



一、选择题

1. 下列是一元一次方程的是 ()

- A. $x-1=0$ B. $2x+y=5$ C. $x^2-2x-3=0$ D. $xy=7$

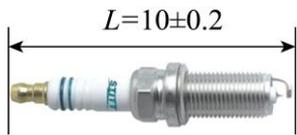
2. 若 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是关于 x, y 方程 $x-ay=3$ 的一个解, 则 a 的值为 ()

- A. 3 B. -3 C. 1 D. -1

3. 下列运用等式性质进行的变形中, 正确的是 ()

- A. 若 $a=b$, 则 $a+5=b-5$ B. 若 $a=b$, 则 $2a=3b$
 C. 若 $a+b=2b$, 则 $a=b$ D. 若 $a=b+2$, 则 $2a=2b+2$

4. 某机器零件的设计图纸如图所示, 在数轴上表示该零件长度 (L) 合格尺寸, 正确的是 ()



- A. B. C. D.

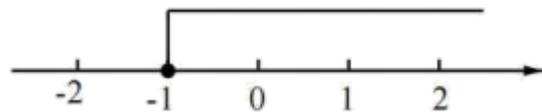
5. 已知方程组 $\begin{cases} 2x+3y=14 \\ x+4y=12 \end{cases}$, 则 $x-y$ 的值是 ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 5

6. 由方程组 $\begin{cases} 2x-2y=m+3 \\ x+2y=2m+4 \end{cases}$ 可得 x 与 y 关系式是 ()

- A. $3x=7+3m$ B. $5x-2y=10$ C. $-3x+6y=2$ D. $3x-6y=2$

7. 若关于 x 的不等式 $x \geq m-1$ 的解集如图所示, 则 m 的值是 ()



- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

8. 如图是某月的月历, 用一个方框任意框出 4 个数 a, b, c, d . 若 $2a+d-b+c$ 的值为 68, 那么 a 的值为 ()



周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	a	b	15	16	17
18	19	c	d	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

A. 13

B. 18

C. 20

D. 22

二、填空题

9. 如果 $x=4$ 是关于 x 的方程 $2x-3a=2$ 的解, 那么 $a=$ _____.

10. 如果把方程 $x-2y+3=0$ 写成用含 y 的代数式表示 x 的形式, 那么 $x=$ _____.

11. 不等式 $x+2>0$ 的最小整数解为 $x=$ _____.

12. 若方程组 $\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=16 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=6 \\ y=b \end{cases}$, 则 $ab=$ _____.

13. 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+3y=2+a \\ 3x+y=-4a \end{cases}$ 的解满足 $x+y<-2$, 则 a 的范围为_____.

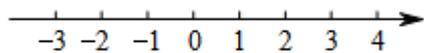
14. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-2>x \\ x-a<7 \end{cases}$ 有且只有三个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题

15. 解方程组: $\begin{cases} x+y=7 \\ 3x+y=17 \end{cases}$;

16. 解不等式: $\frac{3x-2}{4}-1 \leq \frac{5x-7}{6}$.

17. 解不等式组 $\begin{cases} x-3 \leq 0 \\ \frac{3x}{2} > x-1 \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



18. 若方程组 $\begin{cases} ax+by=1 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 和方程组 $\begin{cases} ax-by=5 \\ x+2y=3 \end{cases}$ 有相同的解, 求 a 和 b 的值.

19. 列方程(组)解应用问题:

“冰墩墩”和“雪容融”分别是北京 2022 年冬奥会和冬残奥会的吉祥物. 自 2019 年正式亮相后, 相关特许商品投放市场, 持续热销. 某冬奥官方特许商品零售店购进了一批同一型号的“冰墩墩”和“雪容融”玩具, 连续两个月的销售情况如表:

月份	销售量/件	销售额/元
----	-------	-------



	冰墩墩	雪容融	
第 1 个月	100	40	14800
第 2 个月	160	60	23380

求此款“冰墩墩”和“雪容融”玩具的零售价格.



20. 若关于 x 的方程 $2x + 5 = a$ 的解和关于 x 的方程与 $\frac{x-4}{3} - 2 = \frac{a-1}{2}$ 的解相同, 求字母 a 的值, 并写出方程的解.

21. 定义一种新运算“ \ast ”, 其规则为 $x \ast y = xy - x + y$. 例如 $6 \ast 5 = 6 \times 5 - 6 + 5 = 29$. 再如:

$$(2a) \ast 3 = (2a) \times 3 - 2a + 3 = 4a + 3.$$

(1) 计算 $5 \ast 6$ 值 _____.

