



房山区 2020-2021 学年度第一学期期末检测试卷

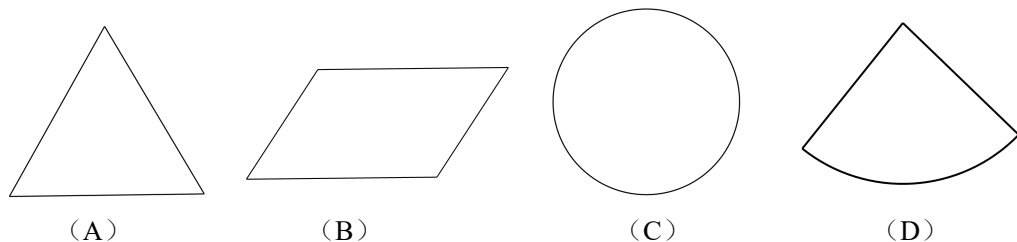
九年级数学

本试卷共 6 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是

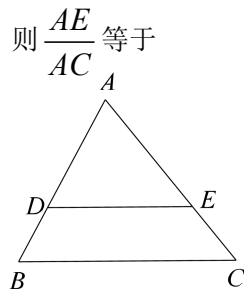


2. $\sin 30^\circ$ 的值等于

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

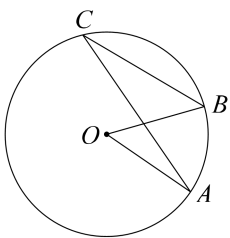
3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，若 $AD=2$ ， $AB=3$ ，则 $\frac{AE}{AC}$ 等于

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$



4. 如图， OA ， OB 是 $\odot O$ 的半径，若 $\angle AOB = 50^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数是

- (A) 25° (B) 50°
(C) 75° (D) 100°



5. 在半径为 2 的圆中， 90° 的圆心角所对的弧长为

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π

6. 若点 $A(x_1, -1)$ ， $B(x_2, 2)$ ， $C(x_3, 3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上，则 x_1 ， x_2 ， x_3 的大小关系是

- (A) $x_1 < x_2 < x_3$ (B) $x_1 < x_3 < x_2$
(C) $x_2 < x_3 < x_1$ (D) $x_3 < x_1 < x_2$

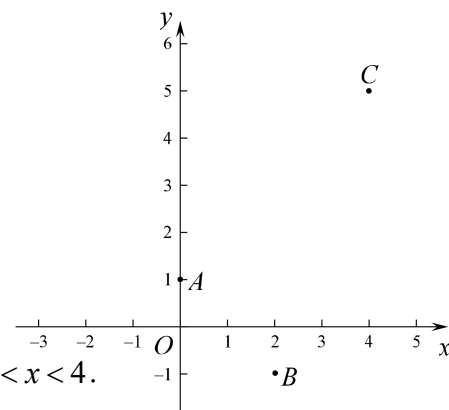
7. 在 $\triangle ABC$ 中， $BC=2$ ， $AC=2\sqrt{3}$ ， $\angle A=30^\circ$ ，则 AB 的长为

- (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ 或 4 (D) 2 或 4

8. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象经过 $A(0, 1)$ ， $B(2, -1)$ ， $C(4, 5)$

三点，下面四个结论中正确的是

- (A) 抛物线开口向下；
(B) 当 $x=2$ 时， y 取最小值 -1 ；
(C) 当 $m > -1$ 时，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = m$ 必有两个不相等实根；
(D) 直线 $y = kx + c (k \neq 0)$ 经过点 A ， C ，



当 $kx + c < ax^2 + bx + c$ 时， x 的取值范围是 $0 < x < 4$.

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ ，则 $\frac{x+y}{x} =$ _____.

10. 请写出一个过点 $(1, 1)$ 的函数表达式：_____.

11. 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\angle B = 70^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数为 _____ $^\circ$.

12. 函数 $y = x^2$ 的图象向下平移 3 个单位，得到函数图象的表达式是_____.

