2022北京五十七中初二（上）期中

数　　学

一、选择题

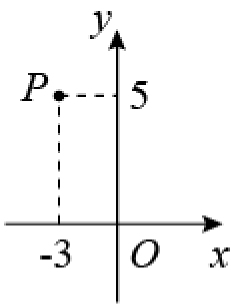
1. 下列平面图形中，不是轴对称图形的是（ ）

A. 　B. 　C. 　D. 

2. 正六边形的内角和为（　　）

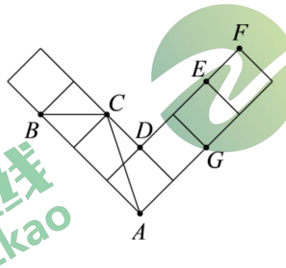
A. 180°　　B. 360°　　C. 720°　　D. 1440°

3. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(-3，5)$关于 y 轴的对称点的坐标为（ ）



A. (-3， -5)　　B. (3，5)　　C. (3． -5)　　D. (5， -3)

4. 如图，左边为参加2019年国庆70周年阅兵　武警摩托车礼宾护卫队，如果将每位队员看成一个点，队形可近似看成由右边所示的若干个正方形拼成的图形，其中与△ABC全等的三角形是（ ）

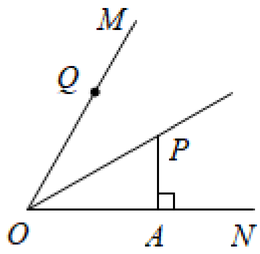


A. △AEG　　B. △ADF　　C. △DFG　　D. △CEG

5. 已知一个等腰三角形一内角的度数为80°，则这个等腰三角形底角的度数为（　　）

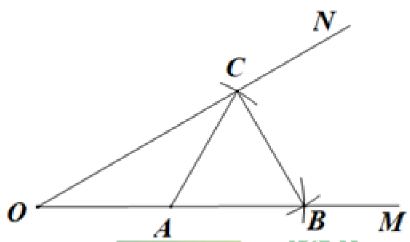
A. 100°　　B. 80°　　C. 20°或80°　　D. 50°或80°

6. 如图，OP 平分 $\angle MON$， $PA\perp ON$ 于点 A，点 Q 是射线 OM 上的一个动点．若 $PA=4$，则 PQ 的最小值为（　　）



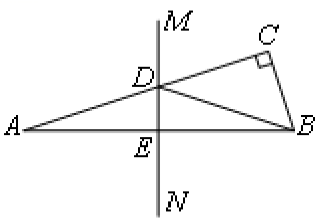
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

7. 如图，已知∠MON 及其边上一点 A，以点 A 为圆心，AO 长为半径画弧，分别交 OM，ON 于点 B 和 C，再以点 C 为圆心，AC 长为半径画弧，恰好经过点 B，错误的结论是（　　）.



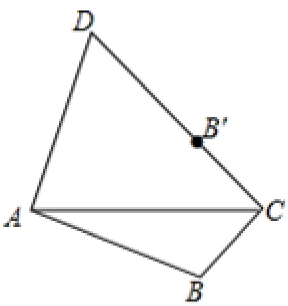
A. $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle ABC}$　　B. $\angle OCB=90°$　　C. $\angle MON=30°$　　D. $OC=2BC$

8. 如右图，在△ABC 中，∠C=90°，AB 垂直平分线 MN 分别交 AC，AB 于点 D，E． 若∠CBD : ∠DBA =3:1，则∠A 为（　）.



A. 18°　　B. 20°　　C. 22.5°　　D. 30°

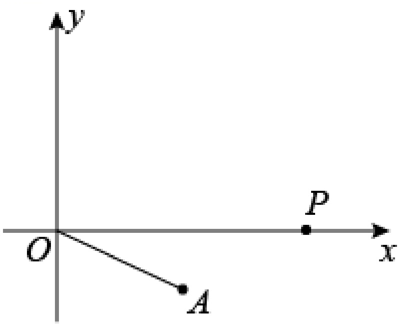
9. 如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，点 B 关于 AC 的对称点 B' 恰好落在 CD 上，若 $\angle BAD=\alpha$，则 $\angle ACB$ 的度数为（ ）



A　$45°$　　B. $\alpha-45°$　　C. $\frac{1}{2}\alpha$　　D. $90°-\frac{1}{2}\alpha$

10. 如图，坐标平面内一点 A(2，－1)，O 为原点，P 是 x 轴上的一个动点，如果以点 P、O、A 为顶点的三

角形是等腰三角形，那么符合条件的动点 P 的个数为( )



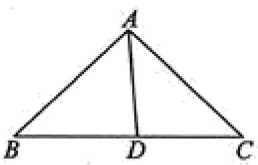
A. 2　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 5

二、填空题

11. 如果等腰三角形　两条边长分别为 23cm 和 10cm，那么第三边的长为_________cm.

12. 已知一个正多边形的内角和为 1440°，则它的一个外角的度数为_____度.

13. 如图，在△ABC 中，AB=AC，D 为 BC 上一点，且 CD=AD ，AB=BD，则∠B 的度数为__________.



14. 如图 1，三角形纸片 ABC， $AB=AC$ ，将其折叠，如图 2，使点 A 与点 B 又重合，折痕为 ED，点 E、D 分别在 AB，AC 上，如果 $\angle A=40°$ ，那么 $\angle DBC$ 的度数为__________.

