



延庆区 2021 年初三年级统一考试

数学试卷

考生须知

- 1.本试卷共 7 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟.
- 2.在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和学号.
- 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效.
- 4.在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答.

一、选择题：（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

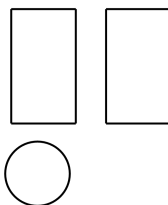
下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1.中国财政部 2021 年 3 月 18 日发布数据显示，前 2 个月，全国一般公共预算收入约为 41800 亿元，将 41800 用科学记数法表示应为

- A. 0.418×10^6 B. 4.18×10^5 C. 4.18×10^4 D. 41.8×10^3

2.如右图是某几何体的三视图，该几何体是

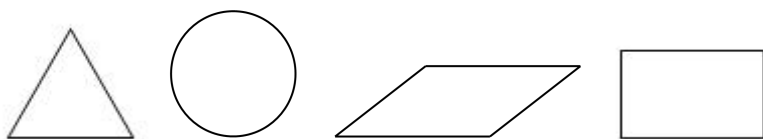
- A. 正方体 B. 圆锥
C. 四棱柱 D. 圆柱



3.五边形的外角和是

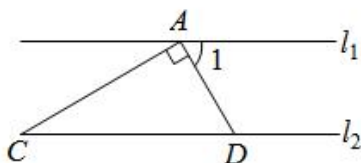
- A. 180° B. 360° C. 540° D. 720°

4.下列给出的等边三角形、圆、平行四边形、矩形中是轴对称图形而不是中心对称图形的是



- A. B. C.

5.如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，点 A, C, D 分别是 l_1, l_2 上的点，且 $CA \perp AD$ 于点 A ，若 $\angle ACD = 30^\circ$ ，则 $\angle 1$ 度数为

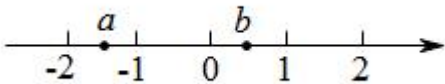


- A. 30° B. 50°
 C. 60° D. 70°

6. 一个不透明的盒子中装有 4 个除颜色外都相同的小球，其中 3 个是白球，1 个是红球，从中随机同时摸出两个小球，那么摸出小球的颜色不同的概率为

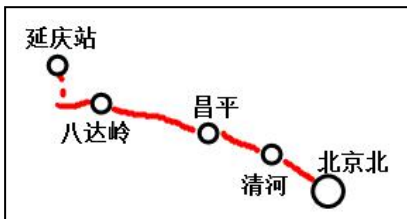
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

7. 如图，数轴上两点 A, B 所对应的实数分别为 a, b ，则 $b-a$ 的结果可能是



- A. 3 B. 2 C. 1 D. -1

8. 2020 年 12 月 1 日下午 6 点，京张高铁延庆线正式启用，“复兴号”列车在北京北站与延庆站之间往返，途径清河站、昌平站、八达岭站。下图是从北京北站到延庆站的线路图，其中延庆站到八达岭站，全长 9.33 公里。某天“复兴号”列车从八达岭站出发，终点为北京北。列车始终以每小时 160 公里的速度匀速行驶，那么在到达昌平站之前，“复兴号”列车到延庆站的距离与对应的行驶的时间满足的函数关系是



- A. 正比例函数关系 B. 反比例函数关系
 C. 一次函数关系 D. 二次函数关系

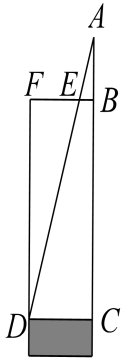
二、填空题（共 8 个小题，每题 2 分，共 16 分）

9. 在函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

10. 方程组 $\begin{cases} x+3y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解为_____.

11. 《九章算术》是我国古代数学名著，书中有如下问题：“今有井径 5 尺，不知其深，立五尺木于井上，从木末望水岸，入径四寸.问井深几何?”

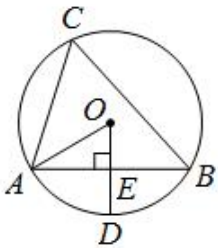




意思是：如图，井径 $BF=5$ 尺，立木高 $AB=5$ 尺， $BE=4$ 寸= 0.4 尺，则井深为_____尺.

12. 请写出一个大于 1 且小于 2 的无理数_____.