姓名

班级

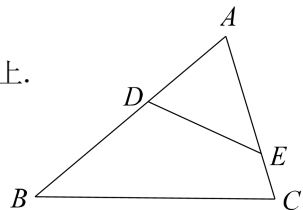
学校



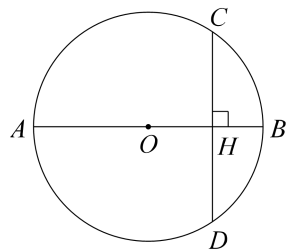


13. 如图, 点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB, AC 边上.

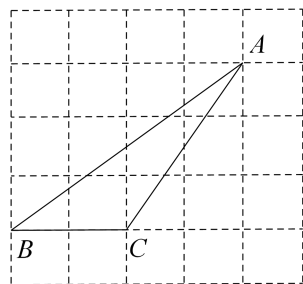
只需添加一个条件即可证明 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$,
这个条件可以是_____。(写出一个即可)



14. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 H , 若 $AB=10, CD=8$,
则 OH 的长为_____.



第 14 题图



第 15 题图

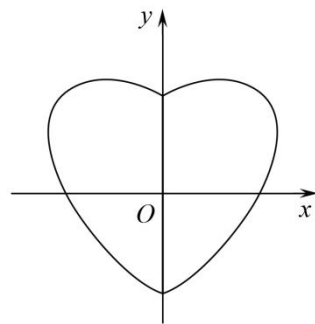
15. 如图所示的网格是边长为 1 的正方形网格, A, B, C 是网格线交点,
则 $\cos \angle ABC =$ _____.

16. 我们将满足等式 $x^2 + y^2 = 1 + |x|y$ 的每组 x, y 的值在平面直角坐标系中画出,

便会得到如图所示的“心形”图形. 下面四个结论中,

- ① “心形”图形是轴对称图形;
- ② “心形”图形所围成的面积小于 3;
- ③ “心形”图形上任意一点到原点的距离都不超过 $\sqrt{2}$;
- ④ “心形”图形恰好经过 6 个整点 (即横、纵坐标均为整数的点)

所有正确结论的序号是_____.

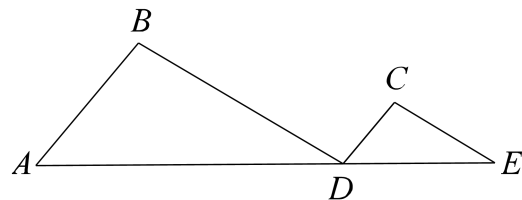


三、解答题 (本题共 52 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23-25 题,

每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

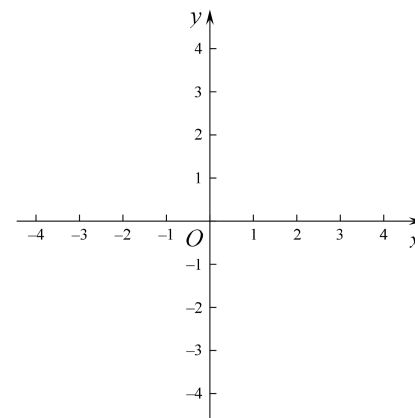
17. 如图, 已知 $AB \parallel CD, \frac{AB}{DC} = \frac{AD}{DE}$.

求证: $\angle B = \angle C$.



18. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

- (1) 求它的图象的顶点坐标和对称轴;
- (2) 画出它的图象. 并结合图象, 当 $x > 0$ 时,
则 y 的取值范围是_____.



19. 已知: 线段 a, c .

求作: $\text{Rt} \triangle ABC$, 使其斜边 $AB = c$, 一条直角边 $BC = a$.

作法: ① 作线段 $AB = c$;

② 分别以点 A 和点 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2} AB$ 的长为半径作弧,

两弧相交于 D, E 两点, 作直线 DE 交 AB 于点 O ;

③ 以 O 为圆心, OA 长为半径作 $\odot O$;

④ 以点 B 为圆心, 线段 a 的长为半径作弧交 $\odot O$ 于点 C ,
连接 CA, CB .

$\triangle ABC$ 就是所求作的直角三角形.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: \because 点 O 在线段 AB 的垂直平分线上,

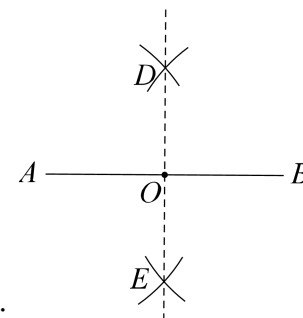
\therefore 点 O 为线段 AB 的中点, OA 为 $\odot O$ 的半径.

