

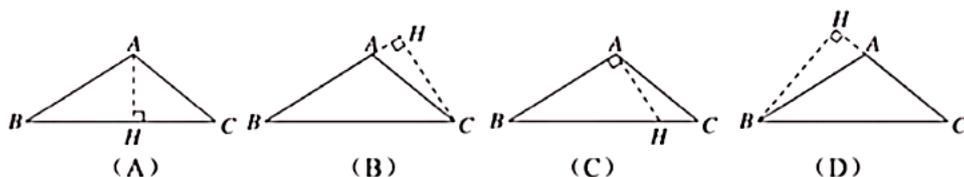


考生须知  
 1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题. 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.  
 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号.  
 3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效, 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答.  
 4. 考试结束, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 如图所示在  $\triangle ABC$  中, AB 边上的高线画法正确的是

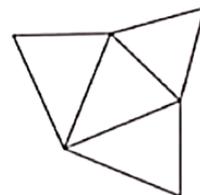


2. 下列各式计算正确的是

- (A)  $2 \cdot 3 = 5$       (B)  $2 + 3x^2 = 4x^4$       (C)  $x^8 \div x^2 = 4$       (D)  $(3x^2y)^2 = 6x^4y^2$

3. 如图是某几何体的展开图. 则该几何体是

- (A) 三棱柱      (B) 四棱柱      (C) 三棱锥      (D) 四棱锥

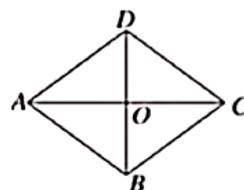


4. 不等式  $\frac{x}{2} > 2$  的解集在数轴上的表示正确的是



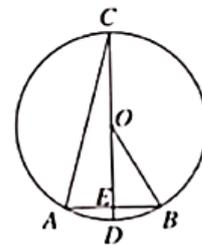
5. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AC=8$ ,  $BD=6$ ,  $AD=5$ , 则  $\square ABCD$  的面积为

- (A) 6      (B) 12  
 (C) 24      (D) 48



6. 如图, AB 是  $\odot O$  的弦, 直径 CD 交 AB 于点 E, 若  $AE=EB=3$ ,  $\angle C=15^\circ$ , 则 OE 的长为

- (A)  $\sqrt{3}$       (B) 4  
 (C) 6      (D)  $3\sqrt{3}$



7. 为了迎接 2022 年的冬奥会, 中小学都积极开展冰上运动, 小乙和小丁进行 500 米短道速滑比赛, 他们的五次成绩(单位:秒)如下表所示:

	1	2	3	4	5
小乙	45	63	55	52	60
小丁	51	53	58	56	57

设两人的五次成绩的平均数依次为  $\bar{x}_乙$ ,  $\bar{x}_丁$ , 成绩的方差依次为  $S_乙^2$ ,  $S_丁^2$ , 则下列判断中正确的是

- (A)  $\bar{x}_Z = \bar{x}_T, S_Z^2 < S_T^2$  (B)  $\bar{x}_Z = \bar{x}_T, S_Z^2 > S_T^2$   
 (C)  $\bar{x}_Z > \bar{x}_T, S_Z^2 > S_T^2$  (D)  $\bar{x}_Z < \bar{x}_T, S_Z^2 < S_T^2$

8. 某农科所在相相条件下做某作物种子发芽率的实验，结果如下表所示：

种子个数	200	300	500	700	800	900	1000
发芽种子个数	187	282	435	624	718	814	901
发芽种子频率	0.935	0.940	0.870	0.891	0.898	0.904	0.901

下面有四个推断：

- ①种子个数是 700 时，发芽种子的个数是 624. 所以种子发芽的概率是 0.891；  
 ②随着参加实验的种子数量的增加，发芽种子的频率在 0.9 附近摆动，显示出一定的稳定性. 可以估计种子发芽的概率约为 0.9(精确到 0.1)；  
 ③实验的种子个数最多的那次实验得到的发芽种子的频率一定是种子发芽的概率；  
 ④若用频率估计种子发芽的概率约为 0.9，则可以估计 1000kg 种子大约有 100kg 的种子不能发芽。

其中合理的是

- (A) ①② (B) ③④ (C) ②③ (D) ②④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若代数式  $\frac{x-2}{x+1}$  有意义，则 x 的取值范围是\_\_\_\_\_。

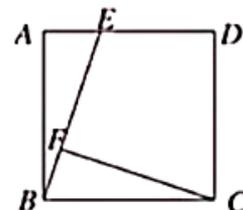
10. 因式分解： $a^3 - 6^2 + 9a =$ \_\_\_\_\_。

