



初三下开学数学能力测评

数学

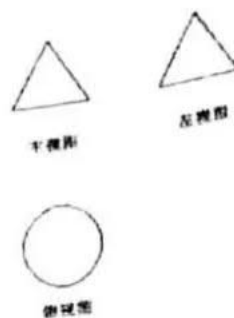
(清华附中初16级)

2019. 02

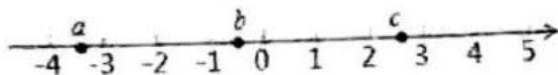
一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

1. 右图是某几何体的三视图, 则这个几何体是 ()

- A. 圆柱
- B. 正方体
- C. 三棱锥
- D. 圆锥

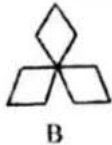


2. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是 ()



- A. $a+c > 0$
- B. $a-b > 0$
- C. $|a| > |c|$
- D. $bc > 0$

3. 下列图形中, 是中心对称图形的是 ()



A

B

C

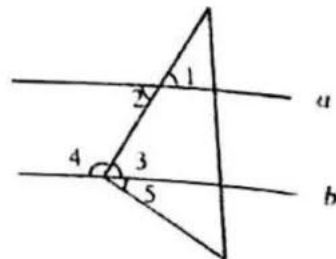
D

4. 若代数式 $\frac{x}{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 1$
- B. $x > 1$
- C. $x \neq 0$
- D. $x = 0$

5. 如图, 已知 $a \parallel b$, 直角三角板的直角顶点在直线 b 上, 若 $\angle 1 = 60^\circ$, 则下列结论错误的是 ()

- A. $\angle 5 = 40^\circ$
- B. $\angle 4 = 120^\circ$
- C. $\angle 3 = 60^\circ$
- D. $\angle 2 = 60^\circ$



考号
姓名
班
年级



6. 在做“抛掷一枚质地均匀的硬币”试验时，下列说法正确的是 ()

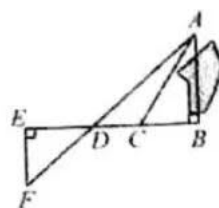
- A. 随着抛掷次数的增加，“正面朝上”的频率越来越小
- B. 不同次数的试验，“正面朝上”的频率可能会不相同

C. 当抛掷的次数很大时，“正面朝上”的次数一定占总抛掷次数的 $\frac{1}{2}$

D. 连续抛掷 3 次硬币都是正面朝上，第 4 次抛掷出现“正面朝上”的概率小于 $\frac{1}{2}$

7. 为了测量被池塘隔开的 A, B 两点之间的距离，根据实际情况，作出如图图形，其中 $AB \perp BE$, $EF \perp BE$, AF 交 BE 于点 D , C 在 BD 上，有四位同学分别测量出以下四组数据：① $BC, \angle ACB$ ；② $CD, \angle ACB, \angle ADB$ ；③ EF, DE, BD ；④ DE, DC, BC . 能根据所测数据，求出 A, B 间距离的有 ()

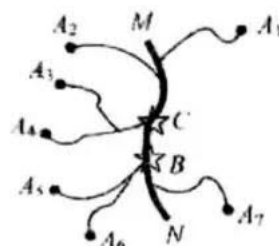
- A. 1 组
- B. 2 组
- C. 3 组
- D. 4 组



8. 如图，在公路 MN 两侧分别有 A_1, A_2, \dots, A_7 七个工厂，各工厂与公路 MN (图中粗线) 之间有小公路连接。现在需要在公路 MN 上设置一个车站，选择站址的标准是“使各工厂到车站的距离之和越小越好”。则下面结论中正确的是 ()

- ① 车站的位置设在 C 点好于 B 点；
- ② 车站的位置设在 B 点与 C 点之间公路上任何一点效果一样；
- ③ 车站位置的设置与各段小公路的长度无关。

- A. ①
- B. ②
- C. ①③
- D. ②③



120x

760

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 因式分解: $x^2 - 9y^2 = \underline{(x+3y)(x-3y)}$.

10. 若某正多边形的一个外角是 60° ，则该正多边形的内角和的度数为 $\underline{1800}$.

11. 已知 a, b 为两个连续的整数，且 $a < \sqrt{10} < b$ ，则 $a+b = \underline{7}$.

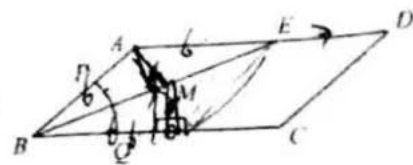
12. 请写出一组 a, b, c 的整数值，能说明命题“若 $a > b > c$ ，则 $ab > c$ ”是错误的:

$a = \underline{-2}, b = \underline{-3}, c = \underline{-4}$.

