



# 2020 北京石景山初三（上）期末

## 数 学

学校\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 准考证号\_\_\_\_\_

考  
生  
须  
知

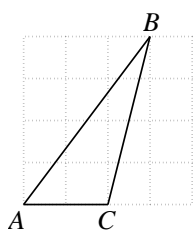
1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

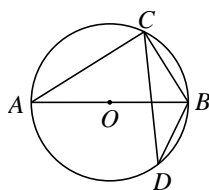
下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图， $\triangle ABC$  的顶点都在正方形网格的格点上，则  $\cos \angle BAC$  的值为

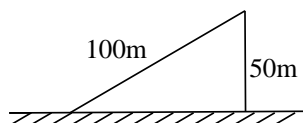
- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$



第 1 题



第 2 题



第 3 题

2. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $CD$  是弦，若  $\angle CDB = 32^\circ$ ，则  $\angle CBA$  的度数为

- A.  $68^\circ$       B.  $58^\circ$       C.  $64^\circ$       D.  $32^\circ$

3. 如图，某斜坡的长为 100m，坡顶离水平地面的距离为 50m，则这个斜坡的坡度为

- A.  $30^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

4. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  上部分点的横坐标  $x$  与纵坐标  $y$  的对应值如下表：

$x$	...	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	-4	0	2	2	0	-4	...

下列结论：

- ① 抛物线开口向下；      ② 当  $x > 1$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小；  
 ③ 抛物线的对称轴是直线  $x = \frac{1}{2}$ ；      ④ 函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的最大值为 2.

其中所有正确的结论为

A. ①②③

B. ①③

C. ①③④

D. ①②③④

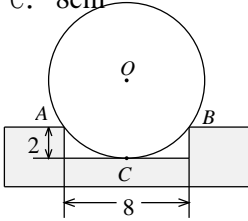
5. 为了测量一个铁球的直径，将该铁球放入工件槽内，测得的有关数据如图所示（单位：cm），则该铁球的直径为

A. 12cm

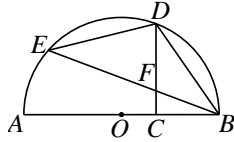
B. 10cm

C. 8cm

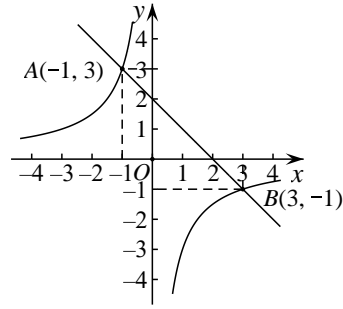
D. 6cm



第 5 题



第 6 题



第 7 题

6. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $C$  是线段  $OB$  上的一点（不与点  $B$  重合）， $D, E$  是半圆上的点且  $CD$  与  $BE$  交于点  $F$ 。用①  $DB = DE$ ，②  $DC \perp AB$ ，③  $FB = FD$  中的两个作为题设，余下的一个作为结论组成一个命题，则组成真命题的个数为

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

7. 一次函数  $y_1 = ax + b (a \neq 0)$  与反比例函数  $y_2 = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  在同一平面直角坐标系  $xOy$  中的图象如图所示，当  $y_1 > y_2$  时， $x$  的取值范围是