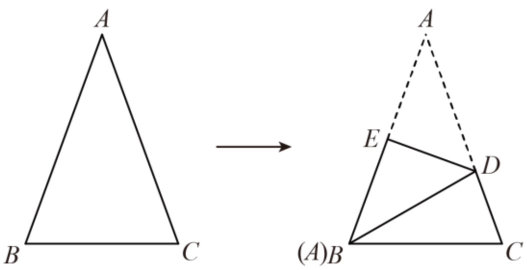
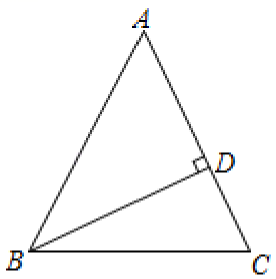


图1　　　　图2

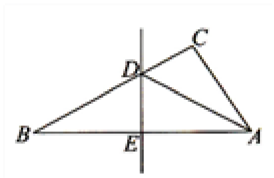
15. 在△ABC 中，AB＝10，AC＝6，AD 是 BC 边上的中线，则 AD 的取值范围是___________.

16. 如图，$AB=AC$，$BD\perp AC$，$\angle CBD=\alpha$，则 $\angle A=$_____（用含 α 的式子表示）.

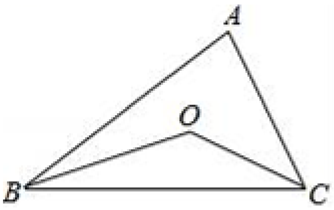


17. 如图，在 ΔABC 中，边 AB 的垂直平分线分别交于 BC 于点 D，交 AB 于点 E，若 ΔADC 的周长为

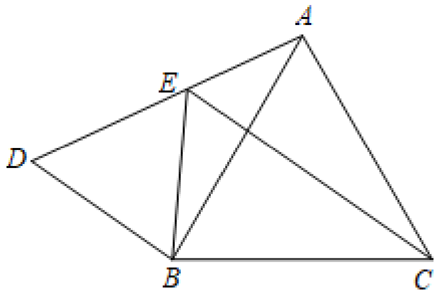
8，AE=3，则 ΔABC 的周长为___________.



18. 如图，已知点 O 是△ABC 内一点，且点 O 到三边的距离相等，∠A=40°，则∠BOC=______.

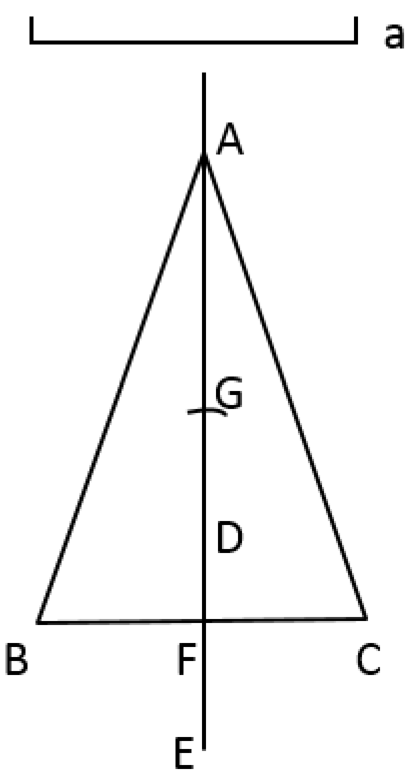


19. 已知：如图，在等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle DBE$ 中，点 A 在 DE 的延长线上，如果 $\angle ECB = 35°$，那么 $\angle DAB =$__________度.



20. 下面是“已知底边及底边上的高线作等腰三角形”的尺规作图过程.

已知：线段 a 求作：等腰△ABC，使 AB=AC，BC=a，BC 边上的高为 2a， 作法：如图，



(1)作线段 BC=a；

(2)作线段 BC 的垂直平分线 DE 交 BC 于点 F；

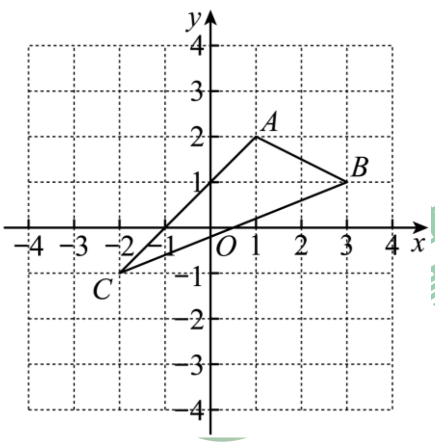
(3)在射线 FD 上顺次截取线段 FG=GA=a，连接 AB，AC，

所以△ABC 即为所求作的等腰三角形.

请回答：得到△ABC 是等腰三角形的依据是：____________________.

三、解答题

21. 作图题：



（1）作出与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$；

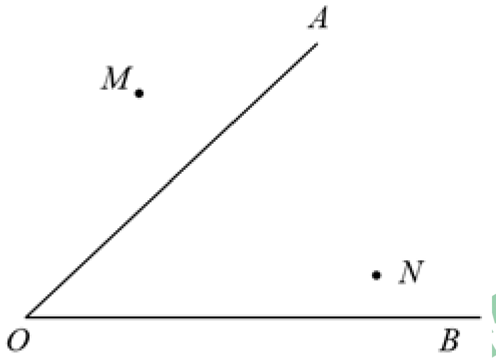
（2）若图中一个小正方形边长为一个单位长度，请写出各点的坐标：

A_1__________；B_1__________；C_1__________；

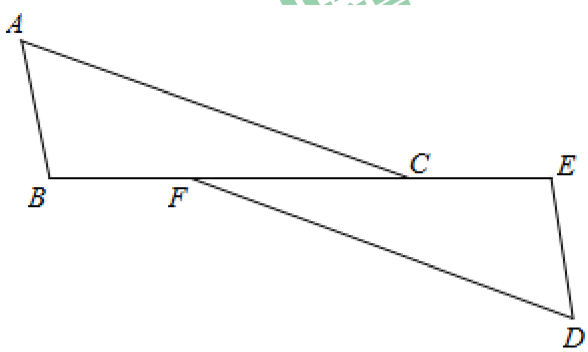
（3）求$\triangle A_1B_1C_1$的面积．

（4）若点P为y轴上一点，使点P到A、B的距离和最小，标出点P．

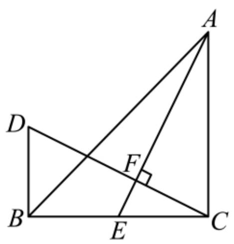
22. 如图，已知点M、N和$\angle AOB$ ，用尺规作图作一点P，使P到点M、N 距离相等，且到$\angle AOB$两边的距离相等．（保留作图痕迹，不写作法）