~~ab > c~~
 $-2 > -3$
 $-3 > -4$
 $-6 < -4$

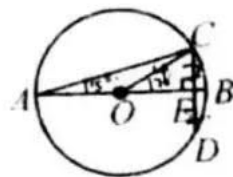


13. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=10$. 以点 B 为圆心, 以任意长为半径作弧, 分别交 BA , BC 于点 P , Q . 再分别以 P , Q 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}PQ$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle ABC$ 内交于点 M .



连接 BM 并延长交 AD 于点 E , 则 DE 的长为_____.

14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E . 如果 $\angle A=15^\circ$, 弦 $CD=4$, 那么 AB 的长是_____.



15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(1,1)$, $C(-1,-1)$, $\odot A$, $\odot C$ 的半径均为 1, $\square MONP$ 的顶点 M , N 分别在 $\odot A$, $\odot C$ 上, 则线段 OP 长度的最大值为_____.

16. 某次环保知识竞赛有 5 道选择题, 每题 1 分, 每道题在 A, B, C 三个选项中只有一个是正确的. 下表是甲、乙、丙、丁四名同学每道题填涂的答案和这 5 道题的得分:

	1	2	3	4	5	得分
甲	C ✓	C ✓	A ✓	B ✓	B ✗	4
乙	C ✓	C ✓	B ✓	B ✓	C ✗	3
丙	B ✗	C ✓	C ✓	B ✓	B ✗	2
丁	B ✗	C ✓	C ✓	B ✓	A ✓	

~~A B C~~
C A B
C B C
B C P

则丁同学的得分为_____.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27,28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\sqrt{8} - |1 - \sqrt{2}| + \tan 45^\circ + (\frac{1}{2})^{-1}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x-1 < \frac{1+x}{2}, \\ x > 3-2(x+3). \end{cases}$$



19. 阅读下列材料:

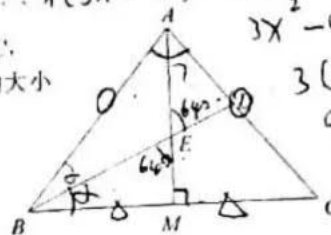
已知实数 x 满足 $x^2 = 2x + 1$, 则

$$x^3 = x \cdot x^2 = x(2x + 1) = 2x^2 + x = 2(2x + 1) + x = \underline{\quad} x + 2.$$

- (1) 请在上面的空格内填上适当的实数: $4x + 2 + x$.
 (2) 结合上述阅读材料, 解决问题:

已知实数 x 满足 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 求 $x^3 - 8x$ 的值. $x(x^2 - 8)$
 $x^2 = 3x - 1 \therefore x(3x - 1 - 8) = x(3x - 9)$

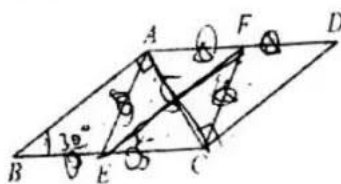
20. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, M 是边 BC 的中点, BD 平分 $\angle ABC$, 交 AM 于 E , 交 AC 于 D , 若 $\angle AED = 64^\circ$, 求 $\angle BAC$ 的度数的大小



$$\begin{aligned} & 3x^2 - 9x \\ & 3(3x - 1) - 9x \\ & 9x - 3 - 9x \\ & = -3 \end{aligned}$$

21. 如图, 已知点 E, F 分别是平行四边形 $ABCD$ 的边 BC, AD 上的中点, 且 $\angle BAC = 90^\circ$.

- (1) 求证: 四边形 $AECF$ 是菱形;
 (2) 若 $\angle B = 30^\circ, BC = 10$, 求四边形 $AECF$ 面积.



$$\begin{aligned} & 76 \\ & 64 \end{aligned}$$

22. 已知关于 x 的方程 $mx^2 + (3-m)x - 3 = 0$ (m 为非零实数).

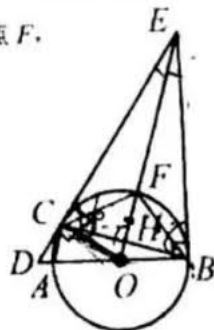
- (1) 求证: 此方程总有两个实数根;
 (2) 如果 m 为整数, 且此方程的两个实数根都为正整数, 求 m 的值.

$$\begin{aligned} & 9 - 6m + m^2 + 4x > 0 \\ & 9 - 6m + m^2 \geq 0 \\ & (3 + m)^2 \end{aligned}$$

23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 交 BA 的延长线交于点 D , 过点 B 作 $BE \perp BA$, 交 DC 延长线于点 E , 连接 OE , 交 $\odot O$ 于点 F , 交 BC 于点 H , 连接 AC .