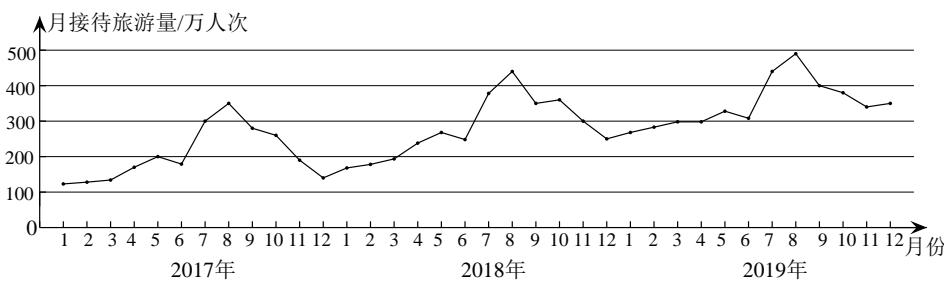
A.  $-1 < x < 3$

B.  $x < -1$  或  $0 < x < 3$

C.  $x < -1$  或  $x > 3$

D.  $-1 < x < 0$  或  $x > 3$

8. 某市为了解旅游人数的变化情况，收集并整理了 2017 年 1 月至 2019 年 12 月期间的月接待旅游量（单位：万人次）的数据并绘制了统计图如下：



根据统计图提供的信息，下列推断不合理的是

A. 2017 年至 2019 年，年接待旅游量逐年增加

B. 2017 年至 2019 年，各年的月接待旅游量高峰期大致在 7, 8 月份

C. 2019 年的月接待旅游量的平均值超过 300 万人次

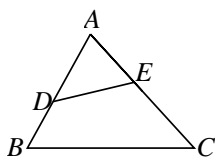
D. 2017 年至 2019 年，各年下半年（7 月至 12 月）的月接待旅游量相对于上半年（1 月至 6 月）波动性更小，变化比较平稳

## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

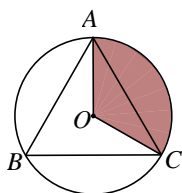


9. 若抛物线  $y = x^2 + 6x + m$  与  $x$  轴只有一个交点, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

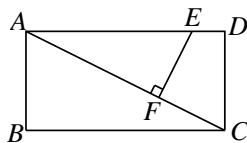
10. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  在  $AB$  上, 点  $E$  在  $AC$  上,  $\angle ADE = \angle C$ , 若  $DE = 1$ , 四边形  $DBCE$  的面积是  $\triangle ADE$  的面积的 3 倍, 则  $BC$  的长为\_\_\_\_\_.



第 10 题



第 11 题



第 12 题

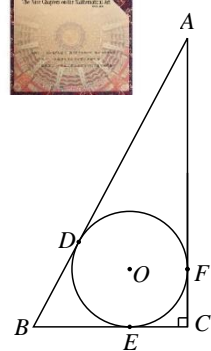
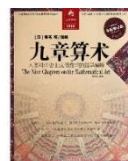
11. 如图, 等边  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ , 若  $\odot O$  的半径为 3, 则阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.

12. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  是边  $AD$  上一点,  $EF \perp AC$  于点  $F$ . 若  $\tan \angle BAC = 2$ ,  $EF = 1$ , 则  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.

13. 请写出一个开口向上, 并且与  $y$  轴交于点  $(0, -2)$  的抛物线的表达式: \_\_\_\_\_.

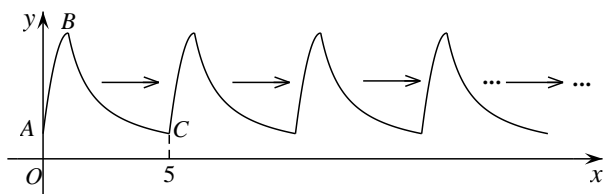
14. 将抛物线  $y = 2x^2$  向左平移 1 个单位长度, 所得抛物线的表达式为\_\_\_\_\_.

15. 《九章算术》是中国传统数学重要的著作之一, 奠定了中国传统数学的基本框架. 其中卷九中记载了一个问题: “今有勾八步, 股十五步, 问勾中容圆径几何?” 其意思是: “如右图, 今有直角三角形, 勾 (短直角边) 长为 8 步, 股 (长直角边) 长为 15 步, 问该直角三角形能容纳的圆 (内切圆) 的直径是多少步?” 根据题意, 该内切圆的直径为\_\_\_\_\_步.



今有勾八步股十五步问勾中容圆径几何

16. 如图, 曲线  $AB$  是抛物线  $y = -4x^2 + 8x + 1$  的一部分 (其中  $A$  是抛物线与  $y$  轴的交点,  $B$  是顶点), 曲线  $BC$  是双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的一部分. 曲线  $AB$  与  $BC$  组成图形  $W$ . 由点  $C$  开始不断重复图形  $W$  形成一组 “波浪线”. 若点  $P(2020, m)$ ,  $Q(x, n)$  在该 “波浪线” 上, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_,  $n$  的最大值为\_\_\_\_\_.