23. 如图，点B、F、C、E在一条直线上，BF＝EC，AC＝DF，AC∥DF．求证：∠A＝∠D．



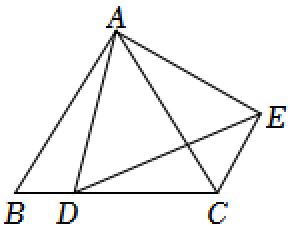
24. 如图，$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，AE是BC边上的中线，过C作$CF\perp AE$，垂足为F，过B作$BD\perp BC$交CF的延长线于D．



（1）求证：$AE=CD$；

（2）若$AC=12$cm，求BD的长

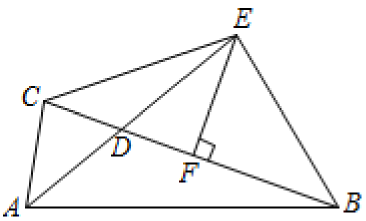
25. 在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点D是直线BC上一点（点D不与点B，C重合），以AD为一边在AD的右侧作$\triangle ADE$，使$AD=AE$，$\angle DAE=\angle BAC$，连接CE．



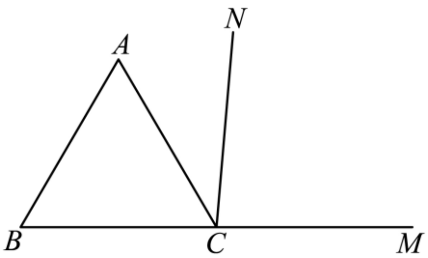
（1）求证：$\triangle ABD \cong \triangle ACE$；

（2）$\angle BCE$ 和 $\angle BAC$ 之间有怎样的数量关系？说明理由．

26．在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC$ 为锐角，$AB > AC$，AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D，BC 的垂直平分线交 AD 延长线于点 E，交 BC 于点 F，如图，若 $\angle ABE = 60°$，判断 AC、CE 和 AB 之间有怎样的数量关系并加以证明．



27．如图，CN 是等边$\triangle ABC$ 的外角$\angle ACM$ 内部的一条射线，点 A 关于 CN 的对称点为 D，连接 AD，BD，CD，其中 AD，BD 分别交射线 CN 于点 E，P．



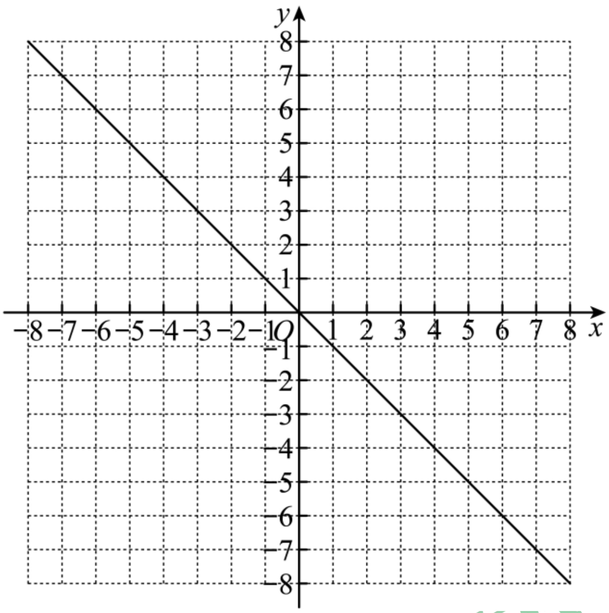
（1）依题意补全图形；

（2）若$\angle ACN = \alpha$，求$\angle BDC$ 的大小（用含 α 的式子表示）；

（3）用等式表示线段 PB，PC 与 PE 之间的数量关系，并证明．

28．在平面直角坐标 xOy 中，直线 l 为二、四象限角平分线，图形 T 关于 x 轴的对称图形称为图形 T 的一次反射图形，记作图形 T_1；图形 T_1 关于直线 l 的对称图形称为图形 T 的二次反射图形，记作图形 T_2．

例如，点 $(2,5)$ 的一次反射点为 $(2,-5)$，二次反射点为 $(5,-2)$．根据定义，回答下列问题：



（1）①点$(-2,5)$的一次反射点为______，二次反射点为______；

②当点 A 在第二象限时，点$M(3,1)$、$N(3,-1)$，$P(5,-1)$中可以是点 A 的二次反射点的是______；

（2）若点 A 在第一象限，点 A_1、A_2 分别是点 A 的一次、二次反射点，$\triangle OA_1A_2$ 为等边三角形，求射线 OA 与 y 轴所夹锐角的度数；

（3）已知点$E(1,n)$，$F(2,n)$．若以 EF 为边的正方形的二次反射图形与直线 $x=3$ 有公共点，则 n 的取值范围为______．

参考答案

一、选择题

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据轴对称图形的定义作答．如果把一个图形沿着一条直线翻折过来，直线两旁的部分能够完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．

【详解】解：根据轴对称图形的概念，

可知只有 A 沿任意一条直线折叠直线两旁的部分都不能重合．

故选：A．

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据多边形的内角和公式：$(n-2)\cdot 180°$ 计算即可．

【详解】解：$(6-2)\times 180°=720°$，

故选：C．

【点睛】本题考查了多边形的内角与外角，掌握多边形的内角和公式：$(n-2)\cdot 180°$ 是解题的关键．

3. 【答案】B

【解析】

【详解】根据关于 y 轴的对称点：纵坐标相同，横坐标变成相反数，

∴点 P 关于 y 轴的对称点的坐标是（3，5），

故选：B

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定进行分析即可．

【详解】设小正方形的边长为 1，则 AB=3,AC=$\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,BC=$\sqrt{2}$,AE=$\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$,AF=$\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$,DF=3,DG= BC=$\sqrt{2}$,GF= AC=$\sqrt{5}$,CE=$\sqrt{5}$

先从三角形的最长边分析，A. △AEG，B. △ADF，D. △CEG 都不可能与△ABC 全等；只有 C. △DFG 符合 SSS 形式.

