



昌平区 2019-2020 学年度初三年级第一学期期末检测

数学参考答案及评分标准 2020.1

一、选择题 (共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	C	B	A	D	C

二、填空题 (共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	9	10	11	12	13	14
答案	2	$k=1$ (满足条件的 k 值的范围是 $0 < k \leq 4$)	3π	$20 \cdot \tan \alpha$	$2\sqrt{3}$	(1, 2)

题号	15	16
答案	25m	(1, 5); 16

三、解答题 (共 6 道小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

17. 解: $\sin 30^\circ + 2\cos 60^\circ \times \tan 60^\circ - \sin^2 45^\circ$

$$= \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= \sqrt{3} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

18. 解: \because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because BC=2,$$

$$\therefore \frac{2}{AC} = \frac{1}{3}, AC=6. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = 40$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{10} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

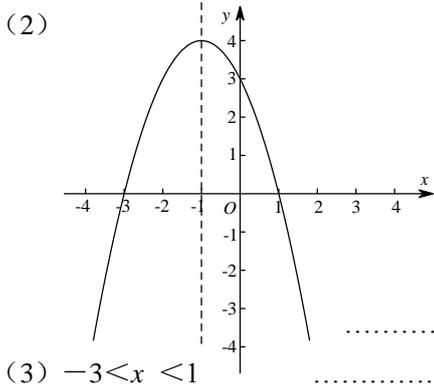
19. 解: (1) $y = -x^2 - 2x + 3$

$$y = -(x^2 + 2x - 3)$$

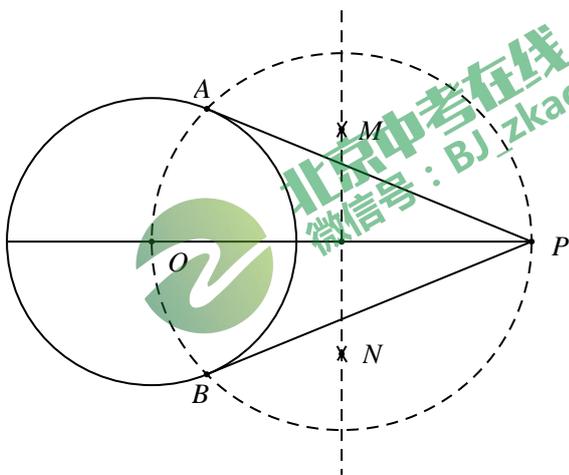
$$y = -(x^2 + 2x + 1 - 1 - 3) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$y = -[(x+1)^2 - 4]$$

$y = -(x+1)^2 + 4$ 2分



20. (1) 补全图形如图



(2) 完成下面的证明。

证明: $\because OP$ 是 $\odot Q$ 的直径,

$\therefore \angle OAP = \angle OBP = \underline{90}^\circ$ 3分

(直径所对的圆周角是直角) (填推理的依据). 5分

$\therefore PA \perp OA, PB \perp OB.$

$\because OA, OB$ 为 $\odot O$ 的半径,

$\therefore PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线.

21. 证明: 方法 I: 连接 OB, OC , 过点 O 作 $OD \perp BC$, 如图

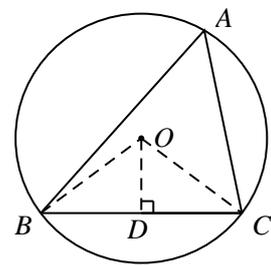
$\because OB = OC$, 且 $OD \perp BC$,

$\therefore \angle BOD = \angle COD = \frac{1}{2} \angle BOC.$ 1分

$\because \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC,$ 2分

$\therefore \angle BOD = \angle A, \sin A = \sin \angle BOD = \frac{4}{5}.$

\therefore 在 $Rt\triangle BOD$ 中,





$$\therefore \sin \angle BOD = \frac{BD}{OB} = \frac{4}{5} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

