2022北京四中初三（上）期中

数　　学

考生须知

1．本试卷共 8 页，共 28 道小题，满分 100 分．考试时间 120 分钟．

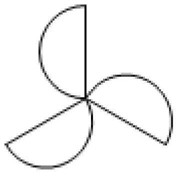
2．在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号．

3．答案一律填写在答题纸上，在试卷上作答无效．

4．在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

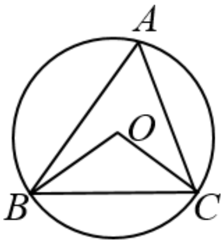
1. 下列四个图形中，是中心对称图形的是（　　）.

A. 　B. 　C. 　D. 

2. 抛物线 $y=\left(x+2\right)^2-1$ 的顶点坐标是（　　）.

A. $-1,2$　　B. $\left(-2,1\right)$　　C. $\left(-2,-1\right)$　　D. $\left(-1,-2\right)$

3. 如图，$\odot O$ 是$\triangle ABC$ 的外接圆，$\angle BOC=100°$，则$\angle A$ 的大小为（　　）



A. 30°　　B. 50°　　C. 80°　　D. 100°

4. 下列方程中，有两个相等的实数根的方程是（　　）.

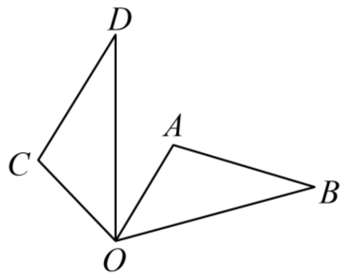
A. $x^2+3x=0$　　B. $x^2+2x-1=0$

C. $x^2+2x+1=0$　　D. $x^2-x+3=0$

5. 若将抛物线 $y=5x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，得到的新抛物线的表达式为（　　）

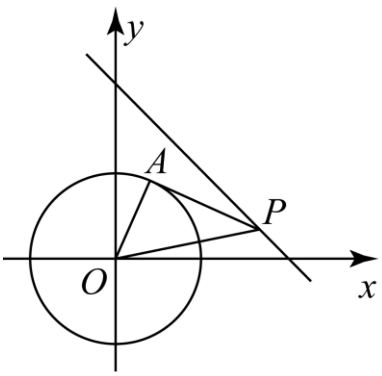
A. $y=5\left(x-2\right)^2+1$　　B. $y=5\left(x+2\right)^2+1$　　C. $y=5\left(x-2\right)^2-1$　　D. $y=5\left(x+2\right)^2-1$

6. 如图，$\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 $75°$，得到$\vartriangle OCD$，若 $\angle AOB=40°$，则 $\angle AOD$ 等于（　　）.



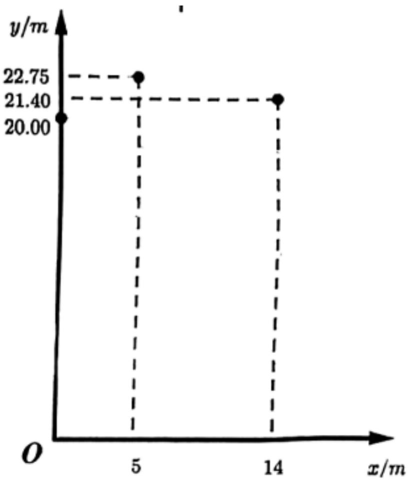
A. 115°　　B. 75°　　C. 40°　　D. 35°

7. 如图，$\odot O$ 的半径是 1，点 P 是直线 $y=-x+2$ 上一动点，过点 P 作 $\odot O$ 的切线，切点为 A，连接 OA，OP，则 AP 的最小值为（　　）.



A. $\sqrt{2}-1$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

8. 单板滑雪大跳台是北京冬奥会比赛项目之一，举办场地为首钢滑雪大跳台．运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分．从起跳到着陆的过程中，运动员起跳后的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位:m)近似满足函数关系 $y=a\left(x-h\right)^2+k\left(a<0\right)$. 如图记录了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离为（　　）.



A. 4m　　B. 7m　　C. 8m　　D. 10m

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 已知某个二次函数的最小值为-1，请你写出一个符合，上述条件的二次函数的表达式为______.

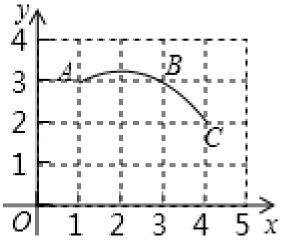
10. 半径为 2，圆心角为 120°　扇形弧长为____________________.

11. $A\left(-1,y_1\right)$，$B\left(2,y_2\right)$在二次函数 $y=-x^2+2x+1$的图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系为______.（用“>”，

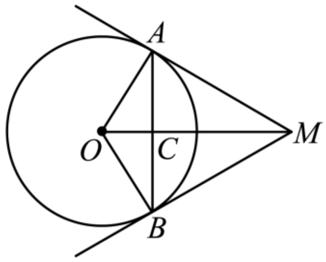
"<"，"="连接.）

12. 若抛物线 $y=x^2+4x+m$ 与　轴没有公共点，则 m 的取值范围是______.

13. 如图，在平面直角坐标系中，点 A，B，C 都在格点上，过 A，B，C 三点作一圆弧，则圆心的坐标是______.



14. 如图，MA，MB 是⊙　的两条切线，A，B 为切点，若 $\angle AMB=60^\circ$，$AB=\sqrt{3}$，则⊙　的半径等于______.



15. 为响应国家号召打赢脱贫攻坚战，小明利用信息技术开了一家网络商店，将家乡的土特产销往全国．今年 6 月份盈利 12000 元，8 月份盈利 27000 元，求 6 月份到 8 月份盈利的月平均增长率．设 6 月份到 8 月份盈利的月平均增长率为　，根据题意，可列方程为______.

16. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a>0\right)$ 的对称轴为直线 $x=-1$，它的图象经过点 $A\left(1,y_1\right)$，$B\left(-2,y_2\right)$，$C\left(-4,0\right)$．对于下列四个结论：

① $y_1<y_2$；

② $c=-8a$；

③方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=-4$，$x_2=2$；

④对于任意实数 t，总有 $a\left(t^2+9\right)+bt+c\le 0$.

其中正确的结论是______.（填写序号）.

三、解答题（本题共 68 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解下列方程：

（1）$x^2-5x=0$；

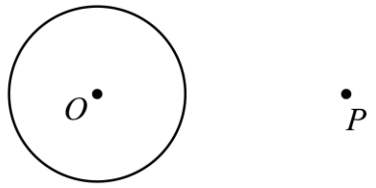
（2）$2x^2-x-1=0$.

18. 下面是"过圆外一点作圆的切线"的尺规作图过程.

已知：⊙　和⊙　外一点　.