13. 如图， AB 是 $\odot O$ 的弦， C 是 $\odot O$ 上的一点，且 $\angle ACB=60^\circ$,

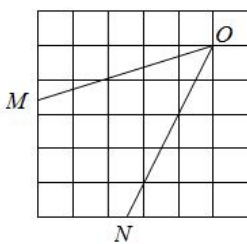


$OD \perp AB$ 于点 E ，交 $\odot O$ 于点 D .

若 $\odot O$ 的半径为 6，则弦 AB 的长为_____.

14. 如果 $a+2b=-1$ 时，那么代数式 $\left(\frac{4b}{a-2b}+2\right) \cdot \frac{a^2-4b^2}{a}$ 的值_____.

15. 如图所示， $\angle MON$ 是放置在正方形网格中的一个角，则 $\tan \angle MON$ 的值是_____.



16. 把图 1 中边长为 10 的菱形沿对角线分成四个全等的直角三角形，且此菱形的一条对角线长为 16，将这四个直角三角形拼成如图 2 所示的正方形，则图 2 中的阴影的面积为_____.

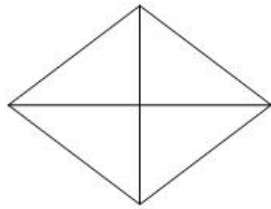


图 1

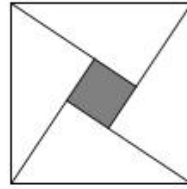


图 2



三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

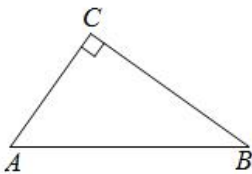
17. 计算： $(\frac{1}{3})^{-1} - 4\sin 60^\circ + \sqrt{12} - (\sqrt{3} - 2)^0$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2(x+1) \geq 3x-5 \\ \frac{4x+1}{3} > x \end{cases}$$

19. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + 3m - 2 = 0$ 有实数根.

- (1) 求 m 的取值范围；
- (2) 若 m 为正整数，求出此时方程的根.

20. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$.



求作：线段 CD ，使得点 D 在线段 AB 上，且 $CD = \frac{1}{2}AB$.

作法：①分别以点 A ， B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧，两弧相交于点 M ， N 两点；

②做直线 MN ，交 AB 于点 D ；

③连接 CD .



所以线段 CD 即为所求的线段.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: $\because AM=BM, AN=BN,$

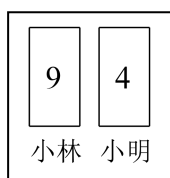
$\therefore MN$ 是 AB 的垂直平分线. () (填推理的依据)

\therefore 点 D 是 AB 的中点.

$\because \angle C=90^\circ$

$\therefore CD = \frac{1}{2}AB.$ () (填推理的依据)

21. 小林和小明在信息技术课上设计了一个小游戏程序: 开始时两人的屏幕上显示的数分别是 9 和 4, 如图. 每按一次屏幕, 小林的屏幕上的数就会加上 a^2 , 同时小明的屏幕上的数就会减去 $2a$, 且均显示化简后的结果. 如下表就是按一次后及两次后屏幕显示的结果.



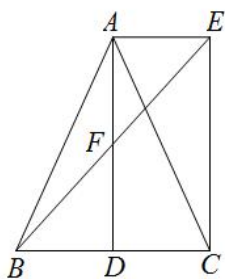
	开始数	按一次后	按二次后	按三次后	按四次后
小林	9	$9+a^2$	$9+2a^2$		
小明	4	$4-2a$	$4-4a$		

根据以上的信息回答问题: 从开始起按 4 次后,

(1) 两人屏幕上显示的结果是: 小林 _____; 小明 _____;

(2) 判断这两个结果的大小, 并说明理由.

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC, AD \perp BC$, 垂足为 D , 过点 A 作 $AE \parallel BC$, 且 $AE=BD$, 连接 BE , 交 AD 于点 F , 连接 CE .