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的直径.

\because 点 C 在 $\odot O$ 上,

$\therefore \angle ACB =$ _____ $^\circ$, (_____) (填推理的依据).

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.

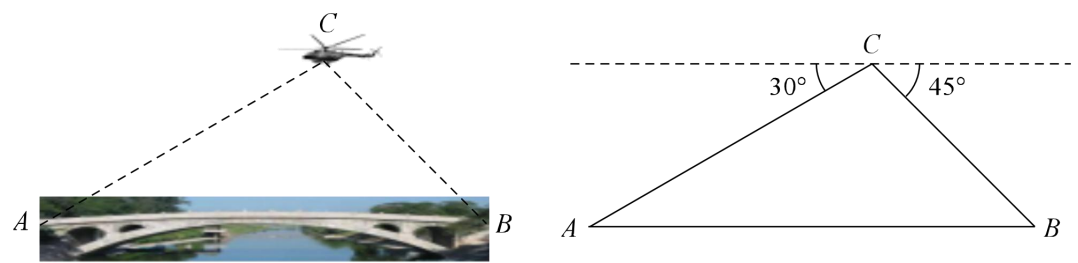


密
封
线
内
不
能
答
题



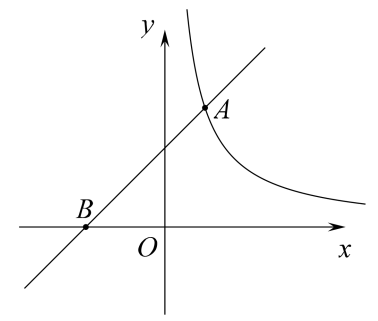
姓名 _____ 班级 _____ 学校 _____

20. 在“综合与实践”活动中，某校九年级数学小组采用无人机辅助的方法测量一座桥的长度. 如图，桥 AB 是水平并且笔直的，测量过程中，小组成员遥控无人机飞到桥 AB 的上方 90m 的点 C 处悬停，此时测得桥两端 A, B 两点的俯角分别为 30° 和 45° ，求桥 AB 的长度. (结果精确到 1m . 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$)



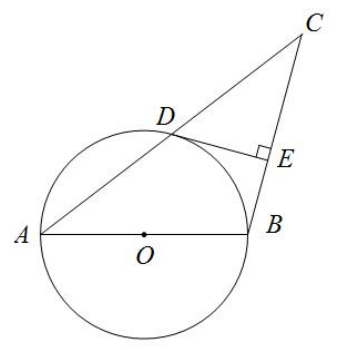
21. 如图，一次函数 $y_1 = kx + 2$ 的图象与 x 轴交于点 $B(-2, 0)$ ，与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $A(1, a)$.

- 求 m 的值;
- 点 C 为 x 轴上一动点. 若 $\triangle ABC$ 的面积是 6 ，请直接写出点 C 的坐标.



22. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， $\odot O$ 过 AC 的中点 D ， $DE \perp BC$ ，垂足为点 E .

- 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;
- 若 $\tan A = \frac{3}{4}$ ， $BC = 5$. 求 DE 的长.

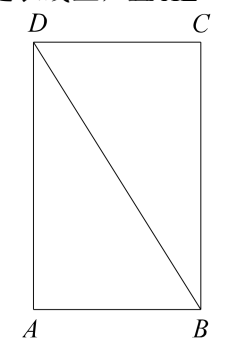


23. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$ 经过点 $A(4, 4)$.

- 当抛物线与 x 轴交于点 $B(2, 0)$ 时，求抛物线的表达式;
- 设抛物线与 x 轴两交点之间的距离为 d . 当 $d > 2$ 时，求 a 的取值范围.

24. 如图，已知 BD 是矩形 $ABCD$ 的一条对角线，点 E 在 BA 的延长线上，且 $AE = AD$. 连接 EC ，与 AD 相交于点 F ，与 BD 相交于点 G .