故选：C

【点睛】考核知识点：全等三角形的判定，勾股定理.利用勾股定理求出三角形边长是关键.

5. 【答案】D

【解析】

【分析】已知给出了等腰三角形的一个内角的度数，但没有明确这个内角是顶角还是底角，因此要分类讨论.

【详解】解：（1）若等腰三角形一个底角为$80°$，顶角为$180°-80°-80°=20°$；

（2）等腰三角形的顶角为$80°$，底角为$\dfrac{180°-80°}{2}=50°$.

因此这个等腰三角形的底角的度数为$50°$或$80°$.

故选：D.

【点睛】本题考查等腰三角形的性质及三角形的内角和定理．解答此类题目的关键是要注意分类讨论，不要漏解.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】根据垂线段最短得出当$PQ\perp OM$时，PQ的值最小，根据角平分线性质得出$PQ=PA$，求出即可.

【详解】解：当$PQ\perp OM$时，PQ的值最小，

$\because OP$平分$\angle MON$，$PA\perp ON$，$PA=4$，

$\therefore PQ=PA=4$，

故选：C.

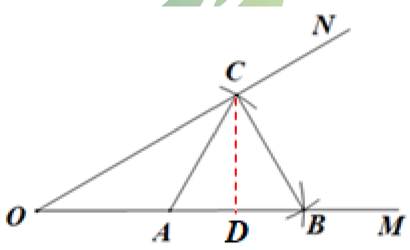
【点睛】本题考查了角平分线性质，垂线段最短的应用，解题的关键是能得出要使PQ最小时Q的位置.

7. 【答案】D

【解析】

【分析】由作图可得 OA=AC=AB=BC，根据等底同高面积相等可对 A 进行判断，根据三角形一条边上的中线等于这条边一半的三角形是直角三角形可对 B 进行判断；根据△ABC 是等边三角形，△AOC 是等腰三角形可对 C 进行判断；根据 OB=2BC 可对 D 进行判断.

【详解】过 C 作 CD⊥OB，垂足为 D，如图所示，



∵$S_{\triangle OAC}=\frac{1}{2}OA \bullet CD$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB \bullet CD$，OA=AB，

∴ $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle ABC}$，故选项 A 正确，不符合题意；

∵OA=AC=AB=BC，

∴BC=$\frac{1}{2}$OB，

∴△OCB 是直角三角形，∠OCB=90°，故选项 B 正确，不符合题意；

在 Rt△OCB 中，∠OCB=90°，BC=$\frac{1}{2}$OB，

∴∠COB=30°，即∠MON=30°，故选项 C 正确，不符合题意；

∵OB=2BC，OB＞OC，

∴$OC \neq 2BC$，故选项 D 错误，符合题意．

故选：D．

【点睛】此题考查了直角三角形和等边三角形的判定与性质．此题难度不大，解题的关键是能根据题意得到 OA=AC=AB=BC．

8. 【答案】A

【解析】

【分析】由线段垂直平分线的性质可知 $DB=DA$，可得 $\angle A=\angle DBA$，又由条件可知 $\angle CBD=3\angle DBA=3\angle A$，则在 Rt$\triangle ABC$ 中可得 $\angle A+\angle A+3\angle A=90°$，可求得∠$A$．

【详解】解：∵ MN 垂直平分 AB，

∴ $\angle DBA=\angle A$ ，

∵ $\angle CBD$：$\angle DBA=3$：1，

∴ $\angle CBD=3\angle DBA=3\angle A$ ，

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle CBD+\angle DBA+\angle A=90°$，

∴ $\angle A+\angle A+3\angle A=90°$，

∴∠A=18°，

故答案为：A．

【点睛】本题主要考查线段垂直平分线的性质，掌握线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等是解题的关键，注意三角形内角和定理的应用．

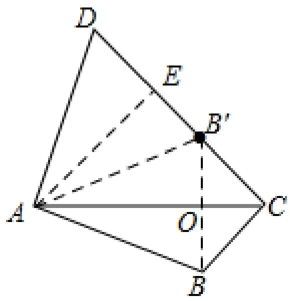
9. 【答案】D

【解析】

【分析】连接 AB'， BB'，过 A 作 $AE \perp CD$ 于 E，依据∠BAC=∠$B'AC$，∠DAE=∠$B'AE$，即可得出

$\angle CAE = \frac{1}{2}\angle BAD$，再根据四边形内角和以及三角形外角性质，即可得到$\angle ACB = \angle ACB' = 90° - \frac{1}{2}\angle BAD$．

【详解】解：如图，连接AB'，BB'，过A作$AE \perp CD$于E，



∵点B关于AC的对称点B'恰好落在CD上，

∴AC垂直平分BB'，

∴$AB = AB'$，

∴$\angle BAC = \angle B'AC$，

∵$AB = AD$，

∴$AD = AB'$，

又∵$AE \perp CD$，

∴$\angle DAE = \angle \angle B'AE$，

∴$\angle CAE = \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}\alpha$，

又∵$\angle AEB' = \angle AOB' = 90°$，

∴四边形$AOB'E$中，　$\angle EB'O = 180° - \frac{1}{2}\alpha$，

∴$\angle ACB' = \angle EB'O - \angle COB' = 180° - \frac{1}{2}\alpha - 90° = 90° - \frac{1}{2}\alpha$，