11. 圆心角为  $80^\circ$ ，半径为 3 的扇形的面积为\_\_\_\_\_。

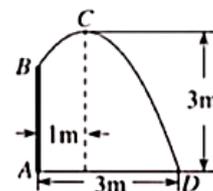
12. 请添加一个条件，使得菱形 ABCD 为正方形，则此条件可以为\_\_\_\_\_。

13. 一冰箱生产厂家对某地区两个经销本厂家冰箱的大型商场进行调查，产品的销售量占这两个商场同类产品销售量的 45%，由此在广告中宣传，他们的产品销售量在国内同类产品销售量中占 45%，请你根据所学的统计知识，判断这个宣传数据是否可靠：\_\_\_\_\_（填是或否），理由是\_\_\_\_\_。

14. 如图，正方形 ABCD，E 是 AD 上一点， $AE = \frac{1}{3}AD = 1$ ， $CF \perp BE$  于 F，则 BF 的长为\_\_\_\_\_。



15. 如图，在喷水池的中心 A 处竖直安装一个水管 AB，水管的顶端安有一个喷水池，使喷出的抛物线形水柱在与池中心 A 的水平距离为 1m 处达到最高点 C，高度为 3m，水柱落地点 D 离池中心 A 处 3m，以水平方向为 x 轴，建立平面直角坐标系，若选取 A 点为坐标原点时的抛物线的表达式为  $y = -\frac{3}{4}(x-1)^2 + 3 (0 \leq x \leq 3)$ ，则选取点 D 为坐标原点时的抛物线表达式为\_\_\_\_\_，水管 AB 的长为\_\_\_\_\_m。



16. 北京市世界园艺博览会（简称“世园会”）园区 4 月 29 日正式开园，门票价格如下：

票种		票价（元/人）
指定日	普通票	160
	优惠票	100
平日	普通票	120
	优惠票	80

注 1：“指定日”为开园日（4 月 29 日）、五一劳动节（5 月 1 日）、端午节、中秋节、十一假期（含闭园日），“平日”为世园会会期除“指定日”外的其他日期；

注2: 六十周岁及以上老人、十八周岁以下的学生均可购买优惠票;

注3: 提前两天及以上在线上购买世园会门票, 票价可打九折, 但仅限于普通票。

某大家庭计划在6月1日集体入园参观游览, 通过计算发现: 若提前两天线上购票所需费用为996元, 而入园当天购票所需费用为1080元, 则该家庭中可以购买优惠票的有\_\_\_\_\_人。

三、解答题(本题共68分, 第17-22题, 每小题5分, 第23-26题, 每小题6分, 第27, 第28题, 每小题7分) 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

17. 下面是小华设计的“作一个角等于已知角的2倍”的尺规作图过程。

已知:  $\angle AOB$ 。

求作:  $\angle APC$ , 使得  $\angle APC = 2\angle AOB$ 。

作法: 如图,

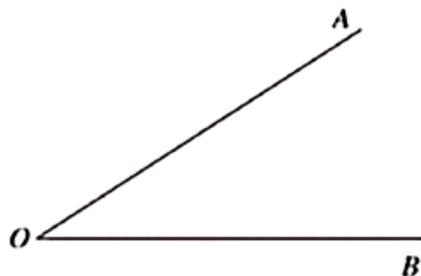
①在射线OB上任取一点C;

②作线段OC的垂直平分线, 交OA于点P, 交OB于点D;

③连接PC;

所以  $\angle APC$  即为所求作的角。

根据小华设计的尺规作图过程,



(1) 使用直尺和圆规补全图形(保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明(说明: 括号里填写推理的依据)。

证明:  $\because DP$  是线段  $OC$  的垂直平分线,

$\therefore OP =$  \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)

$\therefore \angle O = \angle PCO$ 。

$\because \angle APC = \angle O + \angle PCO$  (\_\_\_\_\_)

$\therefore \angle APC = 2\angle AOB$ 。

18. 计算:  $\sqrt{3}\tan 60^\circ - \sqrt[3]{8} - (-2)^{-2} + |-\sqrt{2}|$

19. 已知  $y^2 - 2xy - 1 = 0$ , 求代数式  $(-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 3y^2$  的值。

20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $(m-2)x^2 + 3x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根。

(1) 求  $m$  的取值范围;

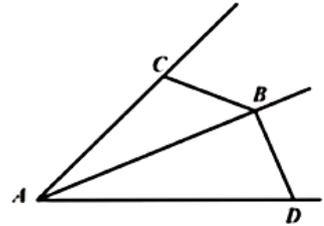
(2) 若方程的两个根都是有理数, 请选择一个合适的  $m$ , 并求出此方程的根。



21. 如图, AB 平分  $\angle CAD$ ,  $\angle ACB + \angle ADB = 180^\circ$ ,

(1) 求证:  $BC = BD$

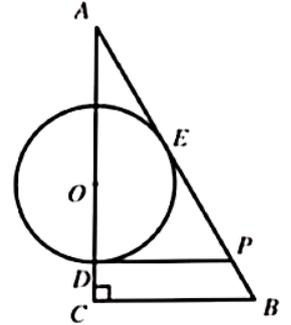
(2) 若  $BD = 10$ ,  $\cos \angle ADB = \frac{2}{5}$ , 求  $AD - AC$  的值.



22. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 点 O 在边 AC 上,  $\odot O$  与边 AC 相交于点 D、与边 AB 相切于点 E, 过点 D 作  $DP \parallel BC$  交 AB 于点 P.

(1) 求证:  $PD = PE$ ;

(2) 连接 CP, 若点 E 是 AP 的中点,  $OD : DC = 2 : 1$ ,  $CP = 13$ , 求  $\odot O$  的半径.



23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(-3, 2)$ ,  $B(0, 1)$ , 将线段 AB 沿 x 轴的正方向平移  $n$  ( $n > 0$ ) 个单位, 得到线段  $A'$ ,  $B'$  恰好都落在反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $m \neq 0$ ) 的图象上.

(1) 用含  $n$  的代数式表示点  $A'$ ,  $B'$  的坐标;

(2) 求  $n$  的值和反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $m \neq 0$ ) 的表达式;

(3) 点 C 为反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $m \neq 0$ ) 图象上的一个动点, 直线  $CA'$  与 x 轴交于点 D, 若  $CD = 2A'D$ , 请直接写出点 C 的坐标.

24. 如图, P 是矩形 ABCD 内部的一点, M 是 AB 边上一动点, 连接 MP 并延长与矩形 ABCD 的一边交于点 N, 连接 AN. 已知  $AB = 6\text{cm}$ , 设 A, M 两点间的距离为  $x\text{cm}$ , M, N 两点间的距离为  $y_1\text{cm}$ , A, N 两点间的距离为  $y_2\text{cm}$ .

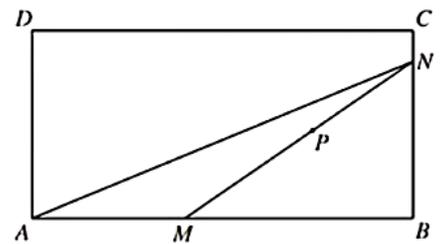
小欣根据学习函数的经验, 分别对函数  $y_1$ ,  $y_2$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究.

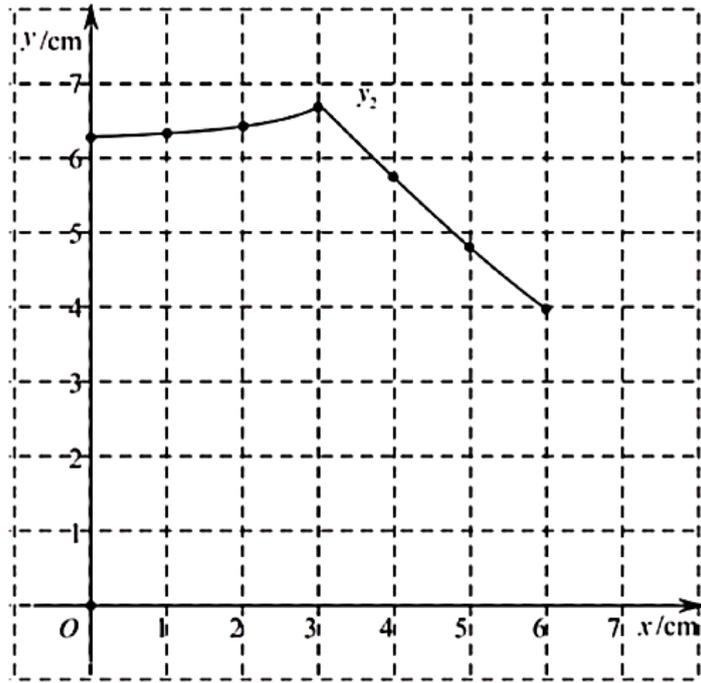
下面是小欣的探究过程, 请补充完整:

(1) 按照下表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量, 分别得到了  $y_1$ ,  $y_2$  与  $x$  的几组对应值;

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1/\text{cm}$	6.30	5.40		4.22	3.13	3.25	4.52
$y_2/\text{cm}$	6.30	6.34	6.43	6.69	5.75	4.81	3.98