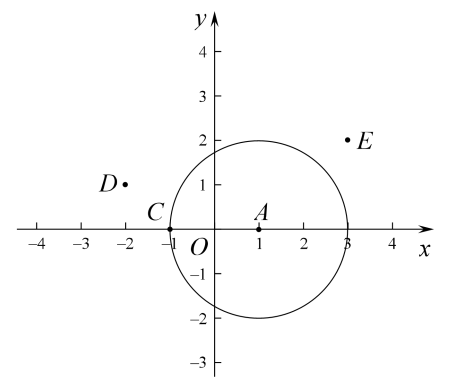
- 依题意补全图形;
- 若 $AF = AB$ ，解答下列问题:
 - 判断 EC 与 BD 的位置关系，并说明理由;
 - 连接 AG ，用等式表示线段 AG, EG, DG 之间的数量关系，并证明.



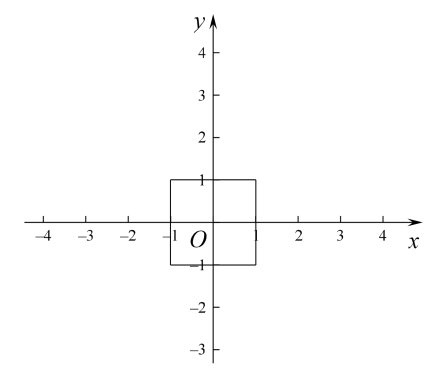
25. 定义: 在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 为图形 M 上一点，点 Q 为图形 N 上一点. 若存在 $OP = OQ$ ，则称图形 M 与图形 N 关于原点 O “平衡”.

- 如图，已知 $\odot A$ 是以 $(1, 0)$ 为圆心， 2 为半径的圆，点 $C(-1, 0)$ ， $D(-2, 1)$ ， $E(3, 2)$.

- 在点 C, D, E 中，与 $\odot A$ 关于原点 O “平衡”的点是 _____;
- 点 H 为直线 $y = -x$ 上一点，若点 H 与 $\odot A$ 关于原点 O “平衡”，求点 H 的横坐标的取值范围;



- 如图，已知图形 G 是以原点 O 为中心，边长为 2 的正方形. $\odot K$ 的圆心在 x 轴上，半径为 2 . 若 $\odot K$ 与图形 G 关于原点 O “平衡”，请直接写出圆心 K 的横坐标的取值范围.





一、选择题 (本题共 24 分, 每小题 3 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	D	A	D	B	D	C

二、填空题 (本题共 24 分, 每小题 3 分)

9. 4
10. $y = x$ 或 $y = x^2$ 或 $y = \frac{1}{x}$ (答案不唯一)
11. 110
12. $y = x^2 - 3$
13. $\angle ADE = \angle C$ 或 $\angle AED = \angle B$ 或 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ (答案不唯一)
14. 3
15. $\frac{4}{5}$
16. ①③④

注: 16 题写对一个给 1 分.

三、解答题 (本题共 52 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23-25

题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 证明: $\because AB \parallel CD,$
 $\therefore \angle A = \angle CDE.$ 2 分

分

$\therefore \frac{AB}{DC} = \frac{AD}{DE},$
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE.$ 4 分

分

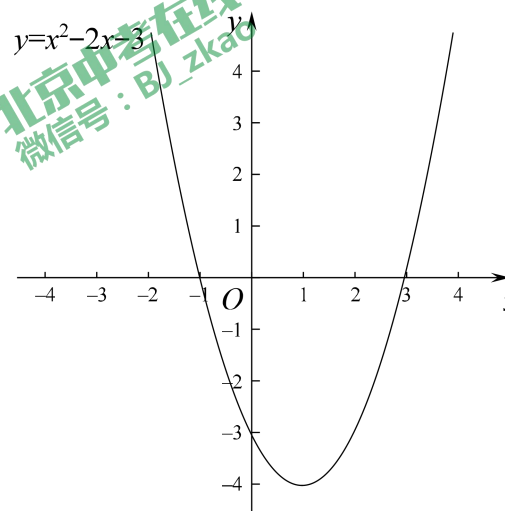
$\therefore \angle B = \angle C$ 5 分

分

18. 解: (1) $y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$
 \therefore 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象的顶点坐标为 $(1, -4).$ 2 分
 对称轴为: 直线 $x = 1.$ 3 分