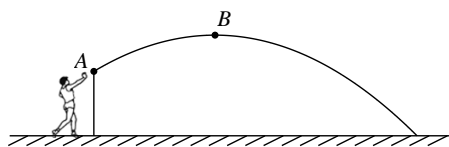
三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $\sqrt{27} - \tan 45^\circ - 4 \sin 60^\circ + (\sqrt{2} - 2020)^0$ .





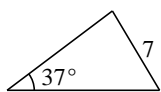
20. 为了在校运会中取得更好的成绩，小丁积极训练. 在某次试投中铅球所经过的路线是如图所示的抛物线的一部分. 已知铅球出手处  $A$  距离地面的高度是  $\frac{8}{5}$  米，当铅球运行的水平距离为 3 米时，达到最大高度  $\frac{5}{2}$  米的  $B$  处. 小丁此次投掷的成绩是多少米？



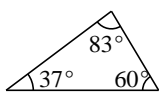
21. 在直角三角形中，除直角外的 5 个元素中，已知 2 个元素（其中至少有 1 个是边），就可以求出其余的 3 个未知元素. 对于任意三角形，我们需要知道几个元素就可以求出其余的未知元素呢？

思考并解答下列问题：

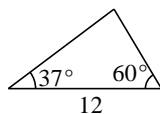
(1) 观察图①~图④，根据图中三角形的已知元素，可以求出其余未知元素的序号是\_\_\_\_\_.



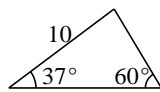
①



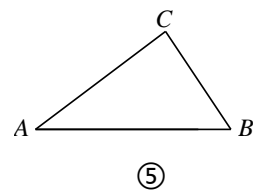
②



③



(2) 如图⑤，在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 37^\circ$ ， $AB = 12$ ， $AC = 10$ ，能否求出  $BC$  的长度？如果能，请求出  $BC$  的长度；如果不能，请说明理由.（参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）



22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象  $G$  经过点  $A(3, 2)$ ，直线  $l: y = kx - 1$  ( $k \neq 0$ ) 与  $y$  轴交于点  $B$ ，与图象  $G$  交于点  $C$ .

(1) 求  $m$  的值；

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象  $G$  在点  $A$ ， $C$  之间的部分与线段  $BA$ ， $BC$  围成的区域（不含边界）为  $W$ .

①当直线  $l$  过点  $(2, 0)$  时，直接写出区域  $W$  内的整点个数；

②若区域  $W$  内的整点不少于 4 个，结合函数图象，求  $k$  的取值范围.

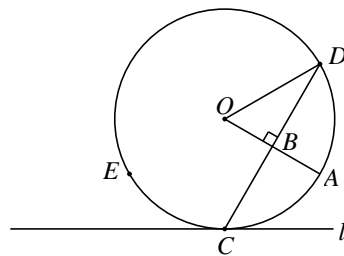


23. 如图,  $B$  是  $\odot O$  的半径  $OA$  上的一点 (不与端点重合), 过点  $B$  作  $OA$  的垂线交  $\odot O$  于点  $C, D$ , 连接  $OD$ .  $E$  是  $\odot O$  上一点,  $\angle E = \angle A$ , 过点  $C$  作  $\odot O$  的切线  $l$ , 连接  $OE$  并延长交直线  $l$  于点  $F$ .

(1) ①依题意补全图形;

②求证:  $\angle OFC = \angle ODC$ ;

(2) 连接  $FB$ , 若  $B$  是  $OA$  的中点,  $\odot O$  的半径是 4, 求  $FB$  的长.



24. 某地质量监管部门对辖区内的甲、乙两家企业生产的某同类产品进行检查, 分别随机抽取了 50 件产品并对某一项关键质量指标做检测, 获得了它们的质量指标值  $s$ , 并对样本数据 (质量指标值  $s$ ) 进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 该质量指标值对应的产品等级如下:

质量指标值	$20 \leq s < 25$	$25 \leq s < 30$	$30 \leq s < 35$	$35 \leq s < 40$	$40 \leq s \leq 45$
等级	次品	二等品	一等品	二等品	次品

说明: 等级是一等品, 二等品为质量合格 (其中等级是一等品为质量优秀);

等级是次品为质量不合格.

