北京市西城区2023—2024学年度第一学期期末试卷

九年级数学答案及评分参考

2024.1

一、选择题（共16分，每题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	A	B	B	C	D	D	D

二、填空题（共16分，每题2分）

9．$(-2,3)$．　10．$x_1=5$，$x_2=-5$．　11．$>$．　12．9．

13．答案不唯一，如 $y=x^2$．　14．70，圆内接四边形的对角互补.

15．$l-\dfrac{\pi d}{12}$．　16．②③.

三、解答题（共68分，第17-18题，每题5分，第19题6分，第20-23题，每题5分，第24-26题，每题6分，第27-28题，每题7分）

17．$x^2-6x+3=0$．

解：$a=1$，$b=-6$，$c=3$．……………………1分

$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times1\times3=24>0$．……………………2分

方程有两个不相等的实数根

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{24}}{2\times1}=\dfrac{6\pm2\sqrt{6}}{2}$ ……………………3分

$=3\pm\sqrt{6}$．

原方程的根为 $x_1=3+\sqrt{6}$，$x_2=3-\sqrt{6}$．……………………5分

18．解：（1）$y=2x^2-4x+5$

$=2(x^2-2x+1-1)+5$

$=2(x-1)^2-2+5$

$=2(x-1)^2+3$．……………………3分

（2）答案不唯一，如：把抛物线 $y=2x^2$ 先向右平移1个单位长度，再向上平移3个单位长度. ……………………5分

19．解：（1）掷一次正方体M时，所有可能出现的数字为0，1，2，3，4，5，共6种结果，并且这6种结果的可能性相等，其中出现的奇数为1，3，5.

所以，P（出现“奇数”）$=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$．……………………2分

（2）用列表法列出所有可能的结果，其中符合题意的结果标记如下：

N \ M	0	1	2	3	4	5
0	00	$\underline{10}$	$\underline{20}$	$\underline{30}$	40	50
1	$\underline{01}$	$\underline{11}$	$\underline{21}$	$\underline{31}$	41	51
2	$\underline{02}$	$\underline{12}$	$\underline{22}$	32	42	52
6	$\underline{06}$	$\underline{16}$	$\underline{26}$	36	46	56
7	$\underline{07}$	$\underline{17}$	$\underline{27}$	37	47	57
8	$\underline{08}$	$\underline{18}$	$\underline{28}$	38	48	58

所以 P（能组成一月的一个日期）$=\dfrac{19}{36}$． ……………………………… 6 分

20．解：（1）-3； ……………………………………………………………………… 1 分

（2）函数 $y=x^2-2x+c$ 的图象如图 1 所示．

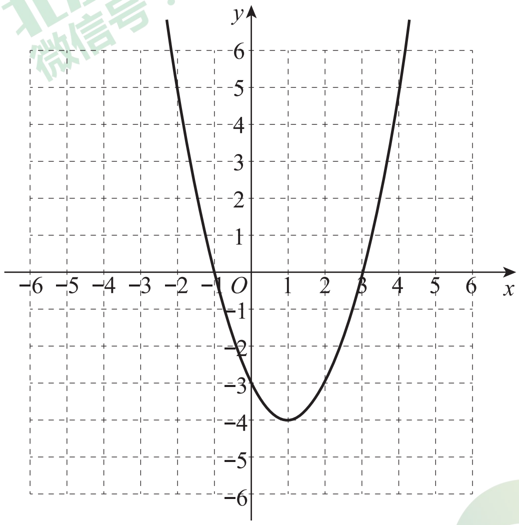

图 1 ……………………………………………… 3 分

（3）$-4\leqslant y<5$． ………………………………………………………………… 5 分

21．（1）证明：$\Delta=[-(m+2)]^2-4\times1\times(m+1)$ ……………………………… 1 分

$=m^2+4m+4-4m-4$

$=m^2$．

∵ 无论 m 取何实数，都有 $m^2\geqslant0$，

∴ 此方程总有两个实数根． …………………………………………… 2 分

（2）解：解方程得 $x=\dfrac{(m+2)\pm m}{2}$．

∴ $x=m+1$，或 $x=1$． ……………………………………………………… 3 分

∵ 此方程的一根是另一根的 2 倍，

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

$\therefore\ m+1=2$，或 $2(m+1)=1$．

解得 $m=1$，或 $m=-\dfrac{1}{2}$．…………………………………………………… 5 分

22．解：如图 2，连接 OA．

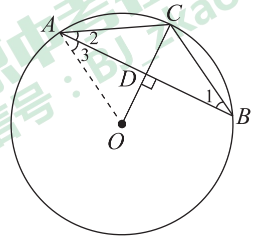

图 2

∵ AB 是⊙O 的弦，$OC\perp AB$，$AB=6$，

$\therefore\ AD=BD=\dfrac{AB}{2}=3$，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$．………… 1 分