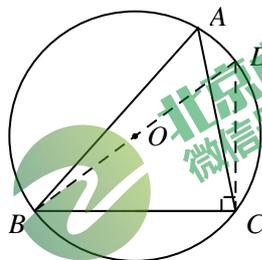
$$\because OB=5,$$

$$\therefore \frac{BD}{5} = \frac{4}{5}, \quad BD=4.$$

$$\because BD=CD,$$

$$\therefore BC=8 \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

方法 II：作射线 BO ，交 $\odot O$ 于点 D ，连接 DC ，如图



$\because BD$ 为 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle BCD=90^\circ \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\because \angle BDC=\angle A, \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore \sin A = \sin \angle BDC = \frac{4}{5}$$

\because 在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中，

$$\therefore \sin \angle BDC = \frac{BC}{BD} = \frac{4}{5} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

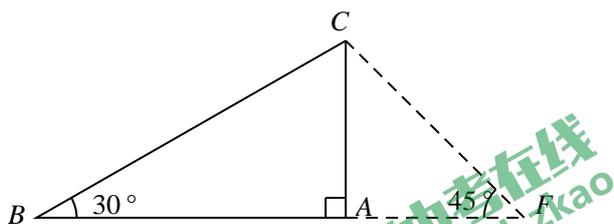
$$\because OB=5, \quad BD=10,$$

$$\therefore \frac{BC}{10} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore BC=8. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

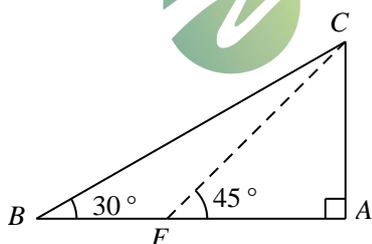
22. (1) 补全图形如图：

情况 I：



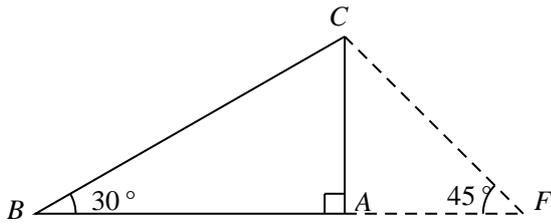
$$\dots\dots\dots 1 \text{分}$$

情况 II：



$$\dots\dots\dots 2 \text{分}$$

(2) 情况 I：



解：∵在 $Rt\triangle ACF$ 中， $\angle F = \angle ACF = 45^\circ$

∴ $AF = AC = 2\text{cm}$.

∵在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle B = 30^\circ$,

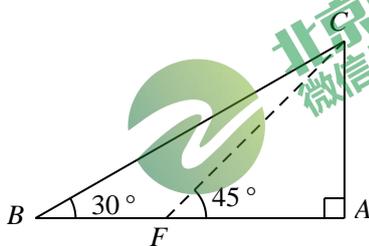
∴ $BC = 4$, $AB = 2\sqrt{3}$.

..... 3 分

∴ $BF = (2\sqrt{3} + 2)\text{cm}$.

..... 4 分

情况 II:



解：∵在 $Rt\triangle ACF$ 中， $\angle F = \angle ACF = 45^\circ$

∴ $AF = AC = 2\text{cm}$.

∵在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle B = 30^\circ$,

∴ $BC = 4$, $AB = 2\sqrt{3}$.

∴ $BF = (2\sqrt{3} - 2)\text{cm}$.

..... 5 分

23.情况 I:

(1) 甲, $C(16, 0)$ 1 分

解: 设抛物线的表达式为 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$

由题意可知, C 点坐标为 $(16, 0)$, P 点坐标为 $(0, -8)$

将 $C(16, 0)$, $P(0, -8)$ 代入 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$, 得

$$\begin{cases} 16^2 \times a + c = 0 \\ c = -8 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{32} \\ c = -8 \end{cases}$$

∴主索抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{32}x^2 - 8$ 3分

(2) $x=4$ 时, $y = \frac{1}{32} \times 4^2 - 8 = -\frac{15}{2}$, 此时吊索的长度为 $10 - \frac{15}{2} = \frac{5}{2}$ m 4分

由抛物线的对称性可得, $x=-4$ 时, 此时吊索的长度也为 $\frac{5}{2}$ m.