求作：过点　⊙　的切线．

作法：如图，



①连接　；

②分别以点　和点　为圆心，大于 $\frac{1}{2}OP$ 的长为半径作弧，两弧相交于 M， N 两点；

③作直线 MN，交　于点 C；

④以点 C 为圆心，CO 的长为半径作圆，交⊙　于 A, B 两点；

⑤作直线 PA， PB．

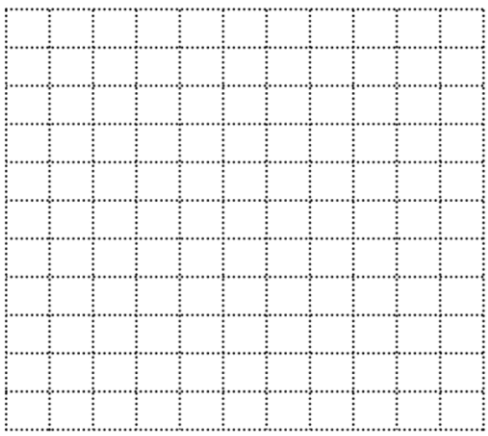
直线 PA， PB 即为所求作⊙　切线．

（1）请根据上述作法完成尺规作图；

（2）连接　， OB，可证 $\angle OAP = \angle OBP = 90°$，理由是________________________；

（3）直线 PA， PB 是⊙　的切线，依据是________________________．

19. 已知二次函数 C： $y = -x^2 + 2x + 3$．

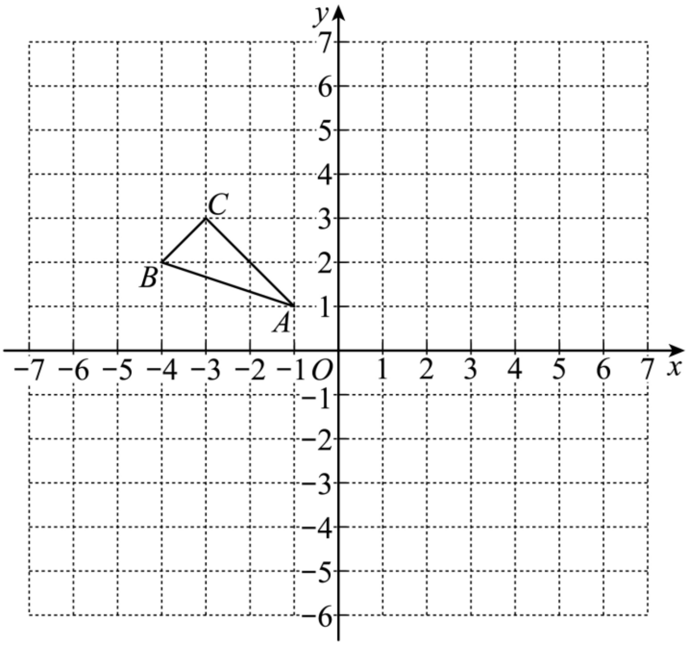


（1）将 $y = -x^2 + 2x + 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式；

（2）在图中画出二次函数 C 的图象；

（3）当 $-1 \le x \le 2$ 时，利用图象直接写出　的取值范围．

20. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $A(-1,1)$， $B(-4,2)$， $C(-3,3)$．



（1）将$\triangle ABC$先向右平移5个单位长度，再向下平移2个单位长度，得到$\triangle A_1B_1C_1$，请在图中画出$\triangle A_1B_1C_1$；

（2）将$\triangle ABC$绕点A顺时针旋转90°得到$\triangle AB_2C_2$，请在图中画出$\triangle AB_2C_2$；

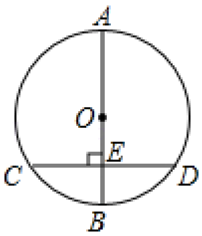
（3）连接A_1C_2，线段A_1C_2的长等于______.

21. 已知关于 的方程$kx^2+(k-2)x-2=0(k\neq 0)$.

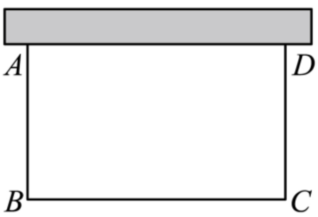
（1）求证：此方程总有实数根；

（2）若k为整数，且此方程有两个不相等的整数根，求k的值.

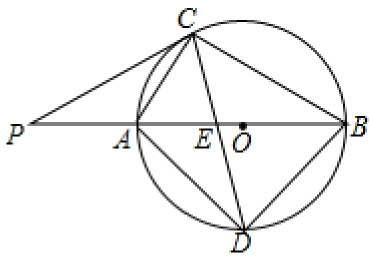
22. 如图，在⊙O中，AB是直径，CD是弦，且$AB\perp CD$于点E，$CD=8$，$BE=2$．求⊙O的半径.



23. 如图，有一农户要建一个矩形菜地，菜地的一边利用长为12m的墙（$AD\leq 12$m），另外三边用26m长的篱笆围成．求当矩形的边长BC为多少m时，菜地面积为80m^2？



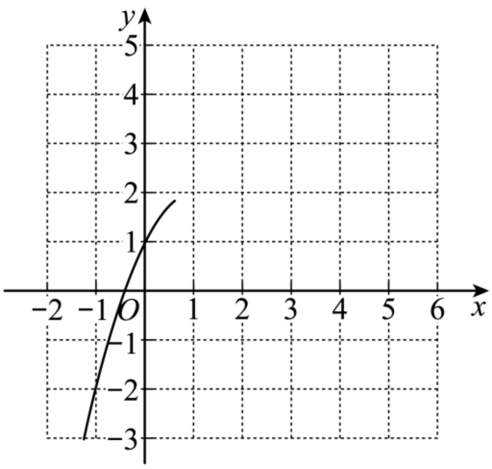
24. 如图，AB是⊙ 的直径，点C为⊙ 上一点，CD平分$\angle ACB$，交AB于点E，交⊙ 于点D，延长BA到点 ，使得$PE=PC$.



（1）求证：PC与⊙ 相切；

（2）若⊙ 半径 5，$AC=6$，求CD的长.

25. 已知函数$y=x^2+bx+c\left(x\geq 2\right)$的图象过点$A\left(2,1\right)$，$B\left(5,4\right)$.



（1）直接写出$y=x^2+bx+c\left(x\geq 2\right)$的解析式；

（2）如图，请补全分段函数$y=\begin{cases}-x^2+2x+1(x<2)\\ x^2+bx+c(x\geq 2)\end{cases}$图象（不要求列表）.

并回答以下问题：

①写出此分段函数的一条性质：________________________；

②若此分段函数的图象与直线$y=m$有三个公共点，请结合函数图象直接写出实数m的取值范围；

（3）横、纵坐标都是整数的点叫做整点，记（2）中函数的图象与直线$y=\dfrac{1}{2}x-1$围成的封闭区域（不含边界）为“W区域”，请直接写出区域内所有整点的坐标.

26. 已知，抛物线C_1：$y=-x^2+bx+c$经过点$A\left(2,1\right)$，$B\left(0,1\right)$.

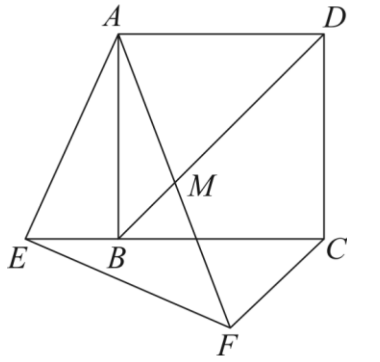
（1）求抛物线C_1的对称轴；

（2）平移抛物线C_1：$y=-x^2+bx+c$，使其顶点在直线$y=-2x+1$上，设平移后的抛物线C_2的顶点的横坐标为m．求抛物线C_2与 轴交点的纵坐标的最大值.

（3）在（2）的条件下，抛物线C_2与 轴交于点M，将其向左平移 2 个单位得到点N，若抛物线C_2与线段BN只有 1 个公共点，直接写出m的取值范围.