$\therefore\ \angle 1=\angle 2$．

∵ $\angle ACB=120°$，

$\therefore\ \angle 1=\angle 2=\dfrac{1}{2}(180°-\angle ACB)=30°$．

$\therefore\ \angle O=2\angle 1=60°$．………………………… 2 分

$\therefore\ \angle 3=90°-\angle O=30°$．

在 Rt$\triangle AOD$ 中，$\angle ODA=90°$，$\angle 3=30°$，$AD=3$．

设 $OD=x$，则 $OA=2x$，

$AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\sqrt{3}x$．

$\therefore\ \sqrt{3}x=3$．

解得 $x=\sqrt{3}$．…………………………… 4 分

$\therefore\ OA=2\sqrt{3}$，即⊙O 的半径$=2\sqrt{3}$．

…………………………………………… 5 分

23．解：（1）画图见图 3；……………………… 3 分

（2）$C'(2,-1)$；……………………………… 4 分

（3）90．………………………………………… 5 分

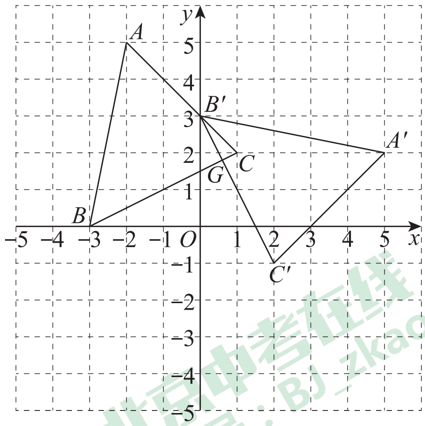

图 3

24．（1）证明：如图 4．

设 $\angle FAD=\alpha$．

∵ $\angle FAD=\dfrac{1}{2}\angle ABC$，

$\therefore\ \angle ABC=2\alpha$．

∵ $AB=BC$，

$\therefore\ \angle BAC=\angle C=\dfrac{180°-\angle ABC}{2}=90°-\alpha$．

$\therefore\ \angle BAF=\angle BAC+\angle FAC=90°$．

$\therefore\ AF\perp OA$．………………………… 1 分

$\therefore\ AF$ 是⊙O 的切线．……………… 2 分

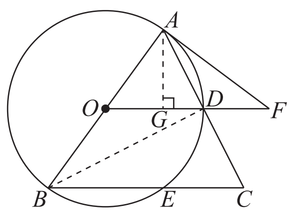

图 4

（2）解：如图 4，连接 BD，作 $AG\perp OD$ 于点 G，则 $\angle AGO=\angle AGD=90°$．

∵ AB 是⊙O 的直径，

$\therefore$ $\angle ADB=90°$ ． ……………………………………………………… 3 分

$\because$ $AB=BC$，

$\therefore$ $AD=DC=\dfrac{1}{2}AC$．

设⊙O 的半径为 r．

$\because$ $DF=4$，

$\therefore$ $OF=r+4$．

在 Rt△AOF 中，$\angle OAF=90°$ ，$OA=r$，$AF=8$，$OF=r+4$．

$\because$ $OA^2+AF^2=OF^2$，

$\therefore$ $r^2+8^2=(r+4)^2$．

解得 $r=6$. ……………………………………………………… 4 分

$\therefore$ $OA=OD=6$，$OF=10$．

$\therefore$ $AG=\dfrac{OA\times AF}{OF}=\dfrac{6\times 8}{10}=\dfrac{24}{5}$．

在 Rt△AOG 中，$OG=\sqrt{OA^2-AG^2}=\sqrt{6^2-(\dfrac{24}{5})^2}=\dfrac{18}{5}$．

$\therefore$ $DG=OD-OG=6-\dfrac{18}{5}=\dfrac{12}{5}$．

在 Rt△ADG 中，$AD=\sqrt{AG^2+DG^2}=\sqrt{(\dfrac{24}{5})^2+(\dfrac{12}{5})^2}=\dfrac{12}{5}\sqrt{5}$．