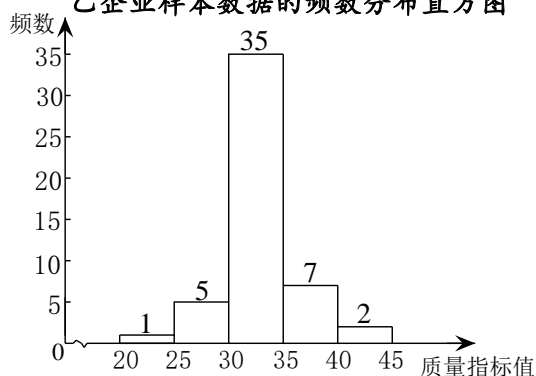
b. 甲企业样本数据的频数分布统计表如下 (不完整):

c. 乙企业样本数据的频数分布直方图如下:

甲企业样本数据的频数分布表

分组	频数	频率
$20 \leq s < 25$	2	0.04
$25 \leq s < 30$	$m$	
$30 \leq s < 35$	32	$n$
$35 \leq s < 40$		0.12
$40 \leq s \leq 45$	0	0.00
合计	50	1.00

乙企业样本数据的频数分布直方图



d. 两企业样本数据的平均数、中位数、众数、极差、方差如下：

	平均数	中位数	众数	极差	方差
甲企业	31.92	32.5	34	15	11.87
乙企业	31.92	31.5	31	20	15.34

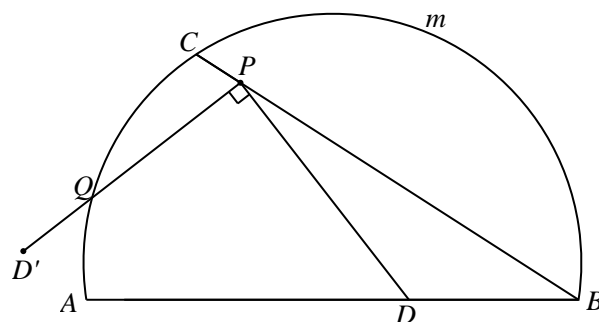
根据以上信息，回答下列问题：

(1)  $m$  的值为\_\_\_\_\_， $n$  的值为\_\_\_\_\_；

(2) 若从甲企业生产的产品中任取一件，估计该产品质量合格的概率为\_\_\_\_\_；若乙企业生产的某批产品共5万件，估计质量优秀的有\_\_\_\_\_万件；

(3) 根据图表数据，你认为\_\_\_\_\_企业生产的产品质量较好，理由为\_\_\_\_\_。（从某个角度说明推断的合理性）

25. 如图， $C$  是  $\overset{\frown}{AB}$  上的一点， $D$  是弦  $AB$  上的一点， $P$  是弦  $CB$  上的一动点，连接  $DP$ ，将线段  $PD$  绕点  $P$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $PD'$ ，射线  $PD'$  与  $\overset{\frown}{AB}$  交于点  $Q$ 。已知  $BC = 6\text{cm}$ ，设  $P, C$  两点间的距离为  $x\text{cm}$ ， $P, D$  两点间的距离为  $y_1\text{cm}$ ， $P, Q$  两点间的距离为  $y_2\text{cm}$ 。