(1) 求证: $\angle ECB = \angle EBC$;

(2) 连接 BF, CF , 若 $CF = 6, \sin \angle FCB = \frac{3}{5}$, 求 AC 的长.





24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象与一次函数 $y = kx + b$ 的图象的

交点分别为 $P(m, 2)$, $Q(-2, n)$.

(1) 求一次函数的表达式;

(2) 过点 Q 作平行于 y 轴的直线, 点 M 为此直线上的一点, 当 $MQ = PQ$ 时, 直接写出点 M 的坐标.

$$\begin{aligned} 4 &= 2k + 2b \\ -1 &= -2k + b \\ 3 &= 3b \end{aligned}$$

25. 地球环境问题已经成为我们日益关注的问题. 学校为了普及生态环保知识, 提高学生生态环境保护意识, 举办了“我参与, 我环保”的知识竞赛. 以下是从初一、初二两个年级随机抽取 20 名同学的测试成绩进行调查分析, 成绩如下:

初一: 76 88 93 65 78 94 89 68 95 50
初二: 89 88 89 89 77 94 87 88 92 91
99 72 97 76 99 74 99 73 98 74

3x88
4x89

(1) 根据上表中的数据, 将下列表格补充完整:

整理、描述数据:

成绩 x 人数 班级	$50 \leq x \leq 59$	$60 \leq x \leq 69$	$70 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 100$
初一	1	2	3		6
初二	0	1	10	1	8

(说明: 成绩 90 分及以上为优秀, 80~90 分为良好, 60~80 分为合格, 60 分以下为不合格)

分析数据:

年级	平均数	中位数	众数
初一	84	88.5	
初二	84.25		74

(2) 得出结论:

你认为哪个年级掌握生态环保知识水平较好并说明理由. (至少从两个不同的角度说明推断的合理性).

$$0 = -2 + 2b + 2c$$

$$3 + c$$

$$\begin{aligned} 1 &= -3 + b \\ 4 &= b \end{aligned}$$

$$0 = -3 + b \quad b = -3 \quad 0 = -1 - 3 + c \quad c = 4$$

26. 如图， 2×2 网格（每个小正方形的边长为 1）中有 $A, B, C, D, E, F, G, H, O$ 九个格点，抛物线 Ω 的解析式为 $y = (-1)^n x^2 + bx + c$ （ n 为正整数）。

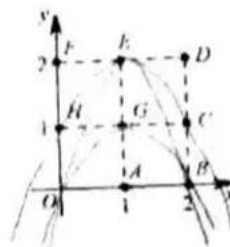
(1) n 为奇数，且 Ω 经过点 $H(0,1)$ 和 $C(2,1)$ ，求 b, c 的值，

并直接写出哪个格点是该抛物线的顶点；

(2) n 为偶数，且 Ω 经过点 $A(1,0)$ 和 $B(2,0)$ ，通过计算说明

点 $F(0,2)$ 和 $H(0,1)$ 是否在该抛物线上；

(3) 若 Ω 经过这九个格点中的三个，直接写出所有满足这样条件的抛物线条数。

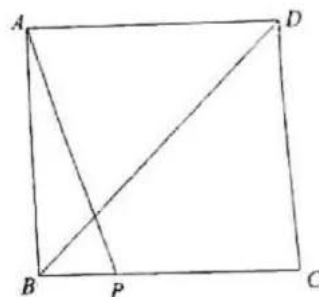


27. 已知点 P 在正方形 $ABCD$ 的边 BC 上，过点 P 作垂直于 AP 的直线 l ，过点 C 作平行于 BD 的直线 m ，直线 l 与直线 m 相交于点 Q ，连结 AQ 交 BD 于点 E ，连结 PE 。

(1) 依题意补全图形；

(2) 求证： $PA=PQ$ ；

(3) 探究 线段 AB, BP, PE 之间的数量关系，并给予证明。



28. 如果在图形 M 上存在两个不同的点 S, T ，使得 $\angle SPT = 90^\circ$ ，则称点 P 为图形 M 的“友好点”。

在平面直角坐标系 xOy 中， $A(-2,0), B(2,0), C(0,2\sqrt{3})$ 。

(1) 在点 $H(1,1), I(2,1), J(\sqrt{3},1)$ 中，线段 AB 的“友好点”的有_____；

(2) 在直线 $y = \sqrt{3}x + b$ 上存在线段 BC 的“友好点”，求实数 b 的取值范围；

(3) 如果点 D 在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上， $\odot D$ 的半径为 1，若 $\odot D$ 上存在 $\triangle ABC$ 的“友好点”，求点 D 的横坐标的取值范围。