$\therefore$ $AC=2AD=\dfrac{24}{5}\sqrt{5}$． ……………………………………………… 6 分

25．解：（1）画图见图 5． ……………………………………………………… 2 分

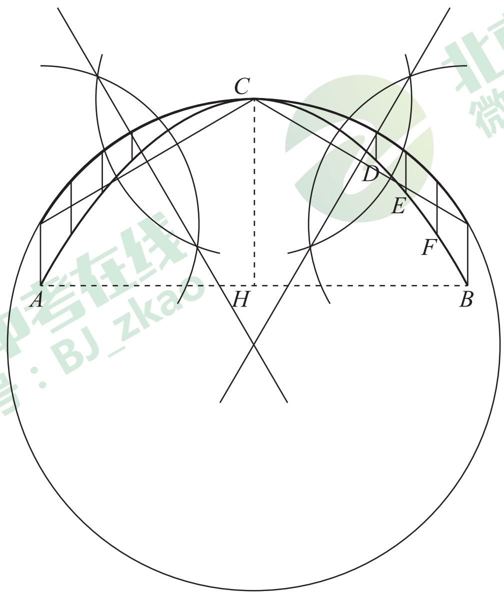

图 5

（2）建立平面直角坐标系的方法不 ：

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

如图 6，以点 C 为原点，直线 HC 为 y 轴，建立如图所示的平面直角坐标系.

∴ 拱线 $\boldsymbol{N}$ 上的点 $A(-7,-6.125)$，$B(7,-6.125)$，$C(0,0)$，$D(4,-2)$，$E(5,-3.125)$，$F(6,-4.5)$.

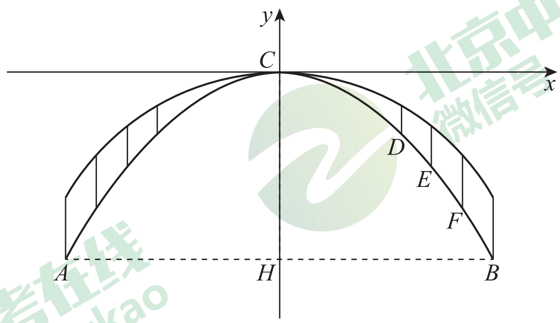

图 6

选取拱线 N 上的 A，B，C 三点，求过这三点的抛物线对应的函数解析式.

由已知可得 A，B 两点关于直线 HC 对称，点 C 为最高点，可设过 A，B，C 三点的抛物线对应的函数解析式为 $y=ax^2$. ………………………………… 3 分

由抛物线过点 $B(7,-6.125)$，可得 $-6.125=a\times 7^2$.

解得 $a=-0.125$.

∴ 过 A，B，C 这三点的抛物线对应的函数解析式为 $y=-0.125x^2$.

……………………………………………………………………………… 4 分

当 $x=4$ 时，$y=-0.125\times 4^2=-2$；

当 $x=5$ 时，$y=-0.125\times 5^2=-3.125$；

当 $x=6$ 时，$y=-0.125\times 6^2=-4.5$.

∴ D，E，F 三点都在抛物线 $y=-0.125x^2$ 上. ………………………… 6 分

26．解：（1）$x=1$；……………………………………………………………………………1 分

（2）$y=a(x-1)^2+4-a$.

∵ $A(t,y_1)$，$B(t+1,y_2)$，$C(t+3,y_3)$ 都在抛物线 $y=ax^2-2ax+4$（$a>0$）上，

∴ $y_1=a(t-1)^2+4-a$，$y_2=at^2+4-a$，$y_3=a(t+2)^2+4-a$.

∵ $y_1>y_3\geqslant y_2$，

∴ $y_1-y_3>0$ 且 $y_3-y_2\geqslant 0$.

$y_1-y_3=a(t-1)^2-a(t+2)^2=-3a(2t+1)$，$y_3-y_2=a(t+2)^2-at^2=4a(t+1)$.

由 $a>0$，$y_1-y_3>0$，可得 $2t+1<0$，解得 $t<-\dfrac{1}{2}$.

由 $a>0$，$y_3-y_2\geqslant 0$，可得$t+1\geqslant 0$，解得$t\geqslant -1$.

综上，$-1\leqslant t<-\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………………4 分