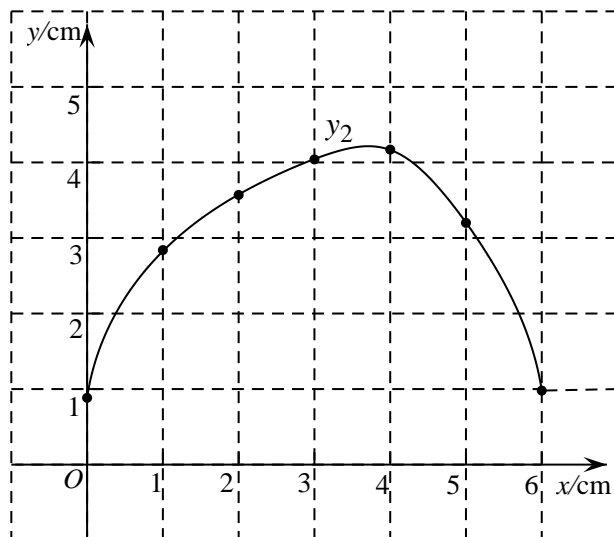
小石根据学习函数的经验，分别对函数  $y_1, y_2$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究，下面是小石的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量，分别得到了  $y_1, y_2$  与  $x$  的几组对应值：

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1/\text{cm}$	4.29	3.33		1.65	1.22	1.50	2.24
$y_2/\text{cm}$	0.88	2.84	3.57	4.04	4.17	3.20	0.98

(2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中，描出补全后的表中各组数据所对应的点  $(x, y_1), (x, y_2)$ ，并画出函数  $y_1, y_2$  的图象；





(3) 结合函数图象，解决问题：连接  $DQ$ ，当  $\triangle DPQ$  为等腰三角形时， $PC$  的长度约为 \_\_\_\_\_ cm。（结果保留一位小数）

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = ax^2 - 4ax + c$  ( $a \neq 0$ ) 与  $y$  轴交于点  $A$ ，将点  $A$  向右平移 2 个单位长度，得到点  $B$ 。直线  $y = \frac{3}{5}x - 3$  与  $x$  轴， $y$  轴分别交于点  $C$ ， $D$ 。

(1) 求抛物线的对称轴；

(2) 若点  $A$  与点  $D$  关于  $x$  轴对称，

①求点  $B$  的坐标；

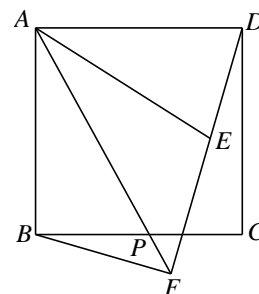
②若抛物线与线段  $BC$  恰有一个公共点，结合函数图象，求  $a$  的取值范围。

27. 如图，在正方形  $ABCD$  中， $P$  是边  $BC$  上的一动点（不与点  $B$ ， $C$  重合），点  $B$  关于直线  $AP$  的对称点为  $E$ ，连接  $AE$ 。连接  $DE$  并延长交射线  $AP$  于点  $F$ ，连接  $BF$ 。

(1) 若  $\angle BAP = \alpha$ ，直接写出  $\angle ADF$  的大小（用含  $\alpha$  的式子表示）；

(2) 求证： $BF \perp DF$ ；

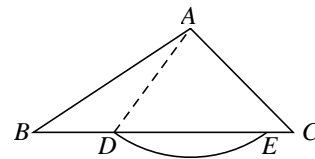
(3) 连接  $CF$ ，用等式表示线段  $AF$ ， $BF$ ， $CF$  之间的数量关系，并证明。





28. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是边  $BC$  上一点, 以点  $A$  为圆心,  $AD$  长为半径作弧, 如果与边  $BC$  有交点  $E$  (不与点  $D$  重合), 那么称  $\widehat{DE}$  为  $\triangle ABC$  的  $A$ -外截弧.

例如, 右图中  $\widehat{DE}$  是  $\triangle ABC$  的一条  $A$ -外截弧. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $\triangle ABC$  存在  $A$ -外截弧, 其中点  $A$  的坐标为  $(5, 0)$ , 点  $B$  与坐标原点  $O$  重合.



(1) 在点  $C_1(0, 2)$ ,  $C_2(5, -3)$ ,  $C_3(6, 4)$ ,  $C_4(4, 2)$  中, 满足条件的点  $C$  是\_\_\_\_\_;

(2) 若点  $C$  在直线  $y = x - 2$  上,

①求点  $C$  的纵坐标的取值范围;

②直接写出  $\triangle ABC$  的  $A$ -外截弧所在圆的半径  $r$  的取值范围.