(2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出以补全后的表中各组对应值所对应的点  $(x, y_1)$ , 并画出函数  $y_1$  的图象;





(3) 结合函数图象，解决问题：当 $\triangle AMN$ 为等腰三角形时，AM 的长度约为\_\_\_\_\_cm。

25. 为了响应全民阅读的号召，某社区开展了为期一年的“读书伴我行”阅读活动，在阅读活动开展之初，随机抽取若干名社区居民，对其年阅读量（单位：本）进行了调查统计与分析，结果如下：

平均数	中位数	众数	最大值	最小值	方差
6.9	7.5	8	16	1	18.69

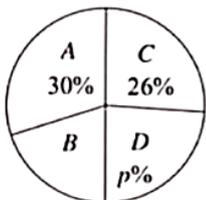
经过一年的“读书伴我行”阅读活动，某社区再次对这部分居民的年阅读量进行调查，并对收集的数据进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息。

a. 居民的年阅读量统计表如下：

阅读量	2	4	5	8	9	10	11	12	13	16	21
人数	5	5	5	3	2	m	5	5	3	7	p

b. 分组整理后的居民阅读量统计表、统计图如下：

组别	阅读量/本	频数
A	$1 \leq x < 6$	15
B	$6 \leq x < 11$	
C	$11 \leq x < 16$	13
D	$16 \leq x \leq 21$	



c. 居民阅读量的平均数、中位数、众数、最大值、最小值、方差如下：

平均数	中位数	众数	最大值	最小值	方差
10.4	10.5	q	21	2	30.83

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 样本容量为\_\_\_\_\_；

(2)  $m=$  \_\_\_\_\_;  $p=$  \_\_\_\_\_;  $q=$  \_\_\_\_\_;

(3) 根据社区开展“读书伴我行”阅读活动前、后随机抽取的部分居民阅读量的两组调查结果，请至少从两个方面对社区开展阅读活动的效果进行评价。

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$

(1) 求抛物线的对称轴（用含  $m$  的式子去表示）；

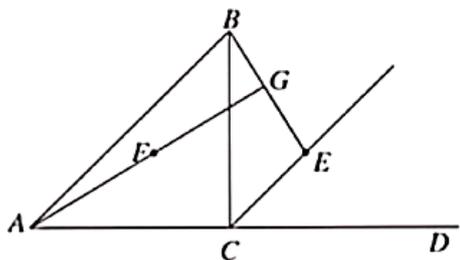
(2) 若点  $(m-2, y_1)$ ， $(m, y_2)$ ， $(m+3, y_3)$  都在抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$  上，则  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  的大小关系为 \_\_\_\_\_；

(3) 直线  $y = -x + b$  与  $x$  轴交于点  $A(3, 0)$ ，与  $y$  轴交于点  $B$ ，过点  $B$  作垂直于  $y$  轴的直线  $l$  与抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$  有两个交点，在抛物线对称轴右侧的点记为  $P$ ，当  $\triangle OAP$  为钝角三角形时，求  $m$  的取值范围。

27. 如图在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $E$  为外角  $\angle BCD$  平分线上一动点（不与点  $C$  重合），点  $E$  关于直线  $BC$  的对称点为  $F$ ，连接  $BE$ ，连接  $AF$  并延长交直线  $BE$  于点  $G$ 。

(1) 求证： $AF = BE$ ；

(2) 用等式表示线段  $FG$ ， $EG$  与  $CE$  的数量关系，并证明。



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$ ， $Q$ ，给出如下定义：若  $P$ ， $Q$  为某个三角形的顶点，且边  $PQ$  上的高  $h$ ，满足  $h = PQ$ ，则称该三角形为点  $P$ ， $Q$  的“生成三角形”。

(1) 已知点  $A(4, 0)$

①若以线段  $OA$  为底的某等腰三角形恰好是点  $O$ ， $A$  的“生成三角形”，求该三角形的腰长；

②若  $Rt\triangle ABC$  是点  $A$ ， $B$  的“生成三角形”，且点  $B$  在  $x$  轴上，点  $C$  在直线  $y = 2x - 5$  上，则点  $B$  的坐标为 \_\_\_\_\_；

(2)  $\odot T$  的圆心为点  $T(2, 0)$ ，半径为 2，点  $M$  的坐标为  $(2, 6)$ ， $N$  为直线  $y = x + 4$  上一点，若存在  $Rt\triangle MND$ ，是点  $M$ ， $N$  的“生成三角形”，且边  $ND$  与  $\odot T$  有公共点，直接写出点  $N$  的横坐标  $x_N$  的取值范围。