分

- (2) 二次函数图象如下图4 分



当 $x > 0$ 时, 则 y 的取值范围是 $y \geq -3.$ 5 分

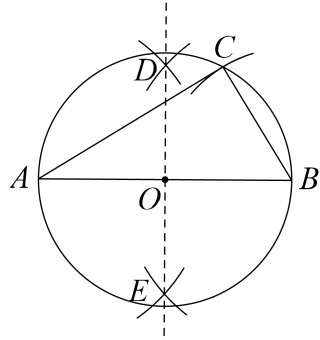


密封线内不能答题



姓名 _____
 班级 _____
 学校 _____

19. 解：(1) 补全的图形如图所示：2
 分



(2) 90;3

分
 直径所对的圆周角是直角。5

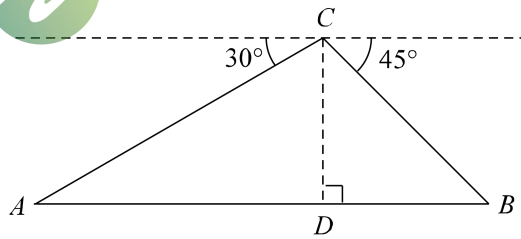
20. 解：过C点作 $CD \perp AB$ ，垂足为D。1
 分

$\therefore \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$.

在Rt $\triangle BDC$ 中

$\therefore \angle B = 45^\circ, CD = 90,$

$\therefore BD = CD = 90.$



分

在Rt $\triangle ADC$ 中

$\therefore \angle A = 30^\circ, CD = 90$

$\therefore \angle ACD = 60^\circ.$

$\therefore AD = CD \cdot \tan 60^\circ = 90\sqrt{3}.$

分

$\therefore AB = AD + BD = 90\sqrt{3} + 90 \approx 246 \text{ m}.$

答：桥AB的长度约为246m。5

分

21. 解：(1) \because 一次函数 $y_1 = kx + 2$ 的图象与 x 轴交于点 $B(-2, 0),$

$\therefore -2k + 2 = 0.$

$k = 1.$

分1

$\therefore y_1 = x + 2.$

\because 一次函数 $y_1 = kx + 2$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图

象交于点 $A(1, a),$

$\therefore a = 1 + 2 = 3. \dots\dots\dots 2$

分

把 $A(1, 3)$ 代入 $y_2 = \frac{m}{x},$ 得 $m = 3. \dots\dots\dots 3$

分

(2) $C(-6, 0)$ 或 $C(2, 0). \dots\dots\dots 5$

分

22. (1) 证明：连接OD.

$\because O$ 为 AB 中点, D 是 AC 的中点,

$\therefore OD$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线.

$\therefore OD \parallel BC. \dots\dots\dots 1$ 分

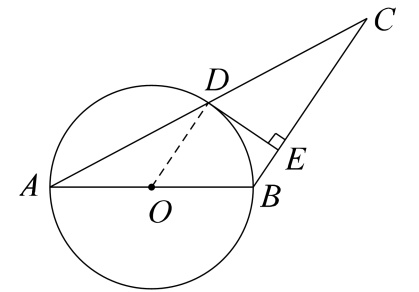
$\therefore \angle ODE = \angle DEC.$

$\because DE \perp BC,$

$\therefore \angle DEC = 90^\circ. \therefore \angle ODE = 90^\circ$

$\therefore OD \perp DE. \dots\dots\dots 2$

分



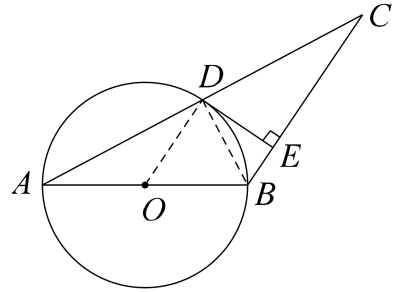


$\because \odot O$ 过 AC 的中点 D ,
 $\therefore DE$ 与 $\odot O$ 相切.

分

(2) 连接 BD .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore BD \perp AC$.
 $\because D$ 是 AC 的中点,
 $\therefore AB = BC$.
 $\therefore \angle A = \angle C$.