（3）$0<a<\dfrac{16}{3}$. …………………………………………………………………………6 分

27．解：（1）补全图形见图 7；…………………………………………………………1 分

45；……………………………………………………………………………………………2 分

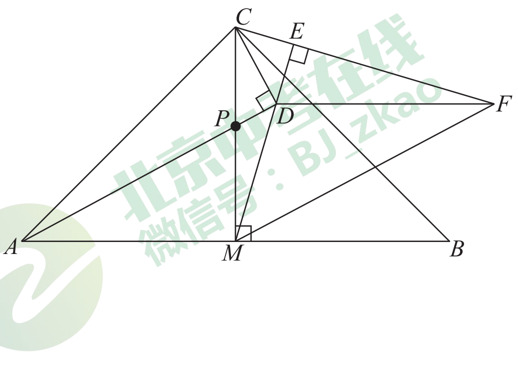

图 7

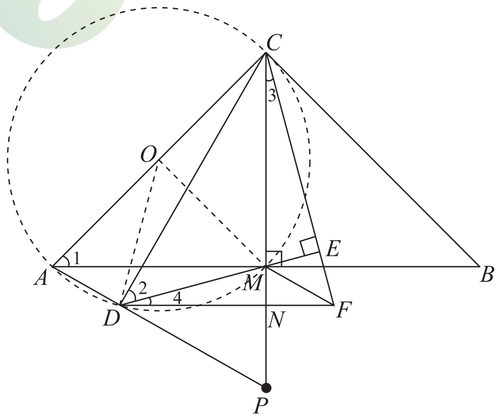

图 8

（2）$DF=AM$；………………………………………………………………………………3 分

证明：如图 8，取 AC 的中点 O，连接 OM，OD，记 DF 与 CP 的交点为 N.

∵ $AC=BC$，$CM\perp AB$ 于点 M，

∴ $AM=BM$.

又∵ $\angle ACB=90°$，

∴ 在 Rt△ACB 中，$CM=\dfrac{AB}{2}=AM$.

∴ $\angle 1=\angle ACM=45°$.

∵ $CM\perp AB$，$CD\perp AP$，

∴ Rt△ACM 与 Rt△ACD 有公共的斜边 AC.

∴ $OD=OM=\dfrac{AC}{2}=OA=OC$.

∴ 点 D，M，C，A 在同一圆上，且此圆的直径为 AC.

∴ $\angle 2=\angle 1=45°$.

∵ $CE\perp MD$ 于点 E，

∴ 在 Rt△CDE 中，$\angle DCE=90°-\angle 2=45°$.

∴ $\angle DCE=\angle 2=45°$.

∴ $CE=DE$.

∵ $DF \parallel AB$，

∴ $\angle DNC = \angle AMC = 90°$.

∴ $\angle 3 = 90° - \angle CME$， $\angle 4 = 90° - \angle DMN$.

又∵ $\angle CME = \angle DMN$，

∴ $\angle 3 = \angle 4$.

在 Rt△CME 和 Rt△DFE 中，

$$\begin{cases} \angle 3 = \angle 4, \\ \angle MEC = \angle FED = 90°, \\ CE = DE, \end{cases}$$

∴ △CME≌△DFE.

∴ $CM = DF$.

∴ $DF = AM$. ………………………………………………………… 6 分

（3）$2\sqrt{5} - 2$. ………………………………………………………… 7 分

28．解：（1）B，C；………………………………………………………… 2 分

（2）①2；………………………………………………………………… 3 分

②当 α=30°时，设点 P 绕点 S 顺时针旋转 30° 得到点 P'， 则 $SP' = SP$.

如图 9，将 x 轴作一次“α 对称旋转”后得到直线 $y = -1$，

又∵ $QT \perp x$ 轴，点 P 经过一次“α 对称旋转”得到点 Q，

∴ 点 Q 的坐标为 $Q(1, -1)$.

∵ 点 P' 绕点 T 逆时针旋转 30° 得到点 Q，

∴ $P'T = QT = 1$， $\angle P'TQ = 30°$.

∴ $\angle STP' = 90° - \angle P'TQ = 60°$.

又∵ $\angle TSP' = 30°$，

∴ $\angle SP'T = 180° - \angle STP' - \angle TSP' = 90°$.

∵ ST=2，

∴ $SP' = \sqrt{ST^2 - P'T^2} = \sqrt{3}$.

∴ $SP = SP' = \sqrt{3}$.

∴ 点 P 的坐标为 $P(-1+\sqrt{3}, 0)$. ……………5 分

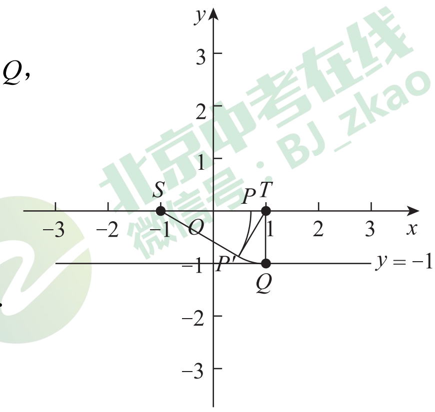

图 9

（3）0°<α≤30° 或 150° ≤α≤180° . ……………………………………… 7 分

北京中考在线 微信号：BJ_zkao