故答案为：-2

【点睛】本题考查了整式的加减化简求值，整体代入是解题的关键。

15. 已知  $|3m - 15| + (\frac{n}{2} + 2)^2 = 0$ ，则  $2m - n^2 =$ \_\_\_\_\_。

【答案】-6

【解析】

【分析】根据绝对值和平方的非负性，可得  $m = 5, n = -4$ ，再代入，即可求解。

【详解】解： $\because |3m - 15| + (\frac{n}{2} + 2)^2 = 0$

$$\therefore 3m - 15 = 0, \frac{n}{2} + 2 = 0,$$

解得： $m = 5, n = -4$ ，

$$\therefore 2m - n^2 = 2 \times 5 - (-4)^2 = 10 - 16 = -6.$$

故答案为：-6

【点睛】本题主要考查了绝对值和平方的非负性，根据题意得到  $3m - 15 = 0, \frac{n}{2} + 2 = 0$  是解题的关键。

16. 若  $2a^{2m+4}b^2$  与  $-\frac{3}{4}a^3b^{n-3}$  是同类项, 则  $m+n =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $4\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 先根据同类项的定义 (如果两个单项式, 它们所含的字母相同, 并且相同字母的指数也分别相同, 那么这两个单项式叫做同类项) 可求出  $m, n$  的值, 再代入计算即可得.

【详解】 解:  $\because 2a^{2m+4}b^2$  与  $-\frac{3}{4}a^3b^{n-3}$  是同类项,

$$\therefore 2m+4=3, n-3=2,$$

$$\text{解得 } m=-\frac{1}{2}, n=5,$$

$$\text{则 } m+n=-\frac{1}{2}+5=4\frac{1}{2},$$

故答案为:  $4\frac{1}{2}$ .

【点睛】 本题考查了同类项, 熟记同类项的定义是解题关键.

17. 已知  $a, b$  互为倒数,  $m, n$  互为相反数, 则代数式  $-(5m+5n-\frac{3ab}{2})^2$  的值是\_\_\_\_\_.

【答案】  $-\frac{9}{4}$

【解析】

【分析】 由  $a, b$  互为倒数,  $m, n$  互为相反数, 可得  $ab=1, m+n=0$ , 再把要求值的代数式变形, 再整体代入求值即可.

【详解】 解:  $\because a, b$  互为倒数,  $m, n$  互为相反数,

$$\therefore ab=1, m+n=0,$$

$$\therefore -(5m+5n-\frac{3ab}{2})^2$$

$$= -\left[5m+5n-\frac{3\times 1}{2}\right]^2$$

$$= -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{4},$$

故答案为:  $-\frac{9}{4}$

【点睛】 本题考查的是相反数的含义, 倒数的含义, 有理数的乘方运算, 求解代数式的值, 掌握“整体代入求解代数式的值”是解本题的关键.

18. 若有理数  $a, b$  满足  $|a-b|=b-a$ , 则  $|a-b-2021|-|b-a|$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】 2021

【解析】

【分析】 先根据  $|a-b|=b-a$ ，可得  $b-a \geq 0$ ， $a-b \leq 0$ ， $a-b-2021 \leq 0$ ，再化简绝对值即可。

【详解】 解：  $\because |a-b|=b-a$ ，

$$\therefore b-a \geq 0,$$

$$\therefore a-b \leq 0, a-b-2021 \leq 0$$

$$\therefore |a-b-2021| - |b-a|$$

$$= -a-b-2021 - b-a$$

$$= -a+b+2021-b+a = 2021.$$

故答案为： 2021.

【点睛】 本题考查的是绝对值的性质，化简绝对值，去括号，整式的加减运算，熟练的化简绝对值是解本题的关键。

19. 对于有理数  $a, b$  定义一种新运算：  $a * b = \frac{2a+b}{a}$ ，如  $2 * 4 = \frac{2 \times 2 + 4}{2}$ ，则  $(2 * 6) * (-1)$  的值为\_\_\_\_\_。

【答案】  $\frac{9}{5}$

【解析】

【分析】 根据新定义运算的规律，先计算  $(2 * 6)$ ，所得的结果再与  $(-1)$  进行“\*”运算。

【详解】 解：由题意得， $(2 * 6) = \frac{2 \times 2 + 6}{2} = 5$ ，

$$5 * (-1) = \frac{2 \times 5 + (-1)}{5} = \frac{9}{5}$$

故答案为：  $\frac{9}{5}$ 。

【点睛】 本题考查新定义、有理数的混合运算等知识，是重要考点，掌握相关知识是解题关键。

20. 已知  $a > 0$ ，令  $b_1 = a, b_2 = -\frac{1}{b_1}, b_3 = b_2 - 1, b_4 = -\frac{1}{b_3}, b_5 = b_4 - 1, b_6 = -\frac{1}{b_5}, \dots$ ，即当  $n$  为大于 1 的奇数时，