分

\therefore 抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - x$3

分

(2) 解: \because 抛物线 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$ 经过点 $A(4, 4)$,

$$16a + 4b = 4.$$

$$\therefore b = 1 - 4a.$$

.....4

分

$$\therefore \tan A = \tan C$$

在 $Rt \triangle BDC$ 中

$$\therefore \tan C = \tan A = \frac{3}{4}, \quad BC = 5,$$

$$\therefore DB = 3, \quad CD = 4.$$

.....5

分

$$\therefore \frac{1}{2}BC \cdot DE = \frac{1}{2}BD \cdot DC$$

$$\therefore DE = \frac{12}{5}.$$

.....6

分

23. (1) 解: 由题意得,

$$\begin{cases} 16a + 4b = 4, \\ 4a + 2b = 0. \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, \quad b = -1.$$

.....2

分

$$\text{令 } y = ax^2 + bx = ax^2 + (1 - 4a)x = 0.$$

$$\therefore ax^2 + (1 - 4a)x = 0.$$

$$\therefore x[ax - (4a - 1)] = 0.$$

$$\because a \neq 0,$$

$$\therefore x_1 = 0, \quad x_2 = 4 - \frac{1}{a}.$$

$$\because d > 2,$$

$$\therefore 4 - \frac{1}{a} > 2 \text{ 或 } 4 - \frac{1}{a} < 2.$$

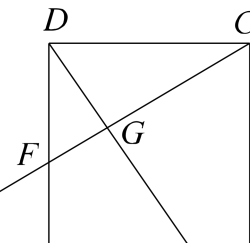
$$\text{即 } \frac{1}{a} < 2 \text{ 或 } \frac{1}{a} > 6.$$

$$\textcircled{1} \text{ 当 } a > 0 \text{ 时, } 0 < a < \frac{1}{6} \text{ 或 } a > \frac{1}{2}. \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } a < 0 \text{ 时, } \frac{1}{a} < 2 \text{ 恒成立. } \therefore a < 0.$$

$$\therefore \text{综上所述, } a < 0, \quad 0 < a < \frac{1}{6} \text{ 或 } a > \frac{1}{2}. \quad \dots\dots 7 \text{ 分}$$

24. (1) 补全的图形如图所示:



密
封
线
内
不
能
答
题



姓名

班级

学校

(2) ① 解: $EC \perp BD$.

理由如下: 由矩形性质知 $\angle DAB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle EAF = 90^\circ$.

在 $\triangle AEF$ 与 $\triangle ADB$ 中,

$$\begin{cases} AE = AD, \\ \angle E = \angle ADB, \\ AF = AB. \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle ADB$.

$\therefore \angle E = \angle ADB$.

$\therefore \angle AFE = \angle DFG$.

$\therefore \angle DGF = \angle EAF = 90^\circ$.

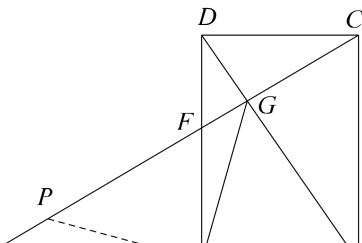
$\therefore EC \perp BD$

分

分

② 线段 AG , EG , DG 之间的数量关系: $EG - DG = \sqrt{2}AG$.

证法一: 如图, 在线段 EG 上取点 P , 使得 $EP = DG$, 连接 AP .



在 $\triangle AEP$ 与 $\triangle ADG$ 中,

$$\begin{cases} AE = AD, \\ \angle E = \angle ADG, \\ EP = DG. \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEP \cong \triangle ADG$.

$\therefore AP = AG$, $\angle EAP = \angle DAG$.

$\therefore \angle PAG = \angle PAD + \angle DAG = \angle PAD + \angle EAP = \angle DAE = 90^\circ$.

$\therefore \triangle PAG$ 为等腰直角三角形.

$\therefore PG = \sqrt{2}AG$.

$\therefore EG - DG = EG - EP = PG = \sqrt{2}AG$.

分

证法二: 如图, 过点 A 作 AG 的垂线, 与 DB 的延长线交于点 Q , 连接 AQ , BQ .