(2) 若 $(2m) \ast 3 = 2 \ast m$, 求 m 的值.

(3) 有理数的加法和乘法运算都满足交换律, 即 $a + b = b + a, ab = ba$, “ \ast ”运算是否满足交换律? 若满足, 请说明理由; 若不满足, 请举例说明.

22. 【教材呈现】下图是华师版八年级下册数学教材第 69 页的部分内容.

8. 已知关于 x 方程 $3k - 5x = -9$ 的解是非负数, 求 k 的取值范围.

写出这道题完整的解题过程.

【拓展】若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = m \\ 3x + 5y = m + 2 \end{cases}$ 的解满足 $x - y \geq 5$, 求 m 的最小整数值.

23. 长春市为了更好地保护环境, 污水处理厂决定购买最先进的污水处理设备, 这种污水处理设备有 A 型和 B 型. 已知购买一台 A 型设备比购买一台 B 型设备多 2 万元, 购买 2 台 A 型设备比购买 3 台 B 型设备少 6 万元.

(1) 分别求购买一台 A 型和 B 型设备的钱数.

(2) 若污水处理厂决定购买污水处理设备 10 台, 购买污水处理设备的总金额不超过 105 万元, 请你为该污水处理厂设计购买方案, 并说明理由.

(3) 若 A 型设备每月处理污水 220 吨, B 型设备每月处理污水 180 吨, 按照 (2) 中的购买方案, 直接写出该污水处理厂每月最多能处理污水的吨数.

24. 如图, 在数轴上点 A, C, B 表示的数分别是 $-2, 1, 12$. 动点 P 从点 A 出发, 沿数轴以每秒 3 个单位长度的速度向终点 B 匀速运动; 同时, 点 Q 从点 B 出发, 沿数轴以每秒 2 个单位长度的速度向终点 A 匀速运动, 设点 Q 的运动时间为 t 秒.



- (1) AB 的长为_____;
- (2) 当点 P 与点 Q 相遇时, 求 t 的值.
- (3) 当点 P 与点 Q 之间的距离为 9 个单位长度时, 求 t 的值.
- (4) 若 $PC+QB=8$, 直接写出 t 点 P 表示的数.

参考答案



一、选择题

1. 下列是一元一次方程的是 ()

- A. $x-1=0$ B. $2x+y=5$ C. $x^2-2x-3=0$ D. $xy=7$

【答案】A

【解析】

【分析】根据一元一次方程的定义判断即可.

【详解】解：A、是一元一次方程，故该选项符合题意；

B、含有两个未知数，故该选项不符合题意；

C、最高次数是2次，故该选项不符合题意；

D、最高次数是2次，故该选项不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了一元一次方程的定义，掌握只含有一个未知数（元），且未知数的次数是1，这样的整式方程叫一元一次方程是解题的关键.

2. 若 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是关于 x 、 y 的方程 $x-ay=3$ 的一个解，则 a 的值为 ()

- A. 3 B. -3 C. 1 D. -1

【答案】D

【解析】

【分析】把 x 与 y 的值代入方程计算即可求出 a 的值.

【详解】解：把 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 代入方程得： $2-a=3$,

移项得： $-a=3-2$,

解得： $a=-1$.

故选：D.

【点睛】此题考查了二元一次方程的解，方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

3. 下列运用等式性质进行的变形中，正确的是 ()

- A. 若 $a=b$ ，则 $a+5=b-5$ B. 若 $a=b$ ，则 $2a=3b$
C. 若 $a+b=2b$ ，则 $a=b$ D. 若 $a=b+2$ ，则 $2a=2b+2$

【答案】C

【解析】

【分析】分别根据等式的性质即可判断.

【详解】A、左边加5，右边减5，等式不成立，不符合题意.

B、等式两边乘的数字不一样，不符合题意.

C、等式两边同时减 b ，等式依然成立，符合题意.

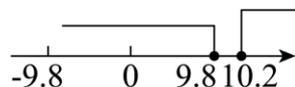
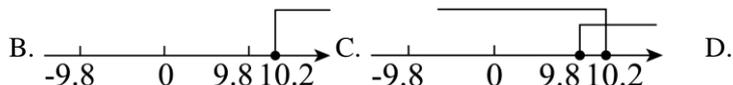
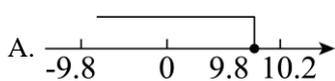
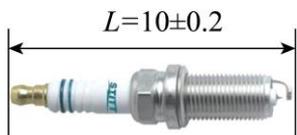


D、左边加 a ，右边加 b ，等式不成立，不符合题意.