27. 如图，在正方形$ABCD$中，点E在线段CB的延长线上，连接AE，并将线段AE绕点E顺时针旋转

90°，得到线段 FE，连接 AF，BD，CF，线段 AF 与线段 BD 相交于点 M．

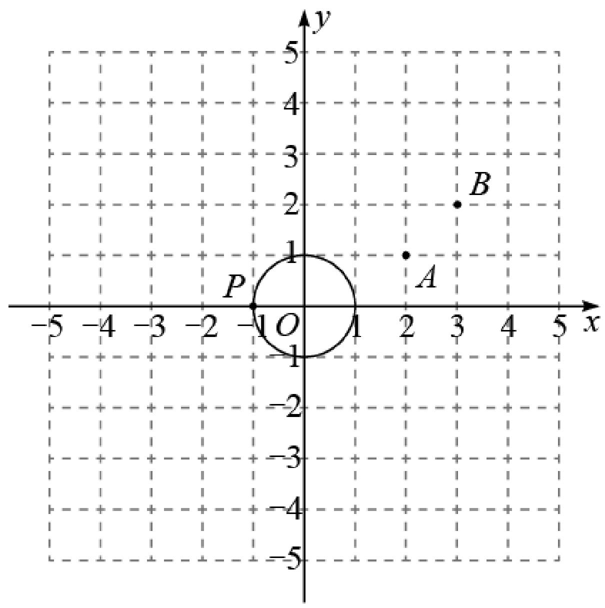


（1）依据题意完成作图，请写出 $\angle ECF$ 的度数，并给出证明；

（2）求证：点 M 是线段 AF 的中点；

（3）直接写出线段 CF，BM 和 AD 的数量关系．

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A 和 B，对于点 定义如下：以点 A 为对称中心作点 的对称点，再将对称点绕点 B 逆时针旋转 90°，得到点 Q，称点 Q 为点 的反转点．已知⊙ 的半径为 1．



（1）如图，点 $A(2,1)$，$B(3,2)$，点 在⊙ 上，点 Q 为点 的反转点．

①当点 的坐标为 $(-1,0)$ 时，在图中画出点 Q；

②当点 在⊙ 上运动时，求线段 AQ 长的最大值；

（2）已知点 A 是⊙ 上一点，点 B 和 是⊙ 外两个点，点 Q 为点 的反转点．若点 在第一象限内，点 B 在第四象限内，当点 A 在⊙ 上运动时，直接写出线段 PQ 长的最大值和最小值的差．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 【答案】B

【解析】

【分析】据轴中心对称图形的概念即可一一判定

【详解】解：图形 A 是轴对称图形，不是中心对称图形，故该选项不符合题意；

图形 B 是中心对称图形，故该选项符合题意；

图形 C 不是中心对称图形，故该选项不符合题意；

图形 D 是轴对称图形，不是中心对称图形，故该选项不符合题意；

故选：B

【点睛】本题考查了中心对称图形 识别：把一个图形绕某一点旋转$180°$，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据二次函数的顶点式即可求得

【详解】解：抛物线 的顶点坐标是 ，

故选：C．

【点睛】本题考查了根据二次函数的顶点式求顶点坐标，熟练掌握和运用根据二次函数的顶点式求顶点坐标是解决本题的关键．

3. 【答案】B

【解析】

【分析】根据圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半，得$\angle BOC=2\angle A$，进而可得答案．

【详解】解：∵$\odot O$是$\triangle ABC$的外接圆，$\angle BOC=100°$，

∴$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=50°$．

故选 B．

【点睛】本题考查了圆周角定理，解题的关键是掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

4. 【答案】C

【解析】

【分析】利用根的判别式逐一分析各选项即可得到答案．

【详解】解：∵ ，

∴$\vartriangle=b^2-4ac=9-4\times1\times0=5>0$，故 A 不符合题意；

∵ ，

∴ $\triangle=b^2-4ac=4-4\times1\times(-1)=8>0$，故 B 不符合题意；

∵ ，

∴ $\triangle=b^2-4ac=2^2-4\times1\times1=0$，故 C 符合题意；

∵ ，

∴ $\triangle=(-1)^2-4\times1\times3=-11<0$，故 D 不符合题意；

故选 C．

【点睛】本题考查的是一元二次方程根的判别式，掌握“当$\triangle>0$，一元二次方程有两个不相等的实根，当$\triangle=0$，一元二次方程有两个相等的实根，当$\triangle<0$，一元二次方程没有实数根”是解本题的关键．

5. 【答案】A

【解析】

【分析】根据函数平移的法则：上加下减，左加右减进行求解．

【详解】解：∵抛物线 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位

∴平移后解析式为：$y=5(x-2)^2+1$

故选：A

【点睛】本题考查了二次函数的平移，熟练掌握函数平移的法则是解答此题的关键．

6. 【答案】D

【解析】

【分析】首先根据旋转的性质可知$\angle BOD=75°$，而 ，然后根据图形即可求出

【详解】解：∵ 绕点 逆时针旋转 ，得到△ ，

$\therefore\angle BOD=75°$，

$\because\angle AOB=40°$，

$\therefore\angle AOD=\angle BOD-\angle AOB=75°-40°=35°$

故选：D．

【点睛】此题主要考查了旋转的性质，解题的关键是理解旋转前后对应边、对应角相等．

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据题意设$P(a,-a+2)$，则$OP=\sqrt{a^2+(-a+2)^2}$，根据⊙ 的半径是 1 得$OA=1$，根据 是⊙ 的切线得$\angle OAP=90°$，即可得$\triangle OAP$是直角三角形，在$Rt\triangle OAP$中，根据勾股定理得$AP^2=OP^2-OA^2$，即可得$AP^2=2(a-1)^2+1$，根据二次函数的性质得当$a-1=0$时， 有最小值，即可得．

【详解】解：∵点 是直线 上

$\therefore$设$P(a,-a+2)$，

$\therefore OP=\sqrt{a^2+(-a+2)^2}$，

$\because \odot$ 的半径是1，

$\therefore OA=1$，

$\because$ 是$\odot$ 的切线，

$\therefore \angle OAP=90^\circ$，

$\therefore \triangle OAP$是直角三角形，

在$Rt\triangle OAP$中，根据勾股定理得，

$AP^2=OP^2-OA^2$

$AP^2=a^2+(2-a)^2-1$

$AP^2=a^2+4-4a+a^2-1$

$AP^2=2a^2-4a+3$

$AP^2=2(a-1)^2+1$

当$a-1=0$时， 有最小值，

即$AP^2=0+1=1$，

$AP=1$，

故选：B．

【点睛】本题考查了切线的性质，勾股定理，二次函数的性质，解题的关键是掌握并灵活运用这些知识点．

8. 【答案】C

【解析】

【分析】将点$\left(0,20\right),\left(5,22.75\right),\left(14,21.40\right)$分别代入函数解析式，求得系数的值；然后由抛物线的对称轴公式可以得到答案．

【详解】解：根据题意知，抛物线$y=ax^2+bx+c$经过点$\left(0,20\right),\left(5,22.75\right),\left(14,21.40\right)$，

则$\begin{cases} c=20 \\ 25a+5b+c=22.75 \\ 196a+14b+c=21.40 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a=-\dfrac{1}{20} \\ b=\dfrac{4}{5} \\ c=20 \end{cases}$

∴抛物线为 $y=-\frac{1}{20}x^2+\frac{4}{5}x+20,$

所以 $x=-\frac{\frac{4}{5}}{2\times\left(-\frac{1}{20}\right)}=8(\mathrm{m})$，该运动员起跳后飞行到最高点.

即该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离为 $8\mathrm{m}$.

故选：C.

【点睛】此题考查了二次函数的应用，根据题意建立二次函数的模型再利用二次函数的性质解决问题是解本题的关键.

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 【答案】$y=x^2-1$

【解析】

【分析】由二次函数的最小值为 -1，可令 $a=1, b=0, c=-1$，从而可得二次函数的解析式.

【详解】解：∵某个二次函数的最小值为　，

∴这个二次函数可以为：$y=x^2-1$.

故答案为：$y=x^2-1$.（答案不唯一）

【点睛】本题考查的是二次函数的定义，二次函数的性质，熟练的利用二次函数的最值构建二次函数是解本题的关键.

10. 【答案】$\frac{4\pi}{3}$

【解析】

【分析】把已知数据代入弧长公式计算，得到答案.

【详解】解：扇形的弧长=$\frac{120\pi\times2}{180}=\frac{4}{3}\pi$

故选：B.

【点睛】本题考查的是弧长的计算，掌握弧长公式：$l=\frac{n\pi r}{180}$ 是解题的关键.

11. 【答案】$y_1<y_2$

【解析】

【分析】根据二次函数的性质即可解答.

【详解】解：二次函数 $y=-x^2+2x+1=-(x-1)^2+2$，

∴对称轴为直线 $x=1$，

∵ $a=-1<0$，

∴该抛物线的开口向下，在对称轴的右侧 y 随 x 的增大而减小，

∵抛物线上点 与点$(3, y_3)$关于对称轴对称，

∴ $y_1 = y_3$，

∵ $3>2$，

∴ $y_3<y_2$，

∴ $y_1<y_2$，

故答案为：$y_1<y_2$．

【点睛】本题考查了二次函数的性质，熟练掌握和运用二次函数的性质是解决本题的关键.

12. 【答案】$m>4$ ## $4<m$

【解析】

【分析】由抛物线 与 轴没有公共点，可得$\Delta=4^2-4\times1\times m<0,$再解不等式可得答案.

【详解】解：∵抛物线 与 轴没有公共点，

∴ $\Delta=4^2-4\times1\times m<0,$

解得：$m>4,$

故答案为：$m>4.$

【点睛】本题考查的是抛物线与 轴的交点问题，掌握“当$\triangle=b^2-4ac<0$时，抛物线与 轴没有交点”是解本题的关键.

13. 【答案】(2，1)

【解析】

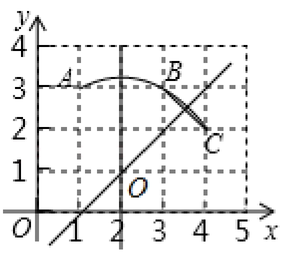
【分析】根据垂径定理的推论：弦的垂直平分线必过圆心，可以作弦 AB 和 BC 的垂直平分线，交点即为圆心.

【详解】根据垂径定理的推论：弦的垂直平分线必过圆心，

可以作弦 AB 和 BC 的垂直平分线，交点即为圆心.

如图所示，则圆心是（2，1）.

故答案为：（2，1）.



【点睛】本题考查垂径定理的应用，解答此题的关键是熟知垂径定理，即“垂直于弦的直径平分弦”.

14. 【答案】1

【解析】

【分析】根据题意得$\angle OAM=90^\circ$，可得$\angle OMA=30^\circ$，根据$OA=OB$得OM是 的垂直平分线，

得$\angle ACM=\angle ACO=90°$，即可得$AC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，根据角之间的关系得$\angle OAC=30°$，设$OC=x$，则$AO=2x$，在$Rt\triangle AOC$中，根据勾股定理得，$AC^2+OC^2=AO^2$，进行计算得$x=\frac{1}{2}$，即可得.

【详解】解：　　，　　是⊙　的两条切线，

$\therefore AM=BM$，$\angle OAM=90°$，

$\because$　　　　　　，

$\therefore \angle OMA=\frac{1}{2}\angle AMB=30°$，

$\because OA=OB$，

$\therefore OM$ 是　　的垂直平分线，

$\therefore \angle ACM=\angle ACO=90°$，

$\because$　　　$\sqrt{\ }$，

$\therefore AC=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \angle CAM=180°-\angle ACM-\angle AMC=180°-90°-30°=60°$，

$\therefore \angle OAC=\angle OAM-\angle CAM=90°-60°=30°$，

设$OC=x$，则$AO=2x$，

在$Rt\triangle AOC$中，根据勾股定理得，

$AC^2+OC^2=AO^2$

$(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+x^2=(2x)^2$

$\frac{3}{4}+x^2=4x^2$

$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=-\frac{1}{2}$（舍），

则$AO=2\times\frac{1}{2}=1$,

故答案为：1.

【点睛】本题考查了切线的性质，垂经定理，勾股定理，直角三角形的性质，解题的关键是掌握并灵活运用这些知识点.

15. 【答案】$12000\ 1+x\ ^2=27000$

【解析】

【分析】根据题意即可列出一元二次方程，即可解答.

【详解】解：设6月份到8月份盈利的月平均增长率为　，

根据题意得：$12000\ 1+x\ ^{2}=27000$，

故答案为：$12000\ 1+x\ ^{2}=27000$．

【点睛】本题考查了一元二次方程的实际应用，理解题意，列出方程是解决本题的关键．

16．【答案】②③##③②

【解析】

【分析】根据二次函数的开口向上，距离对称轴越远的点的函数值越大可判断①；由对称轴为 $x=-\dfrac{b}{2a}=-1,$ 可得 $b=2a,$ 它的图象经过点 ， $16a-4b+c=0,$ 从而可判断②；由二次函数 的对称轴为直线 ，它的图象经过点 ，可得抛物线与 轴的另一个交点的坐标为：$\left(2,0\right),$ 从而可判断③；当 时，函数取得最小值 $y=a-b+c=a-2a-8a=-9a,$ 从而可判断④．

【详解】解：∵二次函数 的对称轴为直线 ，

∴函数图象的开口向上，距离对称轴越远的点的函数值越大，对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2a}=-1,$

∵它的图象经过点 ， ，

而 $1-\left(-1\right)=2,-1-\left(-2\right)=-1+2=1,$

∴ $y_2<y_1$，故①不符合题意；

由对称轴为 $x=-\dfrac{b}{2a}=-1,$ 可得 $b=2a,$

∵它的图象经过点 ，

∴ $16a-4b+c=0,$

∴ $c=-16a+4b=-16a+8a=-8a,$ 故②符合题意；

∵二次函数 的对称轴为直线 ，它的图象经过点 ，

∴抛物线与 轴的另一个交点的坐标为：$\left(2,0\right),$

∴方程 的解为 ， ；故③符合题意；

当 时，函数取得最小值 $y=a-b+c=a-2a-8a=-9a,$

∴对于任意实数 有 $at^2+bt+c\geq-9a,$ 即 $a\left(t^2+9\right)+bt+c\geq0,$ 故④不符合题意；

故答案为：②③

【点睛】本题考查的是二次函数的性质，二次函数与一元二次方程的关系，熟练的利用二次函数的性质“判断代数式的符号，判断方程的根，代数式的最值”是解本题的关键．

三、解答题（本题共 68 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 【答案】（1） $x_1=0,x_2=5.$

（2） $x_1=-\frac{1}{2},x_2=1.$

【解析】

【分析】（1）先把方程的左边分解因式，再化为两个一次方程，再解一次方程即可；

（2）先把方程左边分解因式，再化为两个一次方程，再解一次方程即可；

【小问 1 详解】

解：∵ ，

$\therefore x(x-5)=0,$

$\therefore x=0$ 或 $x-5=0,$

解得： $x_1=0,x_2=5.$

【小问 2 详解】

∵ ，

$\therefore (2x+1)(x-1)=0,$

$\therefore 2x+1=0$ 或 $x-1=0,$

解得： $x_1=-\frac{1}{2},x_2=1.$

【点睛】本题考查的是因式分解法解一元二次方程，掌握“利用因式分解把原方程化为两个一次方程”是解本题的关键.

18. 【答案】（1）画图见解析

（2）直径所对的圆周角是直角

（3）过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

【解析】

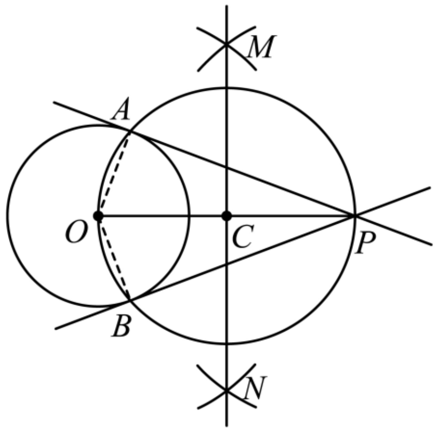
分析】（1）根据题干提示语句画图即可；

（2）由 $\angle OAP,\angle OBP$ 是直径所对的圆周角，从而可得答案；

（3）由切线的判定定理直接可得答案.

【小问 1 详解】

解：如图，根据语句作图如下：



【小问 2 详解】

连接 ， ，可证 ，理由是直径所对的圆周角是直角；

故答案为：直径所对的圆周角是直角

【小问 3 详解】

直线 ， 是⊙ 的切线，依据是过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线．

【点睛】本题考查的是复杂的尺规作图，作线段的垂直平分线，作圆的切线，圆周角定理的应用，切线的判定定理的应用，熟练尺规作图的方法是解本题的关键．

19. 【答案】（1） $y=-\left(x-1\right)^{2}+4.$

（2）画图见解析 （3） $0\le y\le 4.$

【解析】

【分析】（1）利用配方法把抛物线的一般式化为顶点式即可；

（2）先列表，再描点，再用平滑 曲线连接即可；

（3）先确定函数的最大值，再结合函数的图象求解当 $x=-1, x=2$ 时的函数值，从而可得答案．

【小问 1 详解】

解：

$=- \quad x^{2}-2x+1 \quad +4$

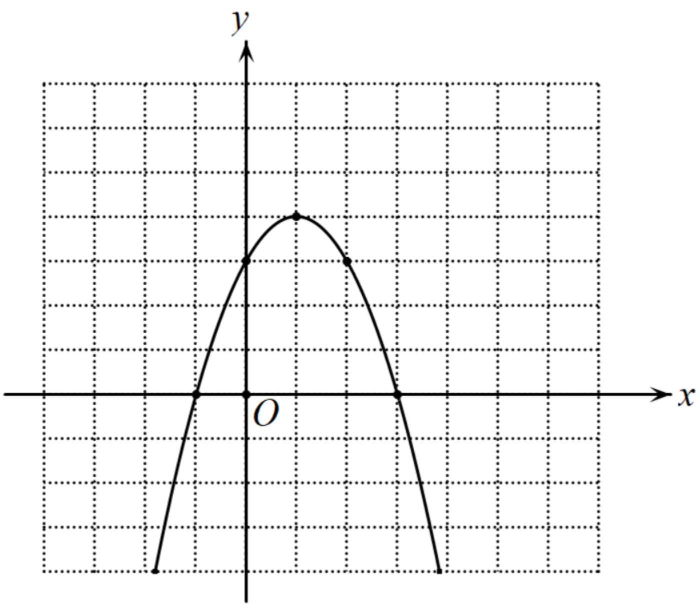
$=-\left(x-1\right)^{2}+4,$

【小问 2 详解】

列表：

	…		0	1	2	3	…
	…	0	3	4	3	0	…

描点并连线



【小问 3 详解】

根据图象可得：当 $x=1$ 时，函数 取得最大值 4,

当 时，$y=-1-2+3=0$,

当 $x=2$ 时，$y=-4+4+3=3$,

当 时，$0\le y\le 4$.

【点睛】本题考查的是把抛物线的一般式化为顶点式，画二次函数的图象，利用二次函数的图象确定函数的最值，熟练的画二次函数的图象是解本题的关键.

20. 【答案】（1）见解析　　（2）见解析

（3）5

【解析】

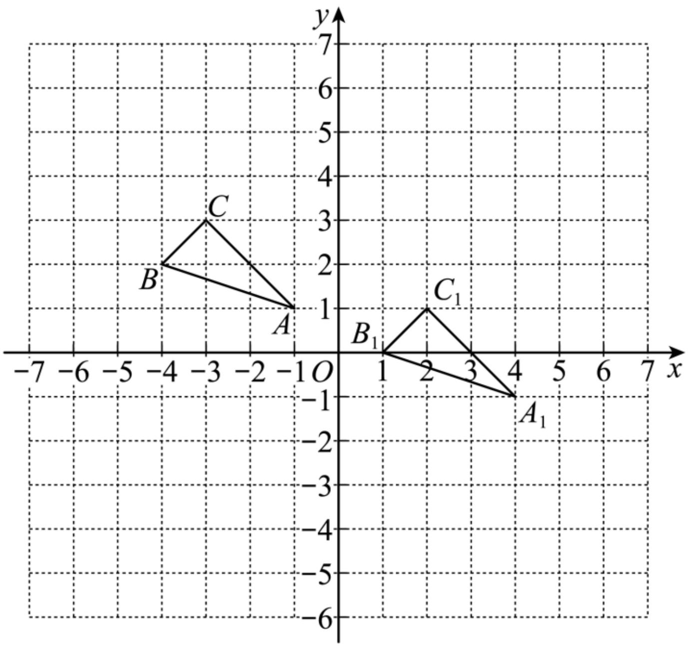
【分析】(1)利用平移变换的性质分别作出 A，B，C 的对应点 A_1，B_1，　即可；

(2)利用旋转变换的性质分别作出 B，C 的对应点 B_2，　即可；

(3)利用勾股定理求解即可.

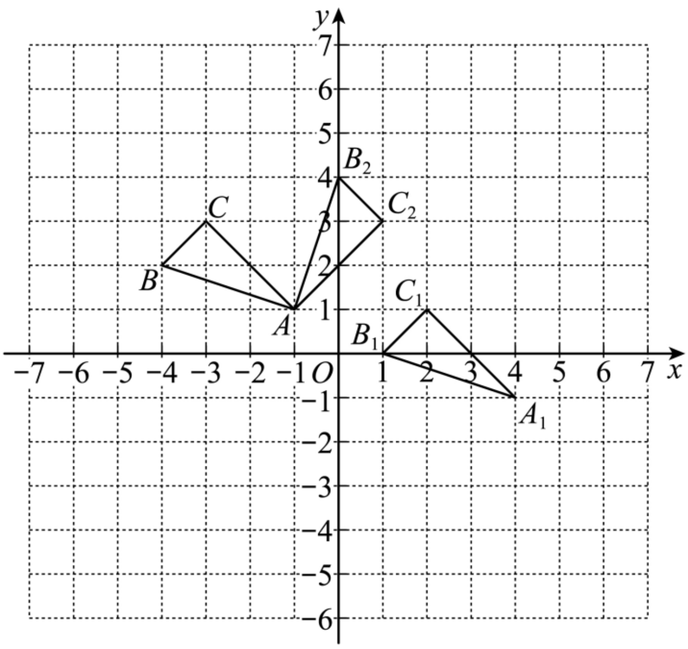
【小问 1 详解】

解：作图如下：$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



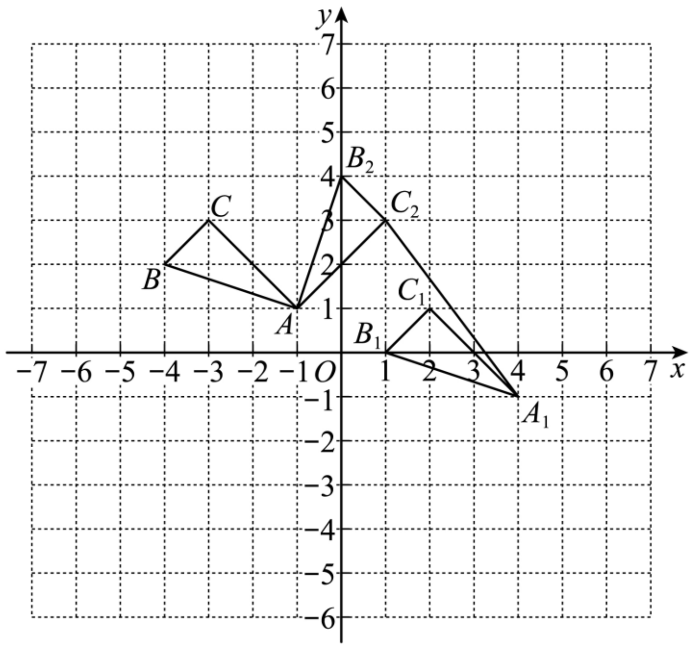
【小问 2 详解】

解：作图如下：$\triangle AB_2C_2$ 即为所求；



【小问 3 详解】

解：如图：连接　　，



$A_1C_2=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

故答案为：5．

【点睛】本题考查作图−平移变换与旋转变换，勾股定理等知识，解题关键是掌握平移变换、旋转变换的性质．

21. 【答案】（1）证明见解析

（2）$k=\pm1$或$k=2$.

【解析】

【分析】（1）分两种情况讨论：当$k=0$时，方程为一元一次方程，当当$k\neq0$时，方程为一元二次方程，再证明$\Delta\geq0$, 从而可得答案；

（2）先利用因式分解的方法解一元二次方程可得$x_1=\dfrac{2}{k},x_2=-1$，结合$\dfrac{2}{k}$为整数，　为整数，$\dfrac{2}{k}\neq-1$，从而可得答案．

【小问 1 详解】

解：对于　　　　　　　　　　　　　，

当$k=0$时，方程为$-2x-2=0,$

解得：$x=-1,$ 方程有实数根，

当$k\neq0$时，

$\Delta=\left(k-2\right)^2-4k\times\left(-2\right)$

$=k^2-4k+4+8k$

$=k^2+4k+4$

$=\left(k+2\right)^2\geq0$，

$\therefore \Delta \geq 0$，

∴此时方程有两个实数根，

综上：　　　　　　　　　　　　　　　　总有实数根．

【小问2详解】

∵　　　　　　　　　　　　　　　有两个不相等的整数根，

$\therefore \left(kx-2\right)\left(x+1\right)=0$，且$k\neq 0$，

$\therefore kx-2=0$或$x+1=0$，

解得：$x_1=\dfrac{2}{k}, x_2=-1$，

$\because \dfrac{2}{k}$为整数，　为整数，$\dfrac{2}{k}\neq -1$，

$\therefore k=\pm 1$或$k=2$.

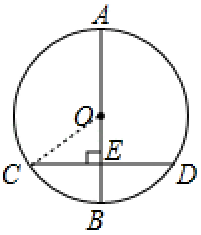
【点睛】本题考查的是一元二次方程根的判别式的应用，利用因式分解的方法解一元二次方程，清晰的分类讨论是解本题的关键．

22. 【答案】⊙O的半径为5．

【解析】

分析】连接OC，根据垂径定理求出CE，根据勾股定理得出方程，求出方程的解即可．

【详解】解：连接OC，



设⊙O的半径为x．

∵直径$AB\perp$弦CD，

$\therefore CE=\dfrac{1}{2}CD=4$，

在Rt△OEC中，由勾股定理可得$x^2=(x-2)^2+4^2$，

解得$x=5$，

∴⊙O的半径为5．

【点睛】本题考查了垂径定理和勾股定理，能根据垂径定理求出CE是解此题的关键．

23. 【答案】10

【解析】

【分析】设矩形的边长　　为xm，则$AD=x$m，$AB=\dfrac{26-x}{2}=\left(13-\dfrac{1}{2}x\right)$m，根据矩形的面积公式，列

出方程，即可求解．

【详解】解：设矩形的边长　　为xm，则 $AD = x$m，$AB=\frac{26-x}{2}=\left(13-\frac{1}{2}x\right)$m，根据题意得：

$x\left(13-\frac{1}{2}x\right)=80$，

解得：$x_1=10, x_2=16$，

∵　　　　　，

∴ $x=10$，

答：当矩形的边长　　为10m 时，菜地面积为　　　．

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的应用，矩形的性质，明确题意，准确列出方程是解题的关键．

24. 【答案】（1）见解析　　（2）$7\sqrt{2}$

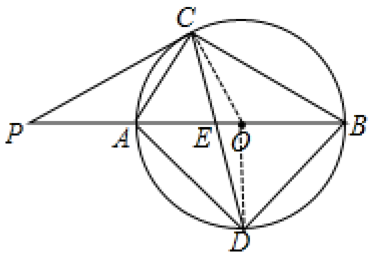
【解析】

【分析】(1) 连接OC，OD，可证得$\angle OCD=\angle ODC$，根据圆周角定理可得$\angle ACB=90°$，再根据平分　　　　，可得$\angle ACD=\angle BCD=45°$，$\angle AOD=2\angle ACD=90°$，$\angle OED+\angle ODE=90°$，再根据等腰三角形的性质即可证得$\angle PCE=\angle OED$，$\angle PCE+\angle OCD=90°$，据此即可证得；

(2)首先根据勾股定理可求得　　的长，$PC^2+25=\left(PA+5\right)^2$，再由$\triangle PCA \backsim \triangle PBC$，可得$PA=30-4AE$，即可求得　　，最后由$\triangle CAE \backsim \triangle CDB$，即可求得．

【小问 1 详解】

证明：如图：连接OC，OD，



∵ $OC=OD$，

∴ $\angle OCD=\angle ODC$

∵ AB是⊙　的直径，

∴ $\angle ACB=90°$，

∵ CD平分　　　　，

∴ $\angle ACD=\angle BCD=45°$，

∴ $\angle AOD=2\angle ACD=90°$，

∴ $\angle OED+\angle ODE=90°$，

∵ $PE=PC$，

∴ $\angle PCE=\angle PEC$，

$\because \angle PEC=\angle OED$，

$\therefore \angle PCE=\angle OED$，

$\therefore \angle PCE+\angle OCD=90^\circ$，

$\therefore PC$ 与⊙　相切；

【小问 2 详解】

解：$\because \angle AOD=\angle BOD=90^\circ$，

$\therefore BD=\sqrt{OB^2+OD^2}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$，

$\because AB$ 是⊙　的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

$\because \angle PCO=90^\circ$，$PC=PE$，

$\therefore PC^2+OC^2=PO^2$，

$\therefore (PA+AE)^2+25=(PA+5)^2$，$2PA\cdot AE+AE^2=10PA$，

$\because \angle CPA=\angle BPC$，$\angle PCA=\angle PBC$，

$\therefore \triangle PAC\backsim\triangle PCB$，

$\therefore \dfrac{PC}{PB}=\dfrac{AC}{CB}$，$\dfrac{PA+AE}{PA+10}=\dfrac{6}{8}$，

得 $PA=30-4AE$，

$\therefore 2(30-4AE)\cdot AE+AE^2=10(30-4AE)$，

得 $7AE^2-100AE+300=0$，

解得 $AE=\dfrac{30}{7}$ 或 $AE=10$ (舍去)，

$\because \angle CAE=\angle CDB$，$\angle ACE=\angle DCB$，

$\therefore \triangle CAE\backsim\triangle CDB$，

$\therefore \dfrac{CA}{CD}=\dfrac{AE}{DB}$，$\dfrac{6}{CD}=\dfrac{\frac{30}{7}}{5\sqrt{2}}$，

$\therefore CD=7\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了圆周角定理，角平分线的定义，等腰三角形的性质，切线的判定定理及性质，勾股定理，相似三角形的判定与性质，作出辅助线是解决本题的关键.

25. 【答案】（1）抛物线的解析式为 $y=x^2-6x+9\ (x\geq 2)$；

（2）①当 $x\geq 3$ 时，函数值 y 随着 x 的增大而增大；②当 $0<m<2$ 时，此分段函数的图象与直线　　　有三个公共点；

（3）区域内所有整点 坐标为$(0,0)$，$(1,0)$，$(1,1)$．

【解析】

【分析】（1）利用待定系数法求解即可；

（2）①结合图象即可求解；

②分别两个抛物线的顶点坐标，观察图象即可求解；

（3）画出图象，观察图象即可求解．

【小问 1 详解】

解：∵函数 的图象过点 ， ．

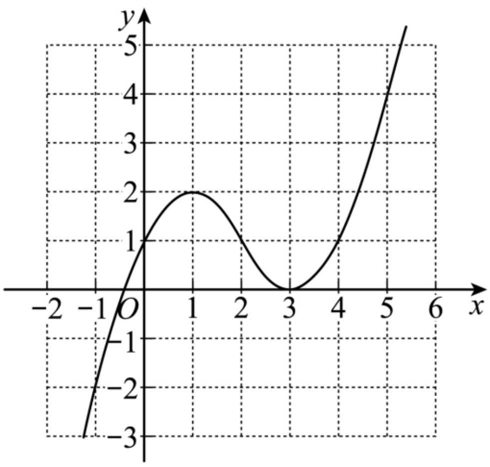
$\therefore \begin{cases} 4+2b+c=1 \\ 25+5b+c=4 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} b=-6 \\ c=9 \end{cases}$，

∴抛物线的解析式为$y=x^2-6x+9\left(x\geq 2\right)$；

【小问 2 详解】

解：补全分段函数 的图象如图所示，



，

①此分段函数的一条性质：当$x\geq 3$时，函数值y随着x的增大而增大；

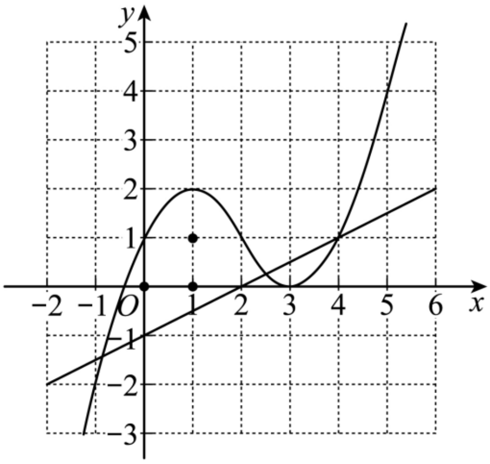
②函数$y=-x^2+2x+1=-(x-1)^2+2$，顶点坐标为$(1,2)$，

函数$y=x^2-6x+9=(x-3)^2$，顶点坐标为$(3,0)$，

∴当$0<m<2$时，此分段函数的图象与直线 有三个公共点；

【小问 3 详解】

解：如图，



观察图象，区域内所有整点的坐标为$(0,0)$，$(1,0)$，$(1,1)$.

【点睛】本题考查二次函数的图象及性质；能够准确画出函数的图象，通过观察图象获取性质是解题的关键.

26. 【答案】（1）直线$x=1$.

（2）抛物线　与　轴交点的纵坐标的最大值为2.

（3）当抛物线与线段　　只有一个交点时，　　的范围为：$m=-\frac{1}{2}$或$-5\le m<-1$.

【解析】

【分析】（1）把点　　　，　　　代入抛物线的解析式　　　　　　，再利用待定系数法求解二次函数的解析式，再求解对称轴方程即可；

（2）设平移后的抛物线的顶点为：$(m,-2m+1)$，平移后的抛物线的解析式为：$y=-(x-m)^2-2m+1$，再令$x=0$，建立二次函数的关系式，从而可得答案；

（3）由平移先秋季$N(-2,2)$，由平移后的抛物线　的解析式为：$y=-(x-m)^2-2m+1$，分两种情况讨论：当抛物线的顶点在　　上时，此时抛物线与线段　　只有一个交点，当抛物线$y=-(x-m)^2-2m+1$过点$N(-2,2)$时，可得：$m_1=-1, m_2=-5$，结合（2）可得答案.

【小问1详解】

解：∵抛物线　：　　　　　　经过点　　　，　　　，

$\therefore \begin{cases} c=1 \\ -4+2b+c=1 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} b=2 \\ c=1 \end{cases}$，

∴抛物线为：$y=-x^2+2x+1$，

∴抛物线的对称轴为直线$x=-\frac{2}{2\times(-1)}=1$.

【小问2详解】

∵ $y=-x^2+2x+1=-(x-1)^2+2$, 抛物线的顶点坐标为：$(1,2)$,

∵平移抛物线　：　　　　　　　，使其顶点在直线　　　　　上，

∴设平移后的抛物线的顶点为：$(m,-2m+1)$,

∴平移后的抛物线　的解析式为：$y=-(x-m)^2-2m+1$,

当 $x=0$ 时，$y=-m^2-2m+1=-(m+1)^2+2$,

∴抛物线　与　轴交点的纵坐标的最大值为 2 .

【小问 3 详解】

∵ $M(0,2)$,

∴ $N(-2,2)$,

∵平移后的抛物线　的解析式为：$y=-(x-m)^2-2m+1$,

∴当抛物线的顶点在　　上时，此时抛物线与线段　　只有一个交点，

∴ $-2m+1=2$,

解得：$m=-\dfrac{1}{2}$,

由②得：当 $m=-1$ 时，抛物线为：$y=-(x+1)^2+3$,

当 $y=2$ 时，此时 $-(x+1)^2+3=2$,

解得：$x_1=0, x_2=-2$,

此时抛物线刚好经过 M, N 两点，

当抛物线 $y=-(x-m)^2-2m+1$ 过点 $N(-2,2)$ 时，

∴ $-(-2-m)^2-2m+1=2$,

整理得：$m^2+6m+5=0$,

解得：$m_1=-1, m_2=-5$,

∴当抛物线与线段　　只有一个交点时，$-5\le m<-1$.

综上：当抛物线与线段　　只有一个交点时，　的范围为：$m=-\dfrac{1}{2}$ 或 $-5\le m<-1$.

【点睛】本题考查的是利用待定系数法求解抛物线的解析式，构建二次函数利用二次函数的性质解决实际问题，抛物线与线段的交点问题，灵活的运用二次函数的性质是解本题的关键.

27. 【答案】（1）$\angle ECF=45°$.

（2）证明见解析　　（3）$AD=\sqrt{2}BM+\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF$.

【解析】

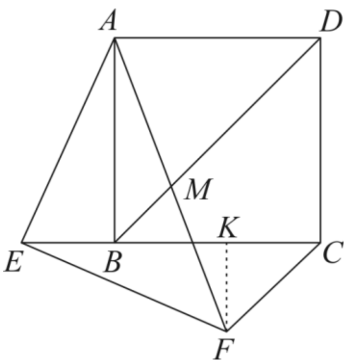
【分析】（1）先按照题意补全图形，过 F 作 $FK\perp BC$ 于 K，再利用正方形的性质与旋转的性质证明 $\triangle AEB\cong\triangle EFK$，可得 $AB=EK, BE=FK$，证明 $EK=BC, EB=KC$，可得 $FK=KC$，结合 $FK\perp KC$，从而可得答案；

（2）如图，延长 FK 交　　于 Q，证明 $\angle ABQ=\angle MQF, QF=AB$，证明 $\triangle ABM\cong\triangle FQM$，可得 $AM=FM$，从而可得答案；

（3）由（1）（2）得：$\triangle CFK$ 为等腰直角三角形，$\triangle BKQ$ 为等腰直角三角形，$EK=AB$，可得 $CK=\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF, BK=\dfrac{\sqrt{2}}{2}BQ$，结合 $BM=MQ$，可得 $2BM=\sqrt{2}BK, BK=\sqrt{2}BM$，结合正方形的性质可得 $AD=BK+CK=\sqrt{2}BM+\dfrac{\sqrt{2}}{2}CF$.

【小问 1 详解】

解：如图，补全图形如下：过 F 作 $FK\perp BC$ 于 K，



由旋转可得：$AE=FE, \angle AEF=90^\circ$，

$\therefore \angle AEB+\angle FEK=90^\circ$，

$\because$ 正方形 $ABCD$，

$\therefore AB=BC, \angle ABC=\angle ABE=90^\circ=\angle FKE$，

$\therefore \angle FEK+\angle EFK=90^\circ$，

$\therefore \angle AEB=\angle EFK$，

$\therefore \triangle AEB\cong\triangle EFK$，

$\therefore AB=EK, BE=FK$，

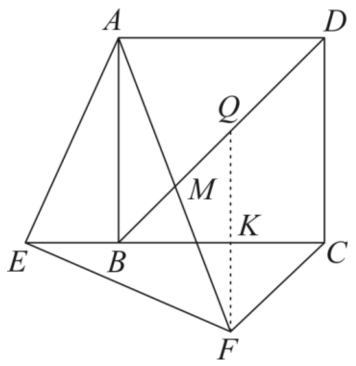
$\therefore EK=BC, EB=KC$，

$\therefore FK=KC$，而 $FK\perp KC$，

$\therefore \angle ECF=45^\circ$.

【小问 2 详解】

如图，延长 FK 交　　于 Q，



$\because$ 正方形 $ABCD$, 则 $\angle DBC = 45°$, 而 $\angle BKQ = \angle FKC = 90°$,

$\therefore \angle BQK = \angle QBK = 45°, BK = QK$,

$\therefore \angle ABQ = \angle MQF, QF = QK + KF = QK + BE = BK + BE = KE = AB$,

$\because \angle AMB = \angle FMQ$,

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle FQM$,

$\therefore AM = FM$,

$\therefore$ 是 的中点.

【小问 3 详解】

由（1）（2）得：$\triangle CFK$ 为等腰直角三角形，$\triangle BKQ$ 为等腰直角三角形，$EK = AB$,

$\therefore CK = \dfrac{\sqrt{2}}{2}CF, BK = \dfrac{\sqrt{2}}{2}BQ$,

又 $\because \triangle ABM \cong \triangle FQM$,

$\therefore BM = MQ$,

$\therefore 2BM = \sqrt{2}BK, BK = \sqrt{2}BM$,

$\because$ 正方形 $ABCD$,

$\therefore AD = BC = AB$,

$\therefore AD = BK + CK = \sqrt{2}BM + \dfrac{\sqrt{2}}{2}CF$.

【点睛】本题考查的是正方形的性质，旋转的性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理的应用，等腰直角三角形的判定与性质，熟练地利用旋转的性质解题是关键.

28. 【答案】（1）①见解析，② $\sqrt{5}+1$

（2）4

【解析】

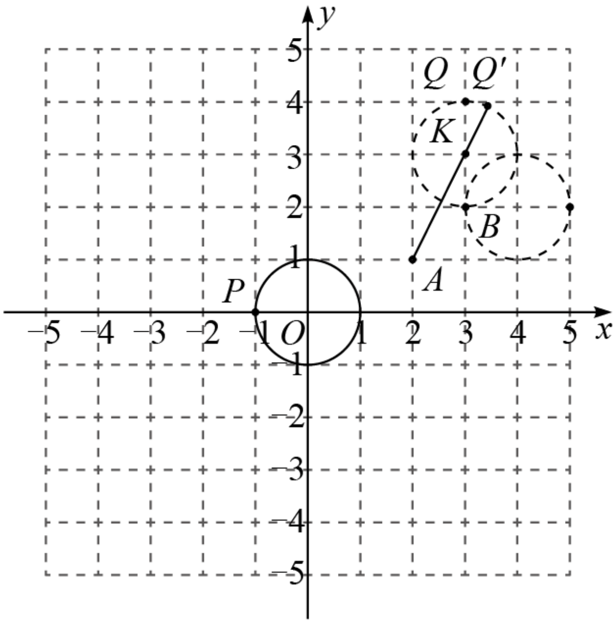
【分析】（1）①根据新定义画出的点 ，即可，

②根据定义，将作点 关于 的对称点为 $(4,2)$，将点 $(4,2)$，绕点 ，逆时针旋转 $90°$ 得到 $(3,3)$，以 $K(3,3)$ 为圆心，1 为半径作圆，结合图形可知 的最大值为 AQ'，根据点到圆的距离即可求解.

（2）根据位似变换的性质，旋转的性质，找到点 的轨迹，根据点到圆的距离即可求解．

【小问 1 详解】

解：①如图，点 即为所求，



②如图，点 ， ，

作点 关于 的对称点为$\left(4,2\right)$，将点$\left(4,2\right)$，绕点 ，逆时针旋转90°得到$\left(3,3\right)$，

以$K\left(3,3\right)$为圆心，1 为半径作圆，

则当点 在⊙ 上运动时，点 的轨迹为以$K\left(3,3\right)$为圆心，1 为半径的圆，

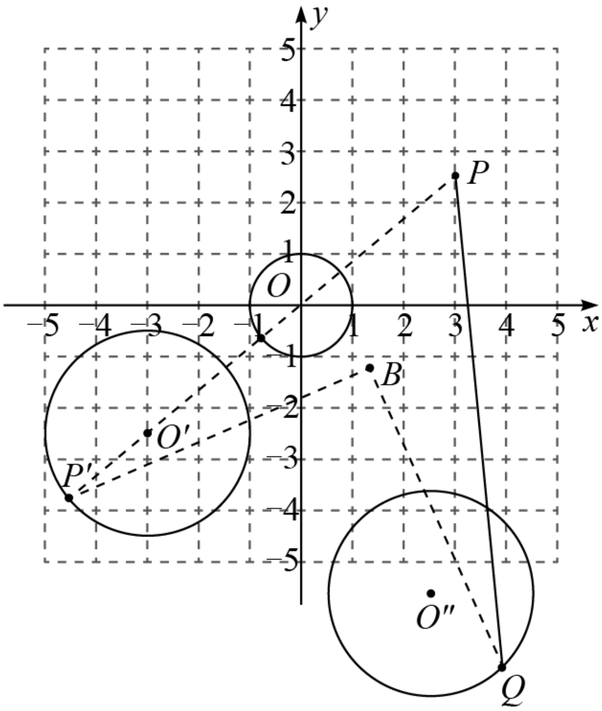
∴线段 长的最大值为AQ'；

∴ $AK=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴最大值为$AQ'=AK+KQ'=\sqrt{5}+1$；

【小问 2 详解】

如图，



依题意，作出点 关于点 的对称点，P'，

∵ 点在⊙ 上运动，$PA = AP'$

所以$\odot O,\odot O'$是以 为位似中心，位似比为1:2的位似图形，

∴$\odot O'$的半径为2，

根据题意，点 在第四象限，作点 的反转点 ，即将$\odot O'$绕点 逆时针旋转90°，

根据旋转的性质可得$\odot O''$的半径不变，为2，

∴线段 长的最大值为$PO''+2$，最小值为$PO''-2$，

∴最大值和最小值的差为4．

【点睛】本题考查了位似变换，旋转的性质，根据题意画出图形是解题的关键．