∴$\angle ACB = \angle ACB' = 90° - \frac{1}{2}\alpha$，

故选：D．

【点睛】本题主要考查了轴对称的性质，四边形内角和以及三角形外角性质的运用，解决问题的关键是作辅助线构造四边形$AOB'E$，解题时注意：如果两个图形关于某直线对称，那么对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线．

10. 【答案】C

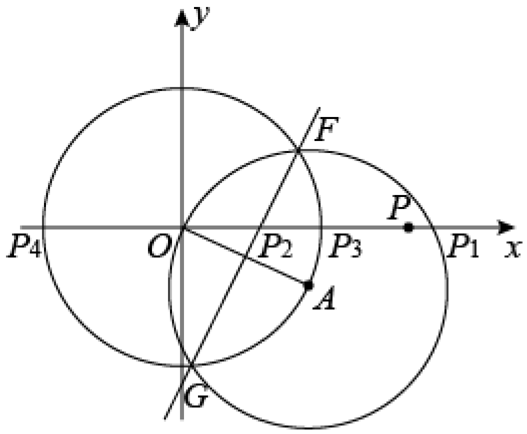
【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质及垂直平分线的性质作出相应图像，然后即可确定点的个数

【详解】解：以O点为圆心，OA为半径作圆与x轴有两交点，这两点符合题意．

以 A 点为圆心，OA 为半径作圆与 x 轴交于两点（O 点除外）.

作线段 OA 的垂直平分线与 x 轴有一交点．如图所示：



共 4 个点符合，

故选 C.

【点睛】题目主要考查等腰三角形的性质，熟练掌握运用等腰三角形的性质是解题关键.

二、填空题

11. 【答案】23

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质和三角形三边关系即可得到结果；

【详解】∵等腰三角形的两条边长分别为 23cm 和 10cm，

∴可有两种情况，分别是：23cm、23cm、10cm 和 23cm、10cm、10cm，

根据三角形三边关系可得 23cm、23cm、10cm 符合条件，

所以第三边是 23cm.

故答案是 23cm.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质及三角形三边关系的应用，准确分析判断是解题的关键.

12. 【答案】36

【解析】

【分析】首先设此正多边形为 n 边形，根据题意得：$180°(n-2)=1440°$，即可求得 $n=10$，再由多边形的外角和等于 $360°$，即可求得答案.

【详解】设此多边形为 n 边形，

根据题意得：$180°(n-2)=1440°$，

解得：$n=10$，

∴这个正多边形的每一个外角等于：$360°\div 10=36°$.

故答案为：36．

【点睛】本题主要考查多边形的内角与外角，熟练掌握定义与相关方法是解题关键．

13. 【答案】36°

【解析】

【分析】根据 AB＝AC 可得∠B＝∠C，CD＝DA 可得∠ADB＝2∠C＝2∠B，BA＝BD，可得∠BDA＝∠BAD＝2∠B，在△ABD 中利用三角形内角和定理可求出∠B．

【详解】∵AB＝AC，

∴∠B＝∠C，

∵CD＝DA，

∴∠C＝∠DAC，

∵BA＝BD，

∴∠BDA＝∠BAD＝2∠C＝2∠B，

又∵∠B＋∠BAD＋∠BDA＝180°，

∴5∠B＝180°，∴∠B＝36°，

故答案为：36°．

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，掌握等边对等角是解题的关键，注意三角形内角和定理和方程思想的应用．

14. 【答案】30° ##30 度

【解析】

【分析】依据三角形内角和定理，求出$\angle ABC$的度数，再证明$\angle DBA=\angle A=40^\circ$，即可得到$\angle DBC$的度数．

【详解】解：如图 2，$\because AB=AC$，$\angle A=40^\circ$，

$$\therefore \angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-40^\circ)=70^\circ;$$

由折叠可得：$DA=DB$，

$\therefore \angle DBA=\angle A=40^\circ$，

$\therefore \angle DBC=70^\circ-40^\circ=30^\circ$．

故答案为：30°．

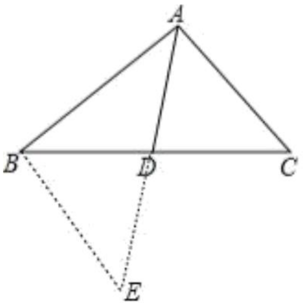
【点睛】本题主要考查了翻折变换的性质，灵解题的关键是活运用等腰三角形的性质、三角形的内角和定理等几何知识点．

15. 【答案】2<AD<8

【解析】

【分析】延长 AD 至 E, 使 $DE=AD$, 由 SAS 证明 $\Delta ACD \cong \Delta EBD$，得出 $BE=AC=6$, 在 ΔABE 中，由三角形的三边关系求出 AE 的取值范围，即可得出 AD 的取值范围.

【详解】延长 AD 至 E，使 $DE=AD$，连接 BE，如下图所示：



∵AD 是 BC 边上的中线，

∴$BD= CD$，

在 ΔBDE 和 ΔCDA 中，

$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle BDE = \angle CDA \\ DE = AD \end{cases},$$

∴ $\Delta BDE \cong \Delta CDA(SAS)$，

∴$BE=AC=6$，

在 ΔABE 中，由三角形的三边关系得：$AB - BE < AE < AB + BE$，

∴$10 - 6 < AE < 10 + 6$，即 $4<AE<16$，

∴$2<AD<8$，

故答案为：$2<AD<8$.

【点睛】本题主要考查了三角形的全等判定及三角形的三边关系，熟练掌握三角形全等的判断方法是解决本题的关键.

16. 【答案】2α.