故选：C.

【点睛】本题考查了等式的性质，能熟记等式的性质的内容是解此题的关键.

4. 某机器零件的设计图纸如图所示，在数轴上表示该零件长度 (L) 合格尺寸，正确的是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】 $L=10\pm 0.2$ 表示的意思是零件的长度与标准值 10 的差距在 0.2 或以内都是合格的.

【详解】 $L=10\pm 0.2$ 表示长度大于 $10-0.2=9.8$ ，并且小于 $10+0.2=10.2$ 的范围内的零件都是合格的.

故选：C.

【点睛】本题考查一元一次不等式组的应用，读懂数轴即可求解. 在表示解集时“ \geq ”，“ \leq ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

5. 已知方程组 $\begin{cases} 2x+3y=14 \\ x+4y=12 \end{cases}$ ，则 $x-y$ 的值是 ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】不解方程组求出 $x-y$ 的值，要仔细观察此方程组的特点，发现式①-式②就求得 $x-y$ 的值.

【详解】解： $\begin{cases} 2x+3y=14 \text{ ①} \\ x+4y=12 \text{ ②} \end{cases}$

由①-②得： $x-y=2$

故选：B

【点睛】本题还需运用到常见的数学思想，如化归思想（即转化）、整体思想等，了解这些数学解题思想对于解题技巧的丰富与提高有一定帮助.

6. 由方程组 $\begin{cases} 2x-2y=m+3 \\ x+2y=2m+4 \end{cases}$ 可得 x 与 y 的关系式是 ()

- A. $3x=7+3m$ B. $5x-2y=10$ C. $-3x+6y=2$ D. $3x-6y=2$

【答案】D

【解析】

【分析】方程组消去 m 即可得到 x 与 y 的关系式.



二、填空题

9. 如果 $x=4$ 是关于 x 的方程 $2x-3a=2$ 的解, 那么 $a=$ _____.

【答案】2

【解析】

【分析】将 $x=4$ 代入原方程即可求出答案.

【详解】解: 将 $x=4$ 代 $2x-3a=2$,

$$\therefore 2 \times 4 - 3a = 2,$$

$$\therefore a = 2,$$

故答案为: 2.

【点睛】本题考查一元一次方程, 解题的关键是正确理解一元一次方程的解的定义.

10. 如果把方程 $x-2y+3=0$ 写成用含 y 的代数式表示 x 的形式, 那么 $x=$ _____.

【答案】 $2y-3$

【解析】

【分析】把 y 看作已知数表示出 x 即可.

【详解】解: 方程 $x-2y+3=0$,

$$\text{解得: } x=2y-3.$$

故答案为: $2y-3$.

【点睛】此题考查了解二元一次方程, 掌握等式的基本性质是解本题的关键.

11. 不等式 $x+2>0$ 的最小整数解为 $x=$ _____.

【答案】-1

【解析】

【分析】求出解集, 确定出最小整数解即可.

【详解】移项得: $x > -2$

\therefore 不等式的最小整数解为-1.

故答案为: -1

【点睛】此题考查了解一元一次不等式, 熟练掌握不等式的解法是解本题的关键.

12. 若方程组 $\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=16 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=6 \\ y=b \end{cases}$, 则 $ab=$ _____.

【答案】-8

【解析】

【分析】先将 $x=6$, $y=b$ 代入原方程组, 求出 a 、 b 的值, 进而求出 ab 即可.

【详解】解: 将 $x=6$, $y=b$ 代入原方程组得:

$$\begin{cases} 6+b=a \\ 2 \times 6 - b = 16 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \end{cases}$$



$$\therefore ab=2 \times (-4) = -8,$$

故答案为: -8.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的解法, 熟练掌握“代入消元法”解方程组是解该题的关键.

13. 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+3y=2+a \\ 3x+y=-4a \end{cases}$ 的解满足 $x+y < -2$, 则 a 的范围为_____.

【答案】 $3\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】先解出关于 x, y 的二元一次方程组的解, 然后根据 $x+y < -2$ 列出不等式并求解即可.