$b_n = b_{n-1} - 1$ ；当  $n$  为大于 1 的偶数时， $b_n = -\frac{1}{b_{n-1}}$ ，则  $b_{2022} =$ \_\_\_\_\_（用含  $a$  的代数式表示），

$b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5 - b_6 + \dots + b_{2021} - b_{2022}$  的值为\_\_\_\_\_。

【答案】 ①.  $a+1$  ②.  $-1011$

【解析】

【分析】 先分别计算  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_7$ ，再归纳总结规律， $b_1, b_2, b_3, \dots$ ，这一列数 6 个数循环，从而可得第一空的答案，再计算  $b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5 - b_6 = -3$ ，从而可得第二空的答案。

【详解】 解：  $\because b_1 = a$ ，

$$\therefore b_2 = -\frac{1}{a},$$

$$\therefore b_3 = b_2 - 1 = -\frac{1}{a} - 1 = -\frac{a+1}{a},$$

$$\therefore b_4 = -\frac{1}{b_3} = -\frac{1}{-\frac{a+1}{a}} = \frac{a}{a+1},$$

$$\therefore b_5 = b_4 - 1 = \frac{a}{a+1} - 1 = -\frac{1}{a+1},$$

$$\therefore b_6 = -\frac{1}{b_5} = -\frac{1}{-\frac{1}{a+1}} = a+1,$$

$$\therefore b_7 = b_6 - 1 = a,$$

...

总结可得： $b_1, b_2, b_3, \dots$ ，这一列数 6 个数循环，

而  $2022 \div 6 = 337$ ，

$$\therefore b_{2022} = a+1,$$

$$\because b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5 - b_6 = a + \frac{1}{a} - \frac{1}{a} - 1 - \frac{a}{a+1} - \frac{1}{a+1} - a - 1$$

$$= -3$$

$$\therefore b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5 - b_6 + \dots + b_{2021} - b_{2022}$$

$$= -3 \times 337 = -1011,$$

故答案为： $a+1, -1011$

**【点睛】** 本题考查的是数的规律探究，同时考查分式的运算，掌握“从具体到一般的探究方法再总结规律并运用规律解决问题”是解本题的关键.

三、解答题（共 60 分）

21. 计算：

$$(1) (-8) + 12 - (-20); \quad (2) -0.5 + 3\frac{1}{4} + 2.75 - 5\frac{1}{2};$$

$$(3) 4 \div \left(-\frac{1}{2}\right) + (-3) \times (-2); \quad (4) \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{11}{12}\right) \times (-24);$$

$$(5) -3^2 - (-1)^{2020} + 5 - 2^3 \times \left(-\frac{1}{4}\right).$$

**【答案】** (1) 24; (2) 0; (3) -2; (4) 8; (5) -3.

**【解析】**

**【分析】** (1) 统一成省略“+”的和的形式，再求和；

(2) 利用加法结合律简便计算；

(3) 先乘除后加减，两个有理数相乘（除），同号得正，异号得负；

(4) 利用乘法分配律解题，注意负号的作用；

(5) 先计算乘方，再计算乘除，最后计算加减，注意负号的作用.

【详解】解：(1) 原式 $= -8 + 12 + 20$

$= 24$ ;

(2) 原式 $= -0.5 - 5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 2.75$

$= -6 + 6$

$= 0$  ;

(3) 原式 $= -8 + 6$

$= -2$  ;

(4) 原式 $= -12 + 16 - 18 + 22$

$= 8$  ;

(5) 原式 $= -9 - 1 + 5 + 2$

$= -3$  .

【点睛】本题考查含有乘方的有理数的混合运算等知识，是重要考点，掌握相关知识是解题关键.

22. 在数轴上表示下列各数，并按从小到大的顺序用“ $<$ ”把这些数连接起来.

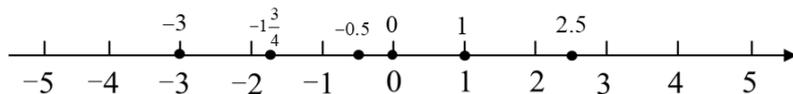
1, -0.5,  $-1\frac{3}{4}$ , 0, 2.5, -3.