【解析】

【分析】根据已知可表示得两底角的度数，再根据三角形内角和定理不难求得∠A 的度数；

【详解】解：∵BD⊥AC，∠CBD＝α，

∴∠C＝（90﹣α）°，

∵AB＝AC，

∴∠ABC＝∠C＝（90﹣α）°，

∴∠ABD＝90 - α - α＝（90 - 2α）°

∴∠A＝90° - （90 - 2α）°＝2α；

故答案为：2α．

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，解答本题的关键是会综合运用等腰三角形的性质和三角形的内角和定理进行答题，此题难度一般．

17. 【答案】14

【解析】

【详解】试题解析：∵边 AB 的垂直平分线分别交 BC 于点 D，交 AB 于点 E，

∴AD=BD，AB=2AE=2×3=6，

∵△ADC 的周长为 8，

∴AD+CD+AC=BD+CD+AC=BC+AC=8，

∴△ABC 的周长为：AB+AC+BC=14.

18. 【答案】110°

【解析】

【详解】过 O 分别作 $OD\perp BC$、$OE\perp AC$、$OF\perp AB$ ，垂足分别为 D、E、F

则 $OD=OE=OF$

在 $Rt\triangle OBD$ 和 $Rt\triangle OBF$ 中，$OB=OB, OD=OF$，

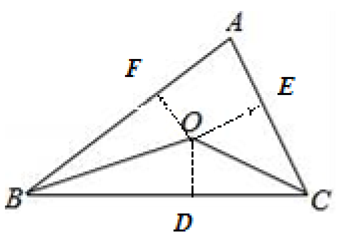
$\therefore Rt\triangle OBD\cong Rt\triangle OBF$ ，$\therefore \angle ABO=\angle CBO$

同理：$\angle ACO=\angle BCO$ ，

$\because \angle A=40°$，$\angle BCO+\angle CBO=\frac{1}{2}(\angle ACB+\angle ABC)=\frac{1}{2}(180°-\angle A)=70°$，

$\therefore \angle BOC=180°-(\angle BCO+\angle CBO)=110°$ ．

故答案为：110°.



19. 【答案】35

【解析】

【分析】根据等边三角形的性质得到 $BA=BC$，$BD=BE$，$\angle ABC=\angle DBE=60°$，则 $\angle DBA=\angle EBC$，然后根据“SAS”可判断 $\Delta DBA\cong\Delta EBC$，再根据全等的性质即可得到 $\angle DAB=\angle ECB=35°$.

【详解】解：$\because \Delta ABC$ 和 ΔDBE 都是等边三角形，

$\therefore BA=BC$，$BD=BE$，$\angle ABC=\angle DBE=60°$，

$\therefore \angle ABC+\angle ABE=\angle DBE+\angle ABE$，即 $\angle DBA=\angle EBC$，

在 ΔDBA 和 ΔEBC 中，

$$\begin{cases} BD=BE \\ \angle DBA=\angle EBC, \\ BA=BC \end{cases}$$

$\therefore \Delta DBA\cong\Delta EBC\left(SAS\right)$，

$\therefore \angle DAB=\angle ECB=35°$.

故答案为：35.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质、等边三角形的性质：判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”；全等三角形的对应边相等.

20. 【答案】线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等、有两条边相等的三角形是等腰三角形.

【解析】

【分析】根据垂直平分线的性质和等腰三角形的判定即可得出答案.

【详解】解：根据题意知，∵DE 垂直平分 BC，

∴AB=AC，

∴△ABC 是等腰三角形，

其依据是：①线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等；

②有两条边相等的三角形是等腰三角形，

故答案为：线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等、有两条边相等的三角形是等腰三角形.

【点睛】本题主要考查作图-复杂作图，熟练掌握垂直平分线的性质和等腰三角形的判定是解题的关键.

三、解答题

21. 【答案】（1）见解析 （2）$(-1,2);(-3,1);(2,-1)$

（3）4.5

（4）见解析

【解析】

【分析】（1）分别作出关于 y 的对称点，再连接即可；

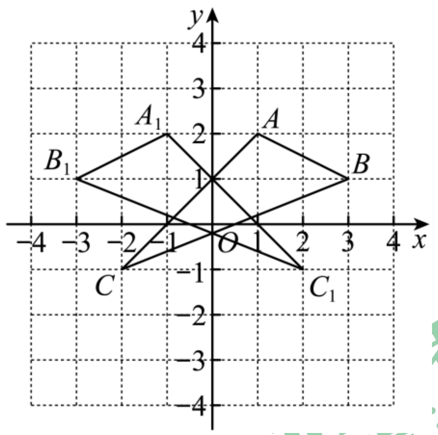
（2）由图象及每个单位长度为 1 即可得出；

（3）利用一个长方形的面积减去三个三角形的面积即可得到；

（4）根据轴对称的性质，两点间的距离最短即可求出．

【小问 1 详解】

解：如下图：



【小问 2 详解】

解：由图可得：$A_1(-1,2), B_1(-3,1), C_1(2,-1)$，

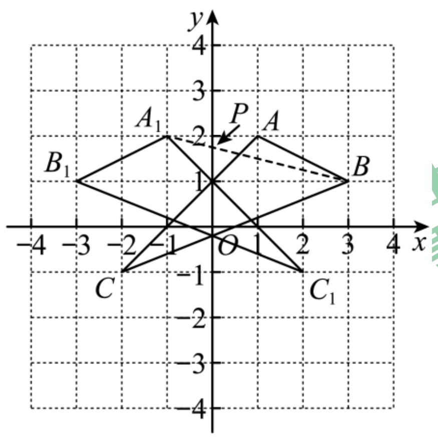
故答案为：$(-1,2)$；$(-3,1)$；$(2,-1)$；

【小问 3 详解】

解：$S_{\triangle A_1B_1C_1}=3\times5-\dfrac{1}{2}\times1\times2-\dfrac{1}{2}\times3\times3-\dfrac{1}{2}\times2\times5=4.5$；

【小问 4 详解】

解：连接 A_1B 与 y 轴交于点 P 即为所求：



【点睛】本题考查了轴对称，图形与坐标，三角形的面积等问题，解题的关键是掌握轴对称的性质及作出图形．

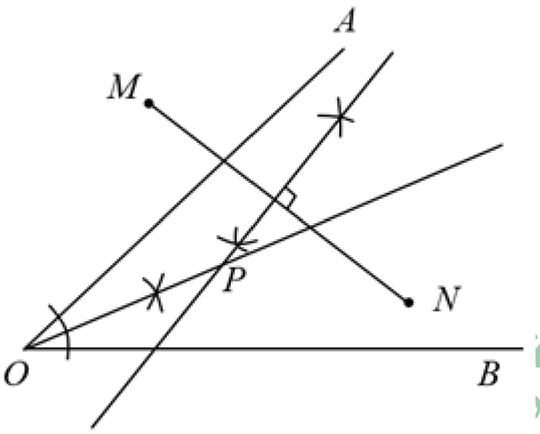
22．【答案】见解析

【解析】

【分析】利用角平分线的作法以及线段垂直平分线的作法进而求出其交点即可.

【详解】解：（1）作$\angle AOB$的平分线，

（2）作MN的中垂线，两线相交于点P，点P即为所求



【点睛】此题主要考查了复杂作图，熟练掌握角平分线以及线段垂直平分线的作法是解题关键.

23. 【答案】证明见解析

【解析】

【分析】先由平行线的性质得 $\angle ACB=\angle DFE$，再证 $BC=EF$，然后由 SAS 证$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，即可得出结论.

【详解】证明：∵AC∥DF，

∴∠ACB＝∠DFE，

又∵BF＝EC，

∴BF＋FC＝EC＋FC，

即 BC＝EF，

在△ABC 和△DEF 中，

$$\begin{cases} AC=DF \\ \angle ACB=\angle DFE \\ BC=EF \end{cases},$$

∴△ABC≌△DEF（SAS），

∴∠A＝∠D.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质以及平行线的性质,熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

24. 【答案】（1）见解析　　（2）BD=6cm.

【解析】

【分析】（1）利用角角边证明$\triangle DBC\cong\triangle ECA$即可；

（2）由（1）得 $BD=EC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AC$，且 $AC=12$，即可求出 BD 的长．

【小问 1 详解】

证明：∵$DB\perp BC$，$CF\perp AE$，

∴$\angle DCB+\angle D=\angle DCB+\angle AEC=90°$．

∴$\angle D=\angle AEC$．

又∵$\angle DBC=\angle ECA=90°$，

且 $BC=CA$，

$\triangle DBC$ 和$\triangle ECA$ 中，

$$\because\begin{cases}\angle D=\angle AEC\\ \angle DBC=\angle ECA=90°\\ BC=AC\end{cases},$$

∴$\triangle DBC\cong\triangle ECA$（AAS）．

∴$AE=CD$；

【小问 2 详解】

解：∵$\triangle CDB\cong\triangle AEC$，

∴$BD=CE$，

∵AE 是 BC 边上的中线，

∴$BD=EC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AC$，且 $AC=12$cm．

∴$BD=6$cm．

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题．

25．【答案】（1）见解析　　（2）$\angle BAC+\angle BCE=180°$，见解析

【解析】

【分析】（1）根据全等三角形的判定定理证明即可；

（2）根据全等三角形的性质和三角形内角和定理证明即可．

【小问 1 详解】

证明：∵$\angle BAC=\angle DAE$，

∴$\angle BAD=\angle CAE$，

在$\triangle ABD$ 与$\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

∴ $\triangle ABD \cong \triangle ACE\,(SAS)$；

【小问 2 详解】

解：$\angle BCE+\angle BAC=180°$．

理由：∵ $\triangle ABD \cong \triangle ACE$,

∴ $\angle B=\angle ACE$,

∵ $\angle BCE=\angle ACE+\angle ACB$,

∴ $\angle BCE=\angle B+\angle ACB$,

∵ $\angle B+\angle ACB+\angle BAC=180°$，

∴ $\angle BAC+\angle BCE=180°$．

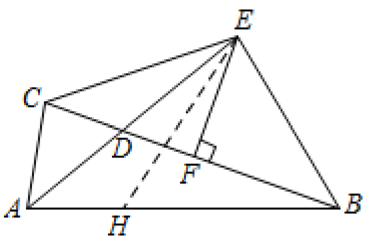
【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质和三角形内角和定理，解决本题的关键是掌握全等三角形的判定和性质．

26. 【答案】$AB = AC + CE$，证明见解析

【解析】

【分析】在线段 AB 上截取 $AH = AC$，连接 EH，由 AD 为角平分线得到一对角相等，再由 $AC = AH, AE = AE$，证明 $\triangle ACE$ 与 $\triangle AHE$ 全等，得到 $CE = HE$，由 EF 垂直平分 BC，得到 $CE = BE$，根据 $\angle ABE = 60°$，得到 $\triangle EHB$ 等边三角形，进而得到 $BH = HE$，由 $AB = AH + HB$，等量代换即可得证；

【详解】证明：在线段 AB 上截取 $AH = AC$，连接 EH，如图，



∵ AD 平分 $\angle BAC$，∴ $\angle CAE = \angle BAE$，

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle AHE$ 中，$\begin{cases} AC = AH \\ \angle CAE = \angle BAE, \\ AE = AE \end{cases}$

∴ $\triangle ACE \cong \triangle AHE$，

$\therefore CE = HE$，

$\because EF$ 垂直平分 BC，

$\therefore CE = BE$， 又 $\angle ABE = 60°$，

$\therefore HE = BE$,

$\therefore \triangle EHB$ 是等边三角形，

$\therefore BH = HE = CE$，

$\therefore AB = AH + HB = AC + CE$.