【详解】解: 解关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+3y=2+a \\ 3x+y=-4a \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{6+7a}{8} \\ y=\frac{-13a-2}{8} \end{cases}$

$$\because x+y < -2$$

$$\therefore \frac{2-3a}{4} < -2, \text{ 解得: } a > 3\frac{1}{3}.$$

故答案为 $3\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查了解二元一次方程组、解一元一次不等式等知识点, 掌握解二元一次方程组、解一元一次不等式是解答本题 关键.

14. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-2 > x \\ x-a < 7 \end{cases}$ 有且只有三个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $-2 < a \leq -1$

【解析】

【分析】首先解两个不等式, 根据不等式组只有三个整数解, 即可得到一个关于 a 的不等式组, 从而求得 a 的范围.

【详解】解: $\begin{cases} 2x-2 > x \text{ ①} \\ x-a < 7 \text{ ②} \end{cases},$

解①得: $x > 2,$

解②得: $x < a+7,$

\because 不等式组只有三个整数解,

\therefore 整数解一定是 3, 4, 5.

根据题意得: $5 < a+7 \leq 6,$

解得: $-2 < a \leq -1.$

故答案为: $-2 < a \leq -1.$

【点睛】本题考查不等式组的解法及整数解的确定. 求不等式组的解集, 应遵循以下原则: 同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了.



三、解答题

15. 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=7 \\ 3x+y=17 \end{cases};$$

【答案】
$$\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】利用加减消元法求解即可.

【详解】
$$\begin{cases} x+y=7 \textcircled{1} \\ 3x+y=17 \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}-\textcircled{1}$, 得 $2x=10$, 解得 $x=5$.

把 $x=5$ 代入 $\textcircled{1}$, 得: $y=2$.

所以原方程组的解是
$$\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}.$$

【点睛】本题考查了二元一次方程的计算问题, 掌握加减消元法是解题的关键.

16. 解不等式:
$$\frac{3x-2}{4}-1 \leq \frac{5x-7}{6}.$$

【答案】 $x \geq -4$

【解析】

【分析】先去分母、再去括号, 然后移项合并同类项, 最后化系数为1即可得到答案.

【详解】解: 不等式两边同时乘以12得: $3(3x-2)-12 \leq 2(5x-7)$

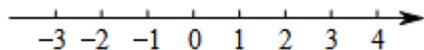
去括号得: $9x-6-12 \leq 10x-14$

移项, 合并同类项得: $-x \leq 4$

两边都除以-1得: $x \geq -4$

【点睛】本题主要考查解一元一次不等式, 熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解题的关键.

17. 解不等式组
$$\begin{cases} x-3 \leq 0 \\ \frac{3x}{2} > x-1 \end{cases}$$
, 并把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-2 < x \leq 3$, 数轴见解析

【解析】

【分析】分别求出不等式组中两个不等式的解集, 找出解集的公共部分并作图即可.

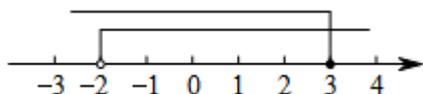
【详解】解: 由 $x-3 \leq 0$ 得: $x \leq 3$,

由 $\frac{3}{2}x > x-1$ 得: $x > -2$,

\therefore 不等式组的解集为: $-2 < x \leq 3$,



在数轴上表示如下：



【点睛】本题考查了不等式组的解法及解集在数轴上的表示。掌握不等式组的解集取法：“同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小解不了”是解题关键。

18. 若方程组 $\begin{cases} ax+by=1 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 和方程组 $\begin{cases} ax-by=5 \\ x+2y=3 \end{cases}$ 有相同的解，求 a 和 b 的值。

【答案】 $a=3$ ， $b=-2$ 。

【解析】

【分析】先解方程组 $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 求出 x ， y 的值，代入方程组 $\begin{cases} ax+by=1 \\ ax-by=5 \end{cases}$ ，即可解答。

【详解】解：解：∵方程组 $\begin{cases} ax+by=1 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 和方程组 $\begin{cases} ax-by=5 \\ x+2y=3 \end{cases}$ 有相同的解，

$$\therefore \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases},$$

代入其他两个方程 $\begin{cases} ax+by=1 \\ ax-by=5 \end{cases}$ ，得 $\begin{cases} a+b=1 \\ a-b=5 \end{cases}$ ，

$$\text{解得 } \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases}.$$

【点睛】此题主要考查了二元一次方程的解及二元一次方程组的解法，解题时首先正确理解题意，然后根据题意得到关于待定系数的方程组，解方程组即可求解。

19. 列方程（组）解应用问题：

“冰墩墩”和“雪容融”分别是北京 2022 年冬奥会和冬残奥会的吉祥物。自 2019 年正式亮相后，相关特许商品投放市场，持续热销。某冬奥官方特许商品零售店购进了一批同一型号的“冰墩墩”和“雪容融”玩具，连续两个月的销售情况如表：

月份	销售量/件		销售额/元
	冰墩墩	雪容融	
第 1 个月	100	40	14800
第 2 个月	160	60	23380

求此款“冰墩墩”和“雪容融”玩具的零售价格。



【答案】“冰墩墩”和“雪容融”玩具的单价分别为118元、75元

【解析】

【分析】分别设出冰墩墩和雪容融的单价，根据题中的等量关系列出方程组，解方程组，最后作答.

【详解】解：设“冰墩墩”和“雪容融”玩具的单价分别为 x 、 y 元，

$$\text{则} \begin{cases} 100x + 40y = 14800 \\ 160x + 60y = 23380 \end{cases}$$

解方程组得：

$$\begin{cases} x = 118 \\ y = 75 \end{cases}$$

答：“冰墩墩”和“雪容融”玩具的单价分别为118元、75元.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程组，读懂题意，列出方程组是解题的关键.

20. 若关于 x 的方程 $2x + 5 = a$ 的解和关于 x 的方程与 $\frac{x-4}{3} - 2 = \frac{a-1}{2}$ 的解相同，求字母 a 的值，并写出方程的解.

【答案】 $a = -11$ ，方程的解为： $x = -8$

【解析】

【分析】先分别解出两个一元一次方程，再令其解相等得到关于 a 的方程，求解即可.

【详解】解： $2x + 5 = a$ ，

$$\text{解得：} x = \frac{a-5}{2}$$

$$\frac{x-4}{3} - 2 = \frac{a-1}{2}$$

$$\text{去分母，得：} 2(x-4) - 2 \times 6 = 3(a-1)$$

$$\text{去括号，得：} 2x - 8 - 12 = 3a - 3$$

$$\text{即 } 2x = 3a + 17$$

$$\therefore x = \frac{3a+17}{2}$$

\because 两个方程的解相同，

$$\therefore \frac{a-5}{2} = \frac{3a+17}{2}$$

$$\text{解得：} a = -11$$

方程的解为： $x = -8$.



【点睛】本题考查了同解方程，掌握同解方程的意义及一元一次方程的解法是解题关键.

21. 定义一种新运算“ \ast ”，其规则为 $x\ast y = xy - x + y$. 例如 $6\ast 5 = 6 \times 5 - 6 + 5 = 29$. 再如：

$$(2a)\ast 3 = (2a) \times 3 - 2a + 3 = 4a + 3.$$

(1) 计算 $5\ast 6$ 值为_____.

(2) 若 $(2m)\ast 3 = 2\ast m$ ，求 m 的值.

(3) 有理数的加法和乘法运算都满足交换律，即 $a + b = b + a$, $ab = ba$ ，“ \ast ”运算是否满足交换律？若满足，请说明理由；若不满足，请举例说明.

【答案】 (1) 31 (2) $m = -5$

(3) 不满足交换律，举例见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据题中的新定义计算即可求解；

(2) 已知等式根据题中的新定义可得关于 m 的方程，解方程即可；

(3) 根据题中新定义知“ \ast ”运算不满足交换律，举反例说明即可.

【小问 1 详解】

解：由题意得： $5\ast 6 = 5 \times 6 - 5 + 6 = 31$ ，

故答案为：31.

小问 2 详解】

解： $\because (2m)\ast 3 = 2\ast m$ ，

$$\therefore 2m \times 3 - 2m + 3 = 2m - 2 + m，$$

解得： $m = -5$.

【小问 3 详解】

解：“ \ast ”运算不满足交换律，举例如下：

$$1\ast 2 = 1 \times 2 - 1 + 2 = 3， 2\ast 1 = 2 \times 1 - 2 + 1 = 1，$$

即 $1\ast 2 \neq 2\ast 1$.

【点睛】本题考查了有理数的混合运算以及一元一次方程的解法，弄清题目中的新定义是解题关键.

22. 【教材呈现】下图是华师版八年级下册数学教材第 69 页的部分内容.

8. 已知关于 x 方程 $3k - 5x = -9$ 的解是非负数，求 k 的取值范围.

写出这道题完整的解题过程.

【拓展】若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + 3y = m \\ 3x + 5y = m + 2 \end{cases}$ 的解满足 $x - y \geq 5$ ，求 m 的最小整数值.

【答案】 $k \geq -3$ ；5

【解析】

【分析】教材呈现：先解一元一次方程，然后根据关于 x 方程 $3k - 5x = -9$ 的解是非负数列出不等式，解不等式即可求得答案；



拓展：先把 m 看作常数，利用加减消元法解关于 x 、 y 的方程组，然后把 x 、 y 的值代入 $x - y \geq 5$ ，解不等式即可确定 m 的最小整数值。

【详解】教材呈现：解： $3k - 5x = -9$ ，

移项得： $-5x = -9 - 3k$ ，

化系数为 1 得： $x = \frac{9+3k}{5}$ ，

\because 关于 x 方程 $3k - 5x = -9$ 的解是非负数，

$\therefore \frac{9+3k}{5} \geq 0$ ，

解得： $k \geq -3$ ，

$\therefore k$ 的取值范围 $k \geq -3$ 。

拓展：解： $\begin{cases} 2x+3y=m \text{ ①} \\ 3x+5y=m+2 \text{ ②} \end{cases}$ ，

① \times 3 得： $6x+9y=3m$ ④，

② \times 2 得： $6x+10y=2m+4$ ⑤，

⑤-④得： $y=-m+4$ ，

把 $y=-m+4$ 代入①得： $2x+3(-m+4)=m$ ，

解得： $x=2m-6$ ，

\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} x=2m-6 \\ y=-m+4 \end{cases}$ ；

$\because x - y \geq 5$ ，

$\therefore 2m-6+m-4 \geq 5$ ，

解得： $m \geq 5$ ，

$\therefore m$ 的最小整数值是 5。

【点睛】本题主要考查了解一元一次方程、解二元一次方程组、解一元一次不等式、求一元一次不等式的最小整数，熟练掌握解二元一次方程组和一元一次不等式的方法是解题的关键。

23. 长春市为了更好地保护环境，污水处理厂决定购买最先进的污水处理设备，这种污水处理设备有 A 型和 B 型。已知购买一台 A 型设备比购买一台 B 型设备多 2 万元，购买 2 台 A 型设备比购买 3 台 B 型设备少 6 万元。

(1) 分别求购买一台 A 型和 B 型设备的钱数。

(2) 若污水处理厂决定购买污水处理设备 10 台，购买污水处理设备的总金额不超过 105 万元，请你为该污水处理厂设计购买方案，并说明理由。

(3) 若 A 型设备每月处理污水 220 吨，B 型设备每月处理污水 180 吨，按照 (2) 中的购买方案，直接写出该污水处理厂每月最多能处理污水的吨数。

【答案】(1) 购买一台 A 型和 B 型设备分别需要 12 万元和 10 万元

(2) 有 3 种购买方案，详见解析

(3) 1880 吨



【解析】

【分析】 (1) 设购买一台 A 型和 B 型设备分别需要 x 万元和 y 万元，根据题意可得关于 x 、 y 的二元一次方程组，解之即可得到答案；

(2) 设购买 A 型设备 m 台，购买 B 型设备 $(10-m)$ 台，利用总价=单价×数量，并结合总金额不超过 105 万元，得到关于 m 的一元一次不等式，解出 m 的取值范围，根据 m 为自然数，可得具体的购买方案；

(3) 利用每月处理污水总量=每台设备每月处理污水的数量×购买数量，分别计算各方案处理污水的吨数，比较后即可得答案.

【小问 1 详解】

解：设购买一台 A 型和 B 型设备分别需要 x 万元和 y 万元，

由题意得：
$$\begin{cases} x = y + 2 \\ 2x = 3y - 6 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 10 \end{cases}$$

答：购买一台 A 型和 B 型设备分别需要 12 万元和 10 万元.

【小问 2 详解】

解：设购买 A 型设备 m 台，则购买 B 型设备 $(10-m)$ 台，

由题意知， $12m+10(10-m) \leq 105$,

解得： $m \leq 2.5$,

又 m 为自然数，

$\therefore m=0$ 或 $m=1$ 或 $m=2$,

即共有 3 种购买方案，

方案一：购买 10 台 B 型设备；

方案二：购买 1 台 A 型设备，9 台 B 型设备；

方案三：购买 2 台 A 型设备，8 台 B 型设备.

【小问 3 详解】

解：选择方案一每月可以处理污水： $10 \times 180 = 1800$ 吨；

选择方案二每月可以处理污水： $220 \times 1 + 9 \times 180 = 1840$ 吨；

选择方案三每月可以处理污水： $220 \times 2 + 8 \times 180 = 1880$ 吨；

$\therefore 1800 < 1840 < 1880$,

\therefore 每月最多能处理污水 1880 吨.

【点睛】 本题考查了二元一次方程组及一元一次不等式的实际应用，解题的关键是：找准数量关系列出二元一次方程组 and 一元一次不等式.

24. 如图，在数轴上点 A、C、B 表示的数分别是 -2、1、12. 动点 P 从点 A 出发，沿数轴以每秒 3 个单位长度的速度向终点 B 匀速运动；同时，点 Q 从点 B 出发，沿数轴以每秒 2 个单位长度的速度向终点 A 匀速运动，设点 Q 的运动时间为 t 秒.





- (1) AB 的长为_____;
- (2) 当点 P 与点 Q 相遇时, 求 t 的值.
- (3) 当点 P 与点 Q 之间的距离为 9 个单位长度时, 求 t 的值.
- (4) 若 $PC+QB=8$, 直接写出 t 点 P 表示的数.

【答案】 (1) 14 (2) 当 t 为 $\frac{14}{5}$ 秒时, 点 P 与点 Q 相遇;

(3) 当 t 为 1 秒或 $\frac{23}{5}$ 秒时, 点 P 与点 Q 间的距离为 9 个单位长度;

(4) 存在某一时刻使得 $PC+QB=8$, 此时点 P 表示的数为 $\frac{23}{5}$.

【解析】

【分析】 (1) 根据两点之间的距离公式直接求出 AB 的长;

(2) 当运动时间为 t 秒时, 点 P 表示的数为 $3t-2$, 点 Q 表示的数为 $-2t+12$; 由点 P, Q 相遇, 即可得出关于 t 的一元一次方程, 解之即可得出结论;

(3) 由 $PQ=9$, 即可得出关于 t 的一元一次方程, 解之即可得出结论;

(4) 当运动时间为 t 秒时, 点 P 表示的数为 $3t-2$, $PC=|3t-2-1|=|3t-3|$, $QB=2t$, 由 $PC+QB=8$, 即可得出关于 t 的一元一次方程, 解之即可得出 t 的值, 再将其代入 $3t-2$ 中即可求出结论.

【小问 1 详解】

解: $AB=12-(-2)=14$,

故答案为: 14;

【小问 2 详解】

解: 当运动时间为 t 秒时, 点 P 表示的数为 $3t-2$, 点 Q 表示的数为 $-2t+12$.

依题意得: $3t-2=-2t+12$,

解得: $t=\frac{14}{5}$.

答: 当 $t=\frac{14}{5}$ 秒时, 点 P 与点 Q 相遇;

【小问 3 详解】

解: 依题意得: $-2t+12-(3t-2)=9$ 或 $3t-2-(-2t+12)=9$,

解得: $t=1$ 或 $t=\frac{23}{5}$.

答: 当 t 为 1 秒或 $\frac{23}{5}$ 秒时, 点 P 与点 Q 间的距离为 9 个单位长度;

【小问 4 详解】

解: 当运动时间为 t 秒时, 点 P 表示的数为 $3t-2$, $PC=|3t-2-1|=|3t-3|$, $QB=2t$.

依题意得: $|3t-3|+2t=8$,

即 $3-3t+2t=8$ 或 $3t-3+2t=8$,



解得： $t=-5$ （不合题意，舍去）或 $t=\frac{11}{5}$ ，

$$\therefore 3t-2=\frac{23}{5}.$$

答：存在某一时刻使得 $PC+QB=8$ ，此时点 P 表示的数为 $\frac{23}{5}$ 。

【点睛】 本题考查了一元一次方程 应用以及数轴，解题的关键是：（1）利用数轴上两点间的距离，找出点 B ， C 表示的数；（2）找准等量关系，正确列出一元一次方程；（3）找准等量关系，正确列出一元一次方程；（4）找准等量关系，正确列出一元一次方程。