在 $\triangle AEG$ 与 $\triangle ADQ$ 中,

$$\begin{cases} \angle E = \angle ADQ, \\ AE = AD, \\ \angle EAG = 90^\circ + \angle DAG = \angle DAQ. \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEG \cong \triangle ADQ$

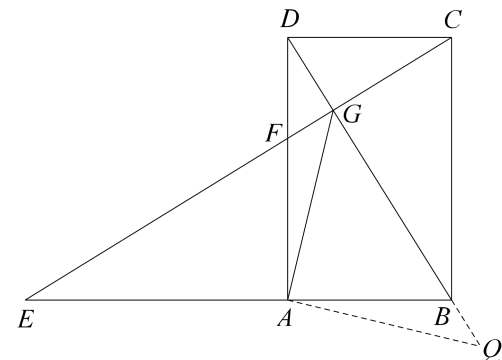
$\therefore EG = DQ$, $AG = AQ$.

$\therefore \triangle GAQ$ 为等腰直角三角形.

$\therefore GQ = \sqrt{2}AG$.

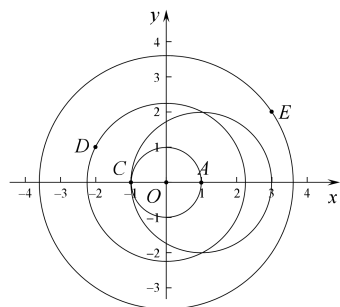
$\therefore EG - DG = DQ - DG = GQ = \sqrt{2}AG$.

分



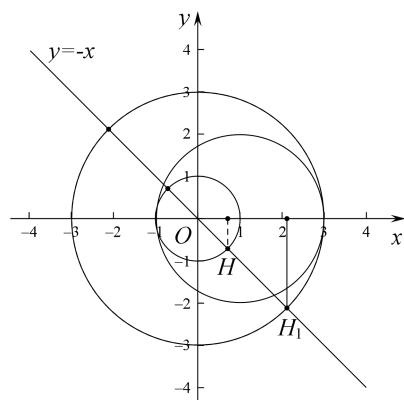
25. (1) ①点 C, D ;
分

.....2

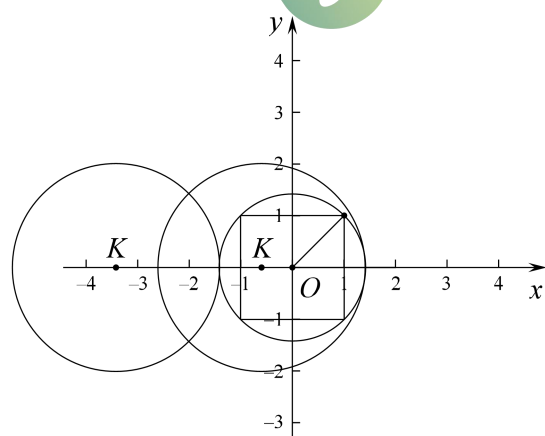
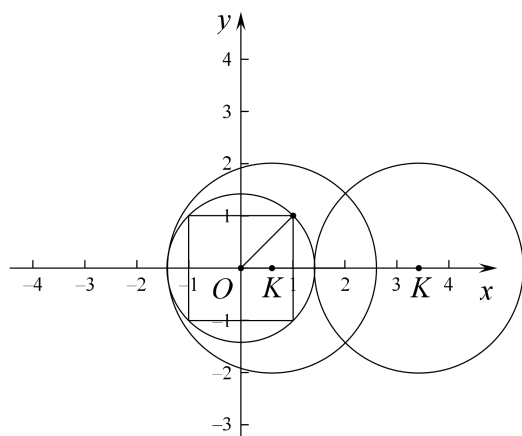


② 解：若点 H 可以与 $\odot A$ 关于原点 O “平衡”，则 $1 \leq OH \leq 3$.

\therefore 点 H 横坐标的取值范围是 $-\frac{3\sqrt{2}}{2} \leq x_H \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x_H \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$;5 分



(2) 圆心 K 的横坐标的取值范围 $2-\sqrt{2} \leq x \leq 2+\sqrt{2}$ 或 $-2-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}-2$ 7 分



密
封
线
内
不
能
答
题

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao