北京市西城外国语学校2015——2016学年度第一学期

(6道重题)初二数学期中考试试卷

2015. 11. 6

班、姓名、学号、成绩

一、选择题（每小题3分，共30分）

1. 使分式$\dfrac{x}{x+1}$有意义的条件是（　　）.

A. $x\neq -1$　　B. $x\neq 1$　　C. $x\neq 0$　　D. $x+1>0$

【答案】A

【解析】由题意得，$x+1\neq 0$，

解得，$x\neq$-1，

故选：A.

2. ff8080814db3e529014db6b43288012b 下列各式中，从左到右的变形是因式分解的是（　　）.

A. $(x+2y)(x-2y)=x^2-4y^2$　　B. $x^2y-xy^2-1=xy(x-y)-1$

C. $a^2-4ab+4b^2=(a-2b)^2$　　D. $ax+ay+a=a(x+y)+a$

【答案】C

【解析】根据因式分解的意义：把一个多项式化成几个整式积的形式，

A、右边不是积的形式，故本选项错误；

B、右边最后不是积的形式，故本选项错误；

C、右边是$(a-2b)^2$，故本选项正确；

D、结果是$a(x+y+1)$，故本选项错误.

故选C.

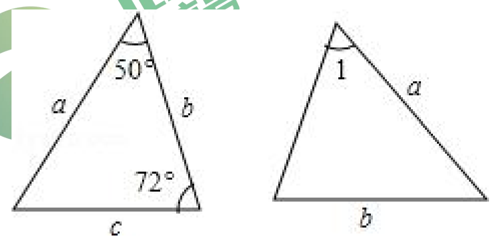
3. 计算3^{-3}的结果是（　　）.

A. -9　　　　B. -27　　　　C. $\dfrac{1}{27}$　　　　D. $-\dfrac{1}{27}$

【答案】C

【解析】$3^{-3}=\dfrac{1}{3^3}=\dfrac{1}{27}$.

4. 8aac50a74e724b3f014e7566e9a40ba7 已知图中的两个三角形全等，则∠1等于(　　).



A. 72°　　　　B. 60°　　　　C. 50°　　　　D. 58°

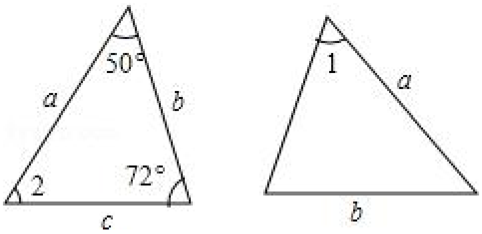
【答案】

【解析】如图，由三角形内角和定理得到：∠2=180°-50°-72°=58°.

∵图中的两个三角形全等，

∴∠1=∠2=58°.

故选：D.



5. 下列变形正确的是（　　）.

A. $\dfrac{a+1}{b+1}=\dfrac{a}{b}$　　　　B. $\dfrac{a-1}{-b}=-\dfrac{a-1}{b}$　　　　C. $\dfrac{a-b}{a^2-b^2}=\dfrac{1}{a-b}$　　　　D. $\dfrac{(-a-b)^2}{(a+b)^2}=-1$

【答案】B

【解析】A、$\dfrac{a+1}{b+1}=\dfrac{a+1}{b+1}$，此选项错误；

B、$\dfrac{a-1}{-b}=-\dfrac{a-1}{b}$，此选项正确；

C、$\dfrac{a-b}{a^2-b^2}=\dfrac{1}{a+b}$，此选项错误；

D、$\dfrac{(-a-b)^2}{(a+b)^2}=1$，此选项错误.

故选 B.

6. 如果多项式 x^2+ax+b 可因式分解为 $(x-1)(x+2)$，则 a、b 的值为（　　）.

A. $a=1$，$b=2$　　B. $a=1$，$b=-2$

C. $a=-1$，$b=-2$　　D. $a=-1$，$b=2$

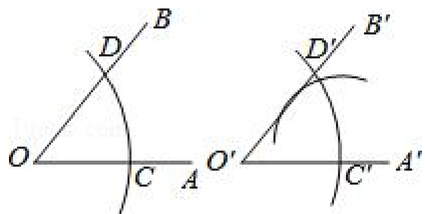
【答案】B

【解析】根据题意得：$x^2+ax+b=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$，

则 $a=1$，$b=-2$.

故选 B

7. 8aac50a74e724b3f014e7b0a44af2797 请仔细观察用直尺和圆规作一个角 $\angle A'O'B'$ 等于已知角 $\angle AOB$ 的示意图，根据图形全等的知识，说明画出 $\angle A'O'B'=\angle AOB$ 的依据是（　　）.



A. SSS　　B. ASA　　C. AAS　　D. SAS

【答案】

【解析】根据作图过程可知 O′C′=OC，O′D′=OD，C′D′=CD，

在△OCD 与△O′C′D′中，

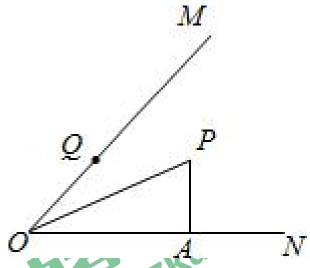
$$\begin{cases} O'C'=OC \\ O'D'=OD \\ C'D'=CD \end{cases}$$

∴△OCD≌△O′C′D′（SSS），

∴∠A′O′B′=∠AOB.

故选：A.

8. 如图，OP 平分 $\angle MON$，$PA\perp ON$ 于点 A，点 Q 是射线 OM 上的一个动点，若 $PA=3$，则 PQ 的最小值为（　　）.



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 无法确定

【答案】C

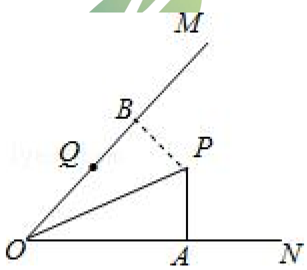
【解析】过点 P 作 $PB\perp OM$ 于 B，

∵ OP 平分 $\angle MON$， $PA\perp ON$， $PA=3$，

∴ $PB=PA=3$，

∴ PQ 的最小值为3.

故选：C.



9. 甲、乙两班学生参加植树造林，已知甲班每天比乙班多植树5棵，甲班植树80棵所用的天数与乙班植树70棵所用的天数相等，若设甲班每天植树 x 棵，则根据题意得出的方程是（　　）.

A. $\frac{80}{x-5}=\frac{70}{x}$　　B. $\frac{80}{x}=\frac{70}{x+5}$　　C. $\frac{80}{x+5}=\frac{70}{x}$　　D. $\frac{80}{x}=\frac{70}{x-5}$

【答案】D

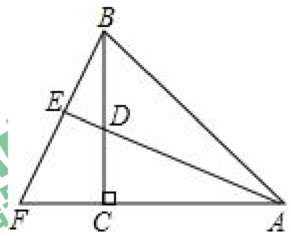
【解析】设甲班每天植树 x 棵，则乙班每天植树（$x-5$）棵，

由题意得， $\frac{80}{x}=\frac{70}{x-5}$.

故选 D.

10. ff8080814d9efa82014dad30c4e00e30 如图，在 RtΔABC 中，AC=BC，∠ACB=90°，AD 平分∠BAC，

BE⊥AD 交 AC 的延长线于 F，E 为垂足．则结论：（1）AD=BF；（2）CF=CD；（3）AC+CD=AB；（4）BE=CF；（5）BF=2BE，其中正确的结论个数是（ ）.



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

【答案】

【解析】①∵BC=AC，∠ACB=90°，

∴∠CAB=∠ABC=45°，

∵AD 平分∠BAC，

∴∠BAE=∠EAF=22．5°，

∵在 Rt△ACD 与 Rt△BFC 中，∠EAF+∠F=90°，∠FBC+∠F=90°，

∴∠EAF=∠FBC，

∵BC=AC，∠EAF=∠FBC，∠BCF=∠AEF，

∴Rt△ADC≌Rt△BFC，

∴AD=BF；

故①正确；

②∵①中 Rt△ADC≌Rt△BFC，

∴CF=CD，

故②正确；

③∵①中 Rt△ADC≌Rt△BFC，

∴CF=CD，AC+CD=AC+CF=AF，

∵∠CBF=∠EAF=22．5°，

∴在 Rt△AEF 中，∠F=90°-∠EAF=67．5°，

∵∠CAB=45°，

∴∠ABF=180°-∠F-∠CAB=180°-67．5°-45°=67．5°，

∴AF=AB，即 AC+CD=AB，

故③正确；

④由③可知，△ABF 是等腰三角形，

∵BE⊥AD，

∴BE=$\frac{1}{2}$BF，

∵在 Rt△BCF 中，若 BE=CF，则∠CBF=30°，与②中∠CBF=22．5°相矛盾，

故 BE≠CF，

故④错误；

⑤由③可知，△ABF 是等腰三角形，

∵BE⊥AD，

∴BF=2BE，

故⑤正确．

所以①②③⑤四项正确．

故选 D．

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

11． 空气的单位体积质量是 0.001239 克/立方厘米， 0.001239 用科学记数法表示为____________.

【答案】1.239×10^{-3}

【解析】$0.001239=1.239\times10^{-3}$．

故答案为：1.239×10^{-3}．

12． 57e036bb9ebb4a0c94189d3fc359d458 分解因式：$x^2-4y^2=$____________.

【答案】$(x-2y)(x+2y)$

【解析】$x^2-4y^2=(x-2y)(x+2y)$．

13． 若$(x+3)^0=1$，则 x 的取值范围是____________.

【答案】$x\neq-3$

【解析】由$(x+3)^0=1$，得

$x+3\neq0$，

解得 $x\neq-3$．

故答案为：$x\neq-3$．

14． 若$\dfrac{x^2-1}{x-1}=0$，则 $x=$____________.

【答案】-1

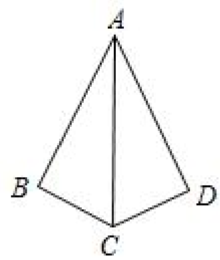
【解析】根据题意得，$x^2-1=0$ 且 $x-1\neq 0$，

解得 $x=\pm 1$ 且 $x\neq 1$，

所以：$x=-1$.

故答案为：-1.

15. 如图：已知 $\angle B=\angle D=90°$，添加一个条件______________，则能够证明 $\triangle ABC\cong\triangle ADC$，其理由是（简写）______________.



【答案】$AD=AB$

【解析】添加 $AD=AB$．理由如下：

在 Rt$\triangle ABC$ 与 Rt$\triangle ADC$ 中，

$$\begin{cases} AD=AB \\ AC=AC \end{cases},$$

∴ Rt$\triangle ABC\cong$ Rt$\triangle ADC$ （HL）.

故答案可以是：$AD=AB$.

16. ff8080814db3e92e014dc13ea4290ffe 已知三角形的两边长分别为 5 和 7，则第三边的中线长 x 的范围是______________.

【答案】1＜x＜6

【解析】如图所示，AB=5，AC=7，

设 BC=2a，AD=x，

延长 AD 至 E，使 AD=DE，

在△BDE 与△CDA 中，

∵AD=DE，BD=CD，∠ADC=∠BDE，

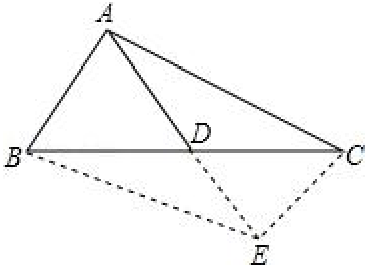
∴△BDE≌△CDA，

∴AE=2x，BE=AC=7，

在△ABE 中，BE-AB＜AE＜AB+BE，即 7-5＜2x＜7+5，

∴1＜x＜6.

故答案为：1＜x＜6.



17. 已知 $x^2+3x+1=0$，则 $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ 的值为__________.

【答案】7

【解析】∵ $x^2+3x+1=0$，

而 $x\neq 0$，

∴ $x+3+\dfrac{1}{x}=0$，

∴ $x^2+\dfrac{1}{x^2}=(x+\dfrac{1}{x})^2-2=3^2-2=7$．

故答案为7．

18. 观察下列各式：

$$39\times 41=40^2-1^2$$

$$48\times 52=50^2-2^2$$

$$52\times 62=57^2-5^2$$

$$67\times 77=72^2-5^2$$

请你把发现的规律用字母表示出来：$mn=$__________.

【答案】$(\dfrac{n+m}{2})^2-(\dfrac{n-m}{2})^2$

【解析】$39\times 41=40^2-1^2=(\dfrac{41+49}{2})^2-(\dfrac{41-49}{2})^2$，

$48\times 52=50^2-2^2=(\dfrac{52+48}{2})^2-(\dfrac{52-48}{2})^2$，

$52\times 62=57^2-5^2=(\dfrac{62+52}{2})^2-(\dfrac{62-52}{2})^2$，

$67\times 77=72^2-5^2=(\dfrac{77+67}{2})^2-(\dfrac{77-67}{2})^2$，

…

由此可得：$mn=(\frac{n+m}{2})^2-(\frac{n-m}{2})^2$．

故答案为$(\frac{n+m}{2})^2-(\frac{n-m}{2})^2$．

三、解答题（共54分）

19．把下列各式因式分解（每小题3分，共6分）

（1）x^2-5x-6．

（2）$4x^2y-4xy+y$．

【答案】

【解析】（1）原式$=(x+1)(x-6)$；

（2）原式$=y(4x^2-4x+1)=y(2x-1)^2$．

20．计算（每小题3分，共12分）

（1）$(-3)^3-\left|-\frac{1}{2}\right|+(\frac{1}{5})^{-2}\times(1-\sqrt{3})^0$．

（2）$-(\frac{b^3}{a})^2\cdot(-\frac{2a}{b})^3\div(-2ab^4)$．

（3）$\frac{x+9}{x^2-9}-\frac{2}{x-3}$．

（4）$\frac{16-a^2}{a^2+8a+16}\div\frac{a-4}{2a+8}$．

【解析】（1）原式$=-27-\frac{1}{2}+25\times1$

$=-2\frac{1}{2}$．

（2）原式$=-\frac{b^6}{a^2}\cdot\frac{8a^3}{b^3}\cdot\frac{1}{2ab^4}$

$=-\frac{8a^3b^6}{2a^3b^7}$

$=-\frac{4}{b}$．

（3）原式$=\frac{x+9}{(x+3)(x-3)}-\frac{2}{x-3}$

$=\dfrac{x+9}{(x+3)(x-3)}-\dfrac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)}$

$=\dfrac{x+9-2(x+3)}{(x+3)(x-3)}$

$=\dfrac{x+9-2x-6}{(x+3)(x-3)}$

$=\dfrac{3-x}{(x+3)(x-3)}$

$=-\dfrac{1}{x+3}$.

（4）原式$=-\dfrac{a^2-16}{(a+4)^2}\div\dfrac{a-4}{2(a+4)}$

$=-\dfrac{(a+4)(a-4)}{(a+4)^2}\cdot\dfrac{2(a+4)}{a-4}$

$=-2$.

21.（本题 4 分）先化简，再求值：$(\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}+\dfrac{1}{x})\div\dfrac{1}{x+1}$，其中 $x=2$.

【解析】原式$=[\dfrac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}+\dfrac{1}{x}]\cdot(x+1)$

$=[\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{1}{x}]\cdot(x+1)$

$=\dfrac{x^2+1}{x(x+1)}\cdot(x+1)$

$=\dfrac{x^2+1}{x}$,

当 $x=2$ 时，原式$=\dfrac{2^2+1}{2}=\dfrac{5}{2}$.

22.（本题 5 分）解分式方程：$\dfrac{2}{x^2-4}+\dfrac{x}{x-2}=1$.

【解析】去分母得：$2+x(x+2)=x^2-4$，

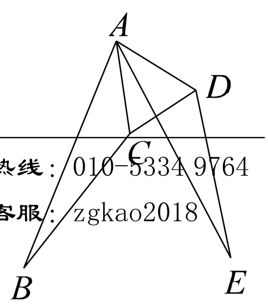
解得：$x=-3$，

经检验 $x=-3$ 是分式方程的解.

23.（本题 5 分）8aac49074ff4b162015004ec34ec1e28

已知：如图，CB=DE，∠B=∠E，∠BAE=∠CAD.

求证：AC=AD.



证明：

【解析】∵∠BAE=∠CAD

∴∠BAE-∠CAE=∠CAD-∠CAE

∴∠BAC=∠EAD，

在△ABC 与△AED 中，

$$\begin{cases}\angle B=\angle E\\ \angle BAC=\angle EAD,\\ CB=DE\end{cases}$$

∴△ABC≌△AED（AAS），

∴AC=AD．

24．（本题 5 分）已知 a、b 满足等式 $a^2+b^2-4(2b-a)+20=0$，求 $a+b$ 值．

【解析】∵ $a^2+b^2-4(2b-a)+20=0$，

∴ $a^2+b^2-8b+4a+20=0a^2+4a+4+b^2-8b+16=0$，

∴ $(a+2)^2+(b-4)^2=0$，

∴ $\begin{cases}a+2=0\\ b-4=0\end{cases}$，

∴ $\begin{cases}a=-2\\ b=4\end{cases}$，

∴ $a+b=-2+4=2$．

25．（本题 5 分）列方程解应用题：

从 A 地到 B 地的路程是 30 千米．甲骑自行车从 A 地到 B 地先走，半小时后，乙骑自行车从 A 地出发，结果二人同时到达．已知乙的速度是甲的速度的 1.5 倍，求甲、乙二人骑车速度各是多少？

【解析】设甲的速度为 x 千米/时，则乙的速度为 $1.5x$ 千米/时，由题意得：

$\frac{30}{x}=\frac{30}{1.5x}+\frac{1}{2}$，

解得： $x=20$，

经检验： $x=20$ 是原分式方程的解，

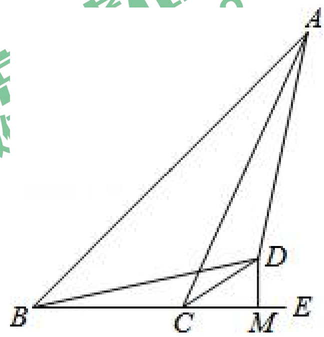
$1.5\times 20=30$ （千米/时）．

答：甲的速度为 20 千米/时，则乙的速度为 30 千米/时．

26.（本题 5 分）已知：如图，点 B、C、E 三点在同一条直线上，CD 平分 $\angle ACE$，$DB=DA$，$DM\perp BE$ 于 M．

（1）求证：$AC=BM+CM$；

（2）若 $AC=2$，$BC=1$，求 CM 的长．



【解析】（1）证明：作 $DN\perp AC$ 于 N，

$\because CD$ 平分 $\angle ACE$，$DM\perp BE$，

$\therefore DN=DM$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle DCN$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle DCM$ 中，

$$\begin{cases}CD=CD\\DN=DM\end{cases},$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle DCN\cong \mathrm{Rt}\triangle DCM$（HL），

$\therefore CN=CM$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADN$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle BDM$ 中，

$$\begin{cases}AD=BD\\DN=DM\end{cases},$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ADN\cong \mathrm{Rt}\triangle BDM$（HL），

$\therefore AN=BM$，

$\because AC=AN+CN$，

$\therefore AC=BM+CM$．

（2）解：$\because AN=AC-CN$，$BM=BC+CM$，

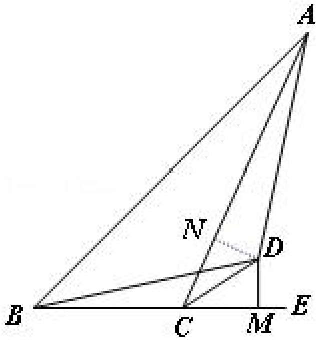
$\therefore AC-CN=BC+CM$，

$\therefore AC-CM=BC+CM$，

$\therefore 2CM=AC-BC$，

$\because AC=2$，$BC=1$，

$\therefore CM=0.5$．



27.（本题 7 分）

（1）尺规作图：如图 a，已知 $\angle MON$，作 $\angle MON$ 的平分线 OP，并在 OP 上任取一点 Q，分别在 OM、ON 上各取一点 S、T，作 $\triangle OSQ$ 和 $\triangle OTQ$，使得 $\triangle OSQ \cong \triangle OTQ$．（不写作法，保留作图痕迹）

（2）请你参考这个作全等三角形的方法，解答下列问题：

①如图 b，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB$ 是直角，$\angle B = 60°$，AD、CE 分别是 $\angle BAC$、$\angle BCA$ 的平分线，AD、CE 相交于点 F．请你判断并写出 FE 与 FD 之间的数量关系；

②如图 c，在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle ACB$ 不是直角，而①中的其它条件不变，请问，你在①中所得结论是否仍然成立？若成立，请证明；若不成立，请说明理由．

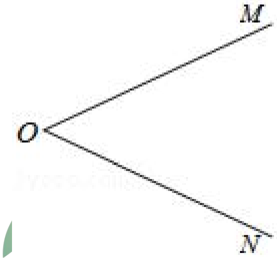


图 a

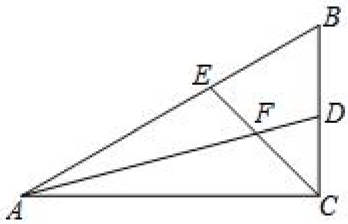


图 b

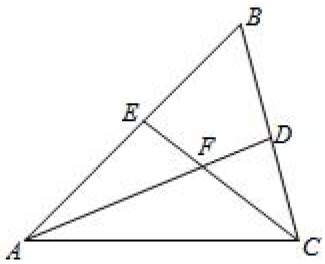


图 c

【解析】（1）如图 a 所示：

（2）① $EF = DF$，

如图b，过点F作$FG\perp AB$于G，作$FH\perp BC$于H，作$FK\perp AC$于K，

∵ AD、CE分别是$\angle BAC$、$\angle BCA$的平分线，

∴ $FG=FH=FK$，

在四边形$BGFH$中，$\angle GFH=360°-60°-90°\times 2=120°$，

∵ AD、CE分别是$\angle BAC$、$\angle BCA$的平分线，$\angle B=60°$，

∴ $\angle FAC+\angle FCA=\frac{1}{2}(180°-60°)=60°$，

在$\triangle AFC$中，$\angle AFC=180°-(\angle FAC+\angle FCA)=180°-60°=120°$，

∴ $\angle EFD=\angle AFC=120°$，

∴ $\angle EFG=\angle DFH$，

在$\triangle EFG$和$\triangle DFH$中，

$$\begin{cases}\angle EFG=\angle DFH\\ \angle EGF=\angle DHF=90°,\\ FG=FH\end{cases}$$

∴ $\triangle EFG\cong\triangle DFH$ （ASA），

∴ $FE=FD$．

$EF=FD$仍然成立．

②如图c，

过点F分别作$FG\perp AB$于点G，$FH\perp BC$于点H．

∴ $\angle FGE=\angle FHD=90°$，

∵ $\angle B=60°$，且AD，CE分别是$\angle BAC$，$\angle BCA$的平分线，

∴ $\angle 2+\angle 3=60°$，F是$\triangle ABC$的内心，

∴ $\angle GEF=\angle BAC+\angle 3=60°+\angle 1$，

∵ F是$\triangle ABC$的内心，即F在$\angle ABC$的角平分线上，

∴ $FG=FH$（角平分线上的点到角的两边相等）．

又∵ $\angle HDF=\angle B+\angle 1$（外角的性质），

∴ $\angle GEF=\angle HDF$．

在$\triangle EGF$与$\triangle DHF$中，

$$\begin{cases}\angle GEF=\angle HDF\\ \angle FGE=\angle FHD=90°,\\ FG=FH\end{cases}$$

∴ $\triangle EGF\cong\triangle DHF$ （AAS），

∴ $FE=FD$．

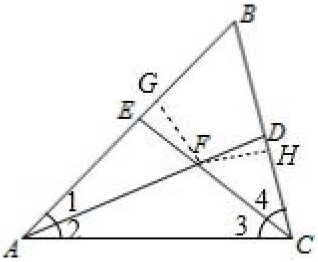


图 c

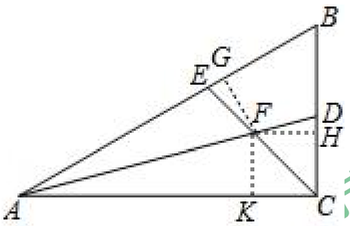


图 b

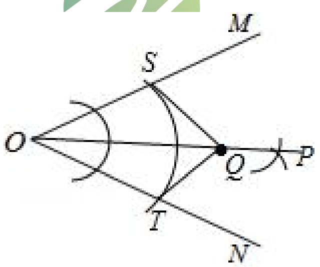


图 a