(1) 求证: 四边形 $ADCE$ 为矩形;

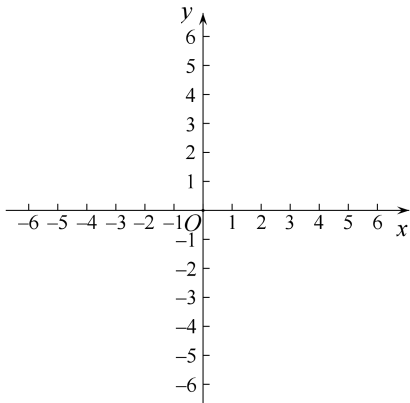
(2) 若 $CE=4$, 求 AF 的长.

23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 由函数 $y=x$ 平移得到, 且与函数 $y=\frac{3}{x}(x>0)$ 的图

象交于点 $A(3, m)$.

(1) 求一次函数的表达式;

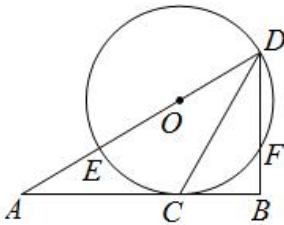
(2) 已知点 $P(n, 0)$ ($n > 0$) , 过点 P 作平行于 y 轴的直线, 交直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 于点 $M(x_1, y_1)$, 交函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 $N(x_2, y_2)$. 当 $y_1 < y_2$ 时, 直接写出 n 的取值范围.



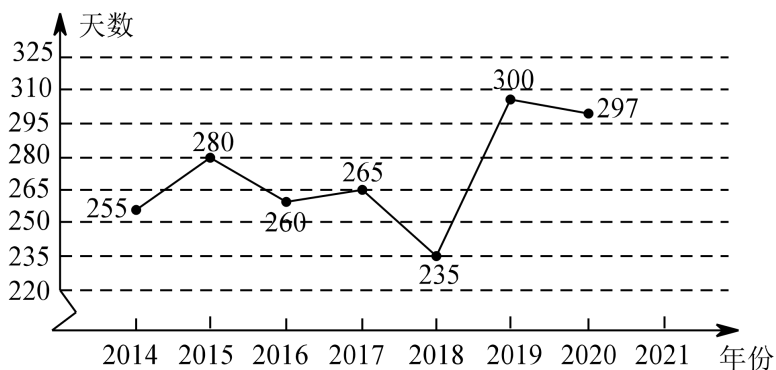
24.如图, DE 是 $\odot O$ 的直径, CA 为 $\odot O$ 的切线, 切点为 C , 交 DE 的延长线于点 A , 点 F 是 $\odot O$ 上的一点, 且点 C 是弧 EF 的中点, 连接 DF 并延长交 AC 的延长线于点 B .

(1) 求证: $\angle ABD = 90^\circ$;

(2) 若 $BD = 3$, $\tan \angle DAB = \frac{3}{4}$, 求 $\odot O$ 的半径.



25. 在世园会开幕一周年之际，延庆区围绕“践行‘两山’理论，聚力冬奥筹办，建设美丽延庆”主题，同筑生态文明。近年来，在延庆区政府的积极治理下，空气质量得到极大改善。下图是根据延庆区环境保护局公布的 2014~2020 年各年的全年空气质量优良天数绘制的折线统计图。



请结合统计图解答下列问题：

- (1) 2020 年比 2016 年的全年空气质量优良天数增加了_____天；
- (2) 这七年的全年空气质量优良天数的中位数是_____；
- (3) 在生态环境部 2 月 25 日举行的例行新闻发布会上透露，“十四五”空气质量改善目标指标设置仍然坚持 PM 和优良天数两个指标；其中，全国优良天数达标指标将提升至 87.5%。截止到 3 月 31 日，延庆区 2021 年空气质量优良天数如下：

月份	1 月 (31 天)	2 月 (28 天)	3 月 (31 天)
优良天数/天	28	25	28

- ①延庆区 2021 年 1 月、2 月、3 月的空气质量优良天数的月平均数为_____。
- ②试根据以上信息预测延庆区 2021 年（共 365 天）全年空气质量优良天数能否达标？达标的天数约为多少天？

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l_1: y = -2x + 6$ 与 y 轴交于点 A ，与 x 轴交于点 B ，

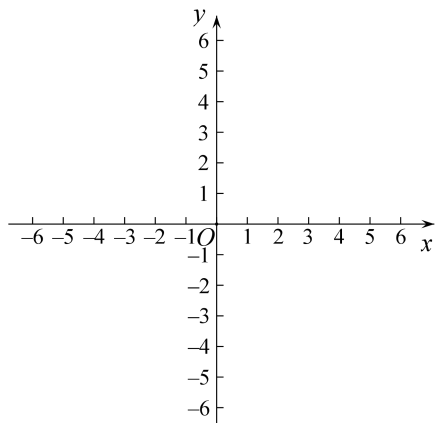
二次函数的图象过 A, B 两点，且与 x 轴的另一交点为点 $C, BC=2$ ；

- (1) 求点 C 的坐标；
- (2) 对于该二次函数图象上的任意两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ ，当 $x_1 > x_2 > 2$ 时，总有 $y_1 > y_2$ 。

①求二次函数的表达式；

②设点 A 在抛物线上的对称点为点 D ，记抛物线在 C, D 之间的部分为图象 G （包含 C, D 两点）。若一次函数 $y = kx - 2 (k \neq 0)$ 的图象与图象 G 有公共点，结合函数图象，求 k 的取值范围。





27. 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在射线 BC 上(不与点 B 、 C 重合), 连接 DB , DE , 将 DE 绕点 E 逆时针旋转 90° 得到 EF , 连接 BF .

(1) 如图1, 点 E 在 BC 边上.

①依题意补全图1;

②若 $AB=6$, $EC=2$, 求 BF 的长;

(2) 如图2, 点 E 在 BC 边的延长线上, 用等式表示线段 BD , BE , BF 之间的数量关系, 并证明.

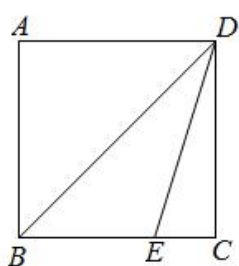


图1

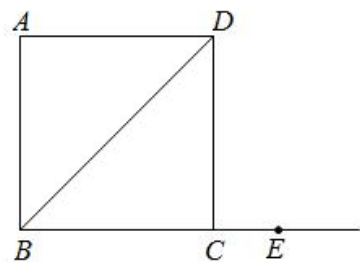


图2

28. 规定如下: 图形 M 与图形 N 恰有两个公共点(这两个公共点不重合), 则称图形 M 与图形 N 是和谐图形.

(1) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $\odot O$ 的半径为2, 若直线 $x=k$ 与 $\odot O$ 是和谐图形, 请你写出一个满足条件的 k 值, 即 $k=$ _____;

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(t, 0)$, 直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 B , C 两点(其中点 A 不与点 B 重合), 则线段 AB 与直线 l 组成的图形我们称为图形 V ;

① $t = \sqrt{3}$ 时, 以 A 为圆心, r 为半径的 $\odot A$ 与图形 V 是和谐图形, 求 r 的取值范围;

②以点 A 为圆心, $2\sqrt{3}$ 为半径的 $\odot A$ 与图形 V 均组成和谐图形, 直接写出 t 的取值范围.



参考答案

一、选择题：（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

CDBACABC

二、填空题（共 8 个小题，每空 2 分，共 16 分）

9. $x \geq 2$ 10. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 11. 57.612. 答案不唯一

13. $6\sqrt{3}$ 14. -2 15. 116. 4

三、解答题（共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17. 解： $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 4\sin 60^\circ + \sqrt{12} - (\sqrt{3} - 2)^0$
 $= 3 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} - 1 \dots\dots\dots 4$ 分
 $= 2 \dots\dots\dots 5$ 分

18. $\begin{cases} 2(x+1) \geq 3x - 5 \text{ ①} \\ \frac{4x+1}{3} > x \text{ ②} \end{cases}$

解：由①得 $x \leq 7 \dots\dots\dots 2$ 分
由②得 $x > -1 \dots\dots\dots 4$ 分
 \therefore 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 7 \dots\dots\dots 5$ 分

19. (1) \because 一元二次方程 $x^2 - 2x + 3m - 2 = 0$ 有两个实数根

$\therefore \Delta \geq 0$
 $\therefore 4 - 4(3m - 2) \geq 0 \therefore m \leq 1 \dots\dots\dots 2$ 分

(2) $\because m$ 为正整数

$\therefore m = 1 \dots\dots\dots 3$ 分

$\therefore x^2 + 2x + 1 = 0$

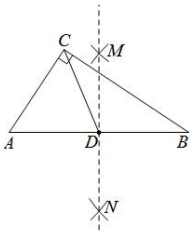
$\therefore (x+1)^2 = 0$

$\therefore x_1 = x_2 = -1 \dots\dots\dots 5$ 分

20.



(1) 补全图形.....2分



(2) 到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上.....4分

直角三角形斜边中线等于斜边的一半.....5分

21. (1) 小林: $9+4a^2$; 小明: $4-8a$ 2分

(2) $9+4a^2 > 4-8a$ 3分

证明: $(9+4a^2)-(4-8a)$

$$=4a^2+8a+5$$

$$=4(a+1)^2+1>0$$

$\therefore 9+4a^2 > 4-8a$ 5分

(其他方法酌情给分)

22. 证明:

(1) \because 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$

$$\therefore BD=DC$$

又 $\because AE \parallel BC$

$$\therefore AE \parallel DC$$

又 $\because AE=BD$

$$\therefore AE=DC$$

\therefore 四边形 $AECD$ 是平行四边形.....2分

又 $AD \perp BC$

$$\therefore \angle ADC=90^\circ$$

\therefore 平行四边形 $AECD$ 是矩形.....3分

(2) \because 矩形 $AECD$

$$\therefore CE=AD=4$$
4分

连接 ED , $\because AE \parallel DC$, $AE=BD$

\therefore 四边形 $AEDB$ 为平行四边形



$$\therefore AF=FD=\frac{1}{2}AD$$

$$\therefore AF=2 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

23. (1) \because 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 由函数 $y=x$ 平移得到

$$\therefore y=x+b \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

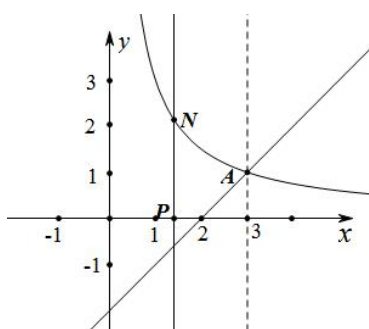
\because 与函数 $y=\frac{3}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $A(3, m)$.

$$\therefore m=1 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$\because y=x+b$ 经过 $A(3, 1)$ 点

$$\therefore b=-2$$

$$\therefore y=x-2 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

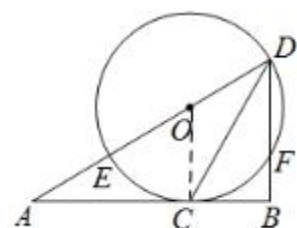


(2) $0 < n < 3 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

24. (1) 证明: 连接 OC

\because 点 C 是弧 EF 的中点

\therefore 弧 EC =弧 CF



$$\therefore \angle EDC = \angle CDB$$

$$\because OC = OD$$

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC$$

$$\therefore \angle OCD = \angle CDB$$

$$\therefore OC \parallel BD$$

$\because CA$ 为 $\odot O$ 的切线



$\therefore \angle ACO=90^\circ$

$\therefore \angle ABD=90^\circ$3 分

(2) $\because BD=3, \tan \angle DAB = \frac{3}{4}$

\therefore 在 $Rt\triangle ABD$ 中, $AB=4, AD=5$4 分

设半径为 r

$\because OC \parallel BD$

$\therefore \triangle ACO \sim \triangle ABD$5 分

$\therefore \frac{r}{3} = \frac{5-r}{5}$

$\therefore r = \frac{15}{8}$ 6 分

$\therefore \odot O$ 的半径是 $\frac{15}{8}$

25. (1) 37.....1 分

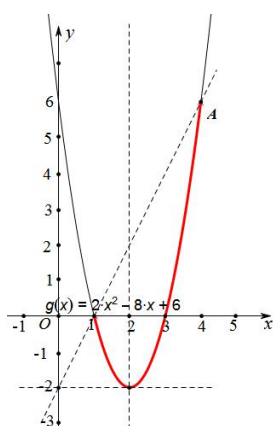
(2) 265.....2 分

(3) ①27.....3 分

② $365 \times \frac{28+25+28}{31+28+31} \approx 328$ 能达标;5 分

26. (1) $C(5,0)$ 或 $C(1,0)$2 分

(2) ① \because 任意两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$, 当 $x_1 > x_2 > 2$ 时, 总有 $y_1 > y_2$



\therefore 二次函数经过 $C(1,0)$

设二次函数解析式为 $y = a(x-1)(x-3)$

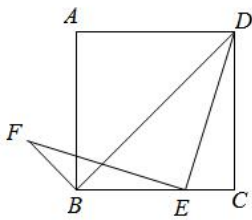
\because 经过 $A(0,6)$

$\therefore a = 2$ 3 分

∴二次函数表达式为 $y = 2x^2 - 8x + 6$ 4分

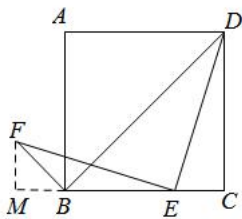
② $0 < k \leq 2$ 6分

27. (1) ①



.....2分

②作 $FM \perp CB$ 延长线于 M



∴ $\angle FMB = 90^\circ$

∵ 正方形 $ABCD$

∴ $\angle DCE = 90^\circ$

∵ $DE \perp EF$

∴ $\angle MEF + \angle DCE = 90^\circ$

∴ $\angle MEF = \angle EDC$

∵ $\angle DCE = \angle FMB = 90^\circ$, $EF = DE$

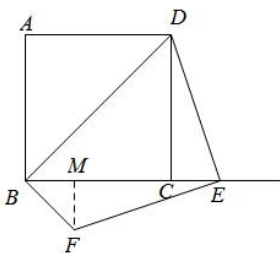
∴ $\triangle FEM \cong \triangle EDC$ 3分

∴ $EC = FM = 2$, $DC = ME = 6$

∴ $MB = 2$

∴ $\text{Rt}\triangle FMB$ 中, $BF = 2\sqrt{2}$ 4分

(2) $\sqrt{2}BE = BD + BF$ 5分





证明：作 $FM \perp CB$ 于 M

可证 $\triangle FEM \cong \triangle EDC$

$\therefore CE = MF, ME = DC$

$\therefore ME = BC$

$\therefore BM = CE = MF$

在 $\text{Rt}\triangle BMF$ 和 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，由勾股定理得

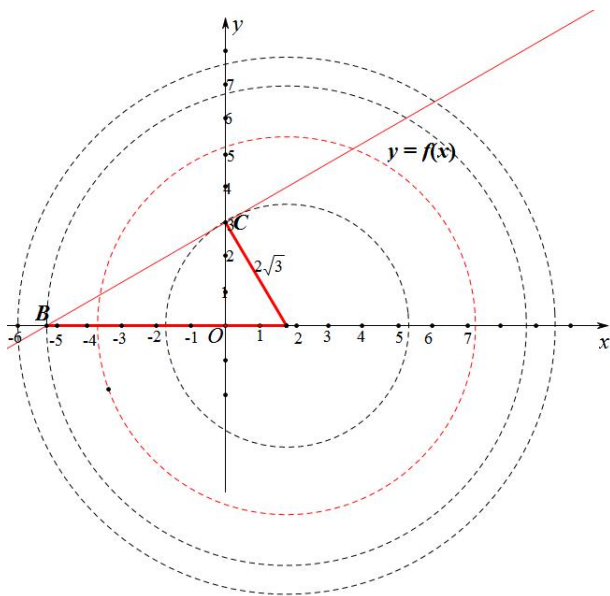
$$BC = \frac{BD}{\sqrt{2}}, CE = BM = \frac{BF}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore BE = BC + CE \therefore BE = \frac{BD}{\sqrt{2}} + \frac{BF}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \sqrt{2}BE = BD + BF \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

28. (1) 答案不唯一.....1 分

(2) ① $r \geq 4\sqrt{3}$ 或 $r = 2\sqrt{3}$ 3 分



② $t = \sqrt{3}, t = -7\sqrt{3}, -5\sqrt{3} \leq t \leq -\sqrt{3}$ 且 $t \neq -3\sqrt{3}$ 7 分