【答案】数轴见解析， $-3 < -1\frac{3}{4} < -0.5 < 0 < 1 < 2.5$

【解析】

【分析】先画数轴，再根据负数在原点的左边，正数在原点的右边，再分别在数轴上表示各数，利用数轴上右边的数总大于左边的数，用 $<$ 把各数连接即可.

【详解】解：如图，在数轴上表示各数如下：



所以 $-3 < -1\frac{3}{4} < -0.5 < 0 < 1 < 2.5$

【点睛】本题考查的是利用数轴表示有理数，利用数轴比较有理数的大小，熟练数轴上有理数的分布及数轴上右边的数总大于左边的数是解本题的关键.

23. 计算：

(1)  $(3a^3b + 8b^3) - 4(b^3 - a^3b)$ ;

(2)  $5x^2 - [x + (5x^2 - 7x) - (x^2 + x)]$

【答案】(1)  $7a^3b + 4b^3$ ；(2)  $x^2 + 7x$

【解析】

【分析】先去括号，再合并同类项进行化简即可

【详解】(1) 原式 $= 3a^3b + 8b^3 - 4b^3 + 4a^3b$

$$= 7a^3b + 4b^3$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= 5x^2 - (x + 5x^2 - 7x - x^2 - x) \\ &= 5x^2 - (4x^2 - 7x) \\ &= 5x^2 - 4x^2 + 7x \\ &= x^2 + 7x \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了整式的加减运算，正确的去括号是解题的关键。

24. 化简求值： $\frac{1}{3}x - 3\left(x - \frac{1}{2}y^2\right) + \left(-\frac{4}{3}x - \frac{1}{2}y^2\right)$ ，其中  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $y = -1$ 。

【答案】  $-4x + y^2$ , 3

【解析】

【分析】原式去括号合并得到最简结果，将  $x$  与  $y$  的值代入计算即可求出值。

【详解】解：原式  $= \frac{1}{3}x - 3x + \frac{3}{2}y^2 - \frac{4}{3}x - \frac{1}{2}y^2 = -4x + y^2$ ，

当  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $y = -1$  时，原式  $= -4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + (-1)^2 = 2 + 1 = 3$ 。

【点睛】此题考查了整式的加减-化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

25. 若  $a - b = 2$ ,  $a - c = 1$ ，求  $(2a - b - c)^2 + (c - b)^2$  值。

【答案】 10

【解析】

【分析】先把原代数式化为： $[(a - b) + (a - c)]^2 + [(a - b) - (a - c)]^2$ ，再整体代入求值即可。

【详解】解： $\because a - b = 2, a - c = 1$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= [(a - b) + (a - c)]^2 + [(a - b) - (a - c)]^2 \\ &= (2 + 1)^2 + (2 - 1)^2 = 10 \end{aligned}$$

【点睛】本题考查的是求解代数式的值，添括号的应用，掌握“整体代入法求解代数式的值”是解本题的关键。

26. 小明在数学探究活动中遇到这样一个问题： $A$ 、 $B$  分别表示两个多项式，且满足  $A - 2B = -x^2 + x$ 。

(1) 若  $A = B$ ，则  $A =$  \_\_\_\_\_ (用含  $x$  的代数式表示)；

(2) 若  $A = -3x^2 - 7x + 4$ ，当  $x = -1$  时，求  $B$  的值。

【答案】 (1)  $x^2 - x$ ； (2) 5

【解析】

【分析】(1) 根据整式的加减可得  $A - 2B = -A$ ，进而即可求得  $A$ ；

(2) 根据已知条件求得  $B$ ，再将  $x = -1$ ，进而求得  $B$  的值

【详解】解：(1)  $\because A = B, A - 2B = -x^2 + x$

$$\therefore A - 2B = -A = -x^2 + x$$

$$\therefore A = x^2 - x$$

故答案为:  $x^2 - x$

$$(2) \because A - 2B = -x^2 + x, \quad A = -3x^2 - 7x + 4$$

$$\therefore B = \frac{1}{2}[A - (-x^2 + x)]$$

$$= \frac{1}{2}[-3x^2 - 7x + 4 - (-x^2 + x)]$$

$$= \frac{1}{2}(-2x^2 - 8x + 4)$$

$$= -x^2 - 4x + 2$$

当  $x = -1$  时,

$$B = -(-1)^2 - 4 \times (-1) + 2 = -1 + 4 + 2 = 5$$

【点睛】本题考查了整式的加减运算, 化简求值, 注意添括号和去括号时符号问题是解题的关键.

27. 在数轴上, 点  $A$  表示  $-2$ , 点  $B$  表示  $6$ .

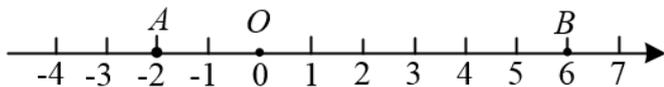
(1) 点  $A$  与  $B$  的距离为\_\_\_\_\_;

(2) 点  $C$  表示的数为  $c$ , 设  $CA = x, CB = y$ , 若  $x = 3y$ , 则  $c$  的值为\_\_\_\_\_;

(3) 点  $P$  从原点  $O$  出发, 沿数轴负方向以速度  $v_1$  向终点  $A$  运动, 同时, 点  $Q$  从点  $B$  出发沿数轴负方向以速度  $v_2$  向终点  $O$  运动, 运动时间为  $t$ .

①点  $P$  表示的数为\_\_\_\_\_, 点  $Q$  表示的数为\_\_\_\_\_ (用含  $v_1, v_2, t$  的代数式表示);

②点  $N$  为  $O, Q$  之间动点, 在  $P, Q$  运动过程中,  $NP$  始终为定值, 设  $NQ = m, AQ = n$ , 若  $n = 2m$ , 探究  $v_1, v_2$  满足的等量关系.



【答案】(1) 8; (2) 4 或 10; (3) ①  $-v_1 t, 6 - v_2 t$ ; ②  $v_1 = \frac{1}{2} v_2$

【解析】

【分析】(1) 将  $B$  点表示的数减去  $A$  点表示的数即可求得  $AB$  的距离;

(2) 分  $C$  点在线段  $BA$  的延长线上, 线段  $AB$  上, 线段  $AB$  的延长线上三种情况分析, 根据  $x = 3y$ , 则点  $C$  不可能在线段  $BA$  的延长线上, 根据另两种情况分析列出一元一次方程解方程求解即可;

(3) ①根据速度乘以时间得到路程, 根据运动方向即可求得  $P, Q$  点表示数;

②先求得  $AQ = n = 8 - v_2 t$ , 根据  $n = 2m$  求得  $m$ , 即可求得  $N$  点表示的数, 进而求得  $NP$  的长度, 根据  $NP$  始终为定值, 即可求得  $v_1, v_2$  满足的等量关系

【详解】(1)  $\because$  点  $A$  表示  $-2$ , 点  $B$  表示  $6$

$$\therefore AB \text{ 的距离为: } 6 - (-2) = 8$$

故答案为: 8

(2) 点  $C$  表示的数为  $c$ , 设  $CA = x, CB = y$ , 若  $x = 3y$ ,

①点  $C$  在线段  $AB$  上时, 则  $x = c - (-2) = c + 2, y = 6 - c$ ,

$$\text{则 } c + 2 = 3(6 - c)$$

解得  $c = 4$

②点  $C$  在线段  $AB$  的延长线上, 则  $x = c - (-2) = c + 2, y = c - 6$ ,

$$\text{则 } c + 2 = 3(c - 6)$$

解得  $c = 10$

故答案为: 4 或 10

(3) ①点  $P$  从原点  $O$  出发, 沿数轴负方向以速度  $v_1$  向终点  $A$  运动, 同时, 点  $Q$  从点  $B$  出发沿数轴负方向以速度  $v_2$  向终点  $O$  运动, 运动时间为  $t$

则点  $P$  表示的数为  $-v_1t$ , 点  $Q$  表示的数为  $6 - v_2t$

故答案为:  $-v_1t, 6 - v_2t$

②由题意得,  $\because$  点  $A$  表示  $-2$ , 点  $B$  表示  $6$ ,  $Q$  表示 数为  $6 - v_2t$

$$\therefore AQ = n = 8 - v_2t$$

$$\because n = 2m$$

$$\therefore m = 4 - \frac{1}{2}v_2t$$

$$\therefore N \text{ 表示的数为 } 2 - \frac{1}{2}v_2t$$

$\because NP$  始终为定值

$$\therefore NP = \left( v_1 - \frac{1}{2}v_2 \right)t + 2 \text{ 与时间 } t \text{ 无关}$$

$$\therefore v_1 = \frac{1}{2}v_2$$

【点睛】本题考查了数轴上动点问题, 数轴上两点距离, 一元一次方程的应用, 整式加减中无关类型, 数形结合是解题的关键.