同理, $x=8$ 时, $y = \frac{1}{32} \times 8^2 - 8 = -6$, 此时吊索的长度为 $10 - 6 = 4$ m 5分

$x=-8$ 时, 此时吊索的长度也为 4m.

∴四根吊索的总长度为 13m 6分

情况 II:

(1) 乙, $C(16, 10)$ 1分

解: 设抛物线的表达式为 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$

由题意可知, C 点坐标为 $(16, 10)$, P 点坐标为 $(0, 2)$

将 $C(16, 10)$, $P(0, 2)$ 代入 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$, 得

$$\begin{cases} 16^2 \times a + c = 10 \\ c = 2 \end{cases} \dots\dots\dots 2分$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{32} \\ c = 2 \end{cases}$$

∴主索抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{32}x^2 + 2$ 3分

(2) $x=4$ 时, $y = \frac{1}{32} \times 4^2 + 2 = \frac{5}{2}$, 此时吊索的长度为 $\frac{5}{2}$ m 4分

由抛物线的对称性可得, $x=-4$ 时, 此时吊索的长度也为 $\frac{5}{2}$ m.

同理, $x=8$ 时, $y = \frac{1}{32} \times 8^2 + 2 = 4$, 此时吊索的长度为 4m 5分

$x=-8$ 时, 此时吊索的长度也为 4m.

∴四根吊索的总长度为 13m 6分

情况 III:

(1) 丙, $C(16, 8)$ 1分

解: 设抛物线的表达式为 $y = ax^2 (a \neq 0)$



将 $C(16, 8)$ 代入 $y = ax^2 (a \neq 0)$, 得

$16^2 \times a = 8$ 2 分

解得 $a = \frac{1}{32}$.

\therefore 主索抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{32}x^2$ 3 分

(2) $x=4$ 时, $y = \frac{1}{32} \times 4^2 = \frac{1}{2}$, 此时吊索的长度为 $\frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$ m. 4 分

由抛物线的对称性可得, $x=-4$ 时, 此时吊索的长度也为 $\frac{5}{2}$ m.

同理, $x=8$ 时, $y = \frac{1}{32} \times 8^2 = 2$, 此时吊索的长度为 4m. 5 分

$x=-8$ 时, 此时吊索的长度也为 4m.

\therefore 四根吊索的总长度为 13m. 6 分

24.

(1) 证明: 连接 OD .

\because 点 D 是半圆的中点,

$\therefore \angle AOD = \angle BOD = 90^\circ$ 1 分

$\therefore \angle ODC + \angle OED = 90^\circ$.

$\because OD = OC$,

$\therefore \angle ODC = \angle OCD$.

又 $\because CF = EF$,

$\therefore \angle FCE = \angle FEC$.

$\because \angle FEC = \angle OED$,

$\therefore \angle FCE = \angle OED$.

$\therefore \angle FCE + \angle OCD = \angle OED + \angle ODC = 90^\circ$ 2 分

即 $FC \perp OC$.

$\therefore FC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 方法 I:

$\because \tan A = \frac{1}{2}$,

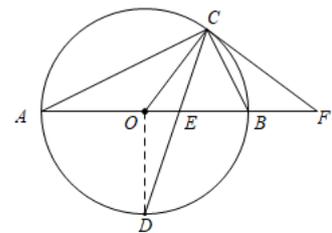
\therefore 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$ 3 分

$\because \angle ACB = \angle OCF = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACO = \angle BCF = \angle A$ 4 分

$\therefore \triangle ACF \sim \triangle CBF$,

$\therefore \frac{BF}{CF} = \frac{CF}{AF} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$.



$\therefore AF=10.$ 5分

$\therefore CF^2=BF \cdot AF.$

$\therefore BF=\frac{5}{2}.$

$\therefore AO=\frac{AF-BF}{2}=\frac{15}{4}.$ 6分

方法II：如图，过点F做 $GF \perp AF$ ，交AC的延长线于点G.

$\therefore \tan A = \frac{GF}{AF} = \frac{1}{2}.$ 3分

$\therefore \angle ACB = \angle OCF = 90^\circ,$

$\therefore \angle ACO = \angle BCF = \angle A.$ 4分

$\therefore \angle BCF + \angle FCG = 90^\circ, \angle A + \angle FGC = 90^\circ.$

$\therefore \angle FCG = \angle FGC.$

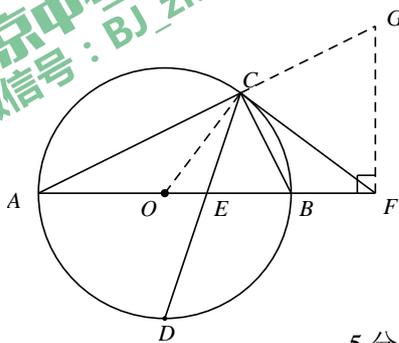
$\therefore CF = FG = EF = 5.$ 5分

$\therefore \triangle ACF \sim \triangle CBF,$

$\therefore \frac{BF}{CF} = \frac{CF}{AF}.$

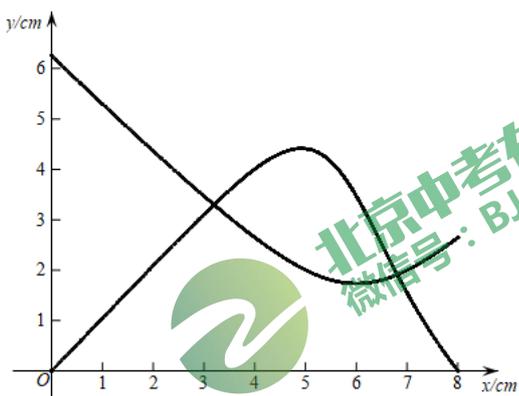
$\therefore BF = \frac{5}{2}.$

$\therefore AO = \frac{AF - BF}{2} = \frac{15}{4}.$ 6分



25. (1) $m=1.73$ 2分

(2) 如图



..... 4分

(3) 4.54 6分

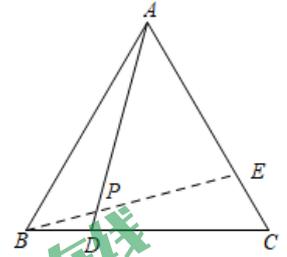
26. (1) ①对称轴是: $x=1.$ 1分

② $b=-2a.$ 3分

(2) $-2 \leq a < -1$ 或 $1 < a \leq 2.$ 6分



27. (1) 补全图形..... 1分
 $\angle APE=60^\circ$ 2分

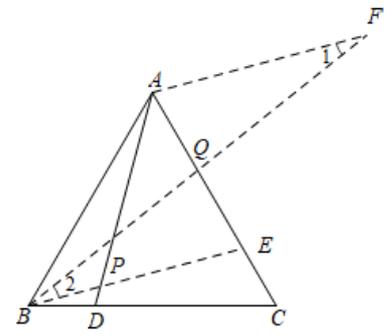


(2) 补全图形..... 3分
 $AQ = \frac{1}{2}CD$ 4分

证明：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BEC$ 中，

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABD = \angle C = 60^\circ \\ BD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BEC$ (SAS)
 $\therefore \angle BAD = \angle CBE$.
 $\because \angle APE$ 是 $\triangle ABP$ 的一个外角,
 $\therefore \angle APE = \angle BAD + \angle ABP = \angle CBE + \angle ABP = \angle ABC = 60^\circ$.
 $\because AF$ 是由 AD 绕点 A 逆时针旋转 120° 得到,
 $\therefore AF = AD, \angle DAF = 120^\circ$.



$\therefore \angle APE = 60^\circ$;
 $\therefore \angle APE + \angle DAP = 180^\circ$.
 $\therefore AF \parallel BE$ 5分
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle BEC$,
 $\therefore AD = BE$.
 $\therefore AF = BE$.

在 $\triangle AQF$ 和 $\triangle EQB$ 中，

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle AQF = \angle EQB \\ AF = BE \end{cases}$$

$\triangle AQF \cong \triangle EQB$ (AAS)
 $\therefore AQ = QE$ 6分

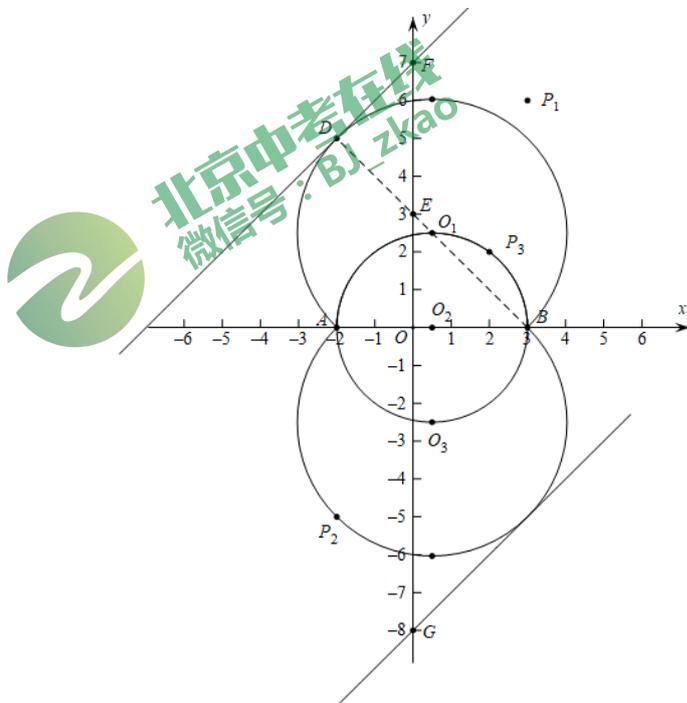
$\therefore AQ = \frac{1}{2}AE$
 $\because AE = AC - CE, CD = BC - BD$,
 且 $AE = BC, CD = BD$.
 $\therefore AE = CD$ 7分



$$\therefore AQ = \frac{1}{2}CD$$

28. (1) ① 线段 AB 的可视点是 P_2, P_3 1 分

② 点 P 的坐标: $P(0, 3)$ (答案不唯一, 纵坐标 y_p 范围: $\sqrt{6} \leq y_p \leq 6$). 2 分



(2) 如图, 直线与 $\odot O_1$ 相切时, BD 是 $\odot O_1$ 直径

$$\therefore BD = 5\sqrt{2}.$$

$$\therefore BE = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore DE = 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore EF = \frac{DE}{\cos 45^\circ} = 4.$$

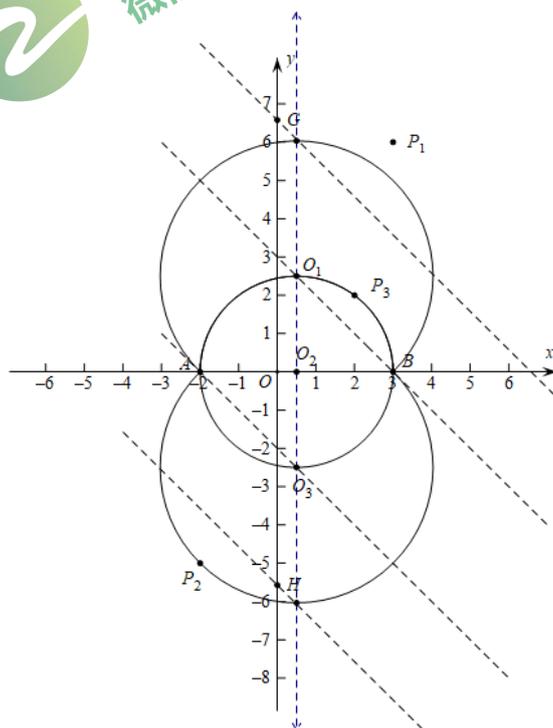
$$\therefore F(0, 7)$$

同理可得,

直线与 $\odot O_3$ 相切时, $G(0, -8)$

$\therefore b$ 的取值范围是: $-8 \leq b \leq 7$.

..... 5 分



(3) m 的取值范围: $-\frac{5}{2}\sqrt{2} - 2 \leq m \leq -2$ 或

$3 \leq m \leq \frac{5}{2}\sqrt{2} + 3$ 7 分