【点睛】本题考查的是角平分线的定义，全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，作出合适的辅助线构建全等三角形与等边三角形是解本题的关键.

27. 【答案】(1) 图形见解析；

(2) $\angle BDC = 60° - \alpha$；

(3) $PB = PC + 2PE$．证明见解析.

【解析】

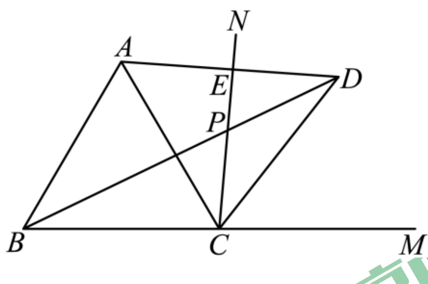
【分析】(1) 按要求画图即可；

(2) 由轴对称可得 $CA = CD$，再由等腰三角形和等边三角形性质可得结论；

(3) 在 PB 上截取 $PF = PC$，如图所示，连接 CF，先证明 ΔPCF 为等边三角形，再证明 $\Delta BFC \cong \Delta DPC$，则 $BF = PA$，由此可解决问题.

【小问 1 详解】

解：补全图形如图所示.



【小问 2 详解】

解：$\because$ 点 A 、D 关于 CN 对称，

$\therefore CN$ 为 AD 中垂线，

$\therefore CA = CD$， $\angle ACN = \angle DCN = \alpha$.

$\therefore \angle ACD = 2\alpha$，

又 $\because \Delta ABC$ 为等边三角形，

$\therefore AB = AC = BC$，

$\therefore BC = CD$.

$\therefore \angle BCD = 60° + 2\alpha$， $\angle BDC = \angle DBC$.

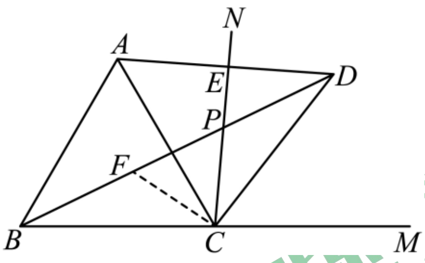
$\therefore \angle BDC = \dfrac{180° - (60° + 2\alpha)}{2} = 60° - \alpha$.

故答案为： $60° - \alpha$.

【小问 3 详解】

解： $PB = PC + 2PE$.

证明：在 PB 上截取 $PF = PC$， 如图所示，连接 CF.



$\because CA = CD$， $\angle ACD = 2\alpha$， $CN \perp AD$，

$\therefore \angle CDA = \angle CAD = 90° - \alpha$，

$\because \angle BDC = 60° - \alpha$，

$\therefore \angle PDE = \angle CDA - \angle BDC = (90° - \alpha) - (60° - \alpha) = 30°$，

$\therefore PD = 2PE$， $\angle DPE = 60° = \angle CPF$，

$\because PF = PC$，

$\therefore \Delta PCF$ 为等边三角形，

$\angle BFC = \angle DPC = 120°$，

在 ΔBFC 和 ΔDPC 中，

$$\begin{cases} \angle CBF = \angle CDP \\ \angle BFC = \angle DPC, \\ BC = DC \end{cases}$$

$\therefore \Delta BFC \cong \Delta DPC (AAS)$.

$\therefore BF = PD = 2PE$.

$\therefore PB = PF + BF = PC + 2PE$.

即 $PB = PC + 2PE$.

【点睛】本题属于三角形综合题，考查了轴对称的性质，三角形内角和定理，等边三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，解题的关键是作出合理的辅助线构造等边三角形转移线段.

28. 【答案】(1) ①$(-2,-5)$，$(5,2)$；②点 M

(2) 射线 OA 与 y 轴所夹锐角的度数为 $75°$ 或 $15°$；

(3) $2\le n\le 4$

【解析】

【分析】(1) ①根据轴对称的性质即可得出答案；

②由轴对称的性质得点 M 在第一象限，即可得出答案；

(2) 由题意得点 A_1，A_2 在第四象限，在 x 轴正半轴取点 B、在直线 l 第四象限内取点 C、在 y 轴负半轴上取点 D，则 $\angle COD=\angle BOC$，$\angle A_1OC=\angle A_2OC$，$\angle AOB=\angle A_1OB$，分两种情况：①当射线 OA 与 y 轴所夹锐角的度数大于 $45°$ 时；②当射线 OA 与 y 轴所夹锐角的度数小于 $45°$ 时；由等边三角形的性质和轴对称的性质即可得出答案；

(3) 由题意知点 E、F 的二次反射坐标为 $(n,-1)$、$(n,-2)$，得当 $n\le 0$ 时，以 EF 为边的正方形的二次反射图形与直线 $x=3$ 没有公共点，则以 EF 为边的正方形的范围为：$\begin{cases}1\le x\le 2\\ n-1\le n+1\end{cases}$，因此正方形一次反射的范围为：$\begin{cases}1\le x\le 2\\ -n-1\le y\le -n+1\end{cases}$，正方形二次反射的范围为：$\begin{cases}n-1\le x\le n+1\\ -2\le y\le -1\end{cases}$，进而得出结论.

【小问 1 详解】

解：①∵点 $(-2,5)$ 关于 x 轴的对称点为：$(-2,-5)$，

点 $(-2,-5)$ 关于直线 l 的对称点为：$(5,2)$，

∴点 $(-2,5)$ 的一次反射点为 $(-2,-5)$，二次反射点为 $(5,2)$，

故答案为：$(-2,-5)$，$(5,2)$；

②∵点 A 在第二象限，

∴一次反射点在第三象限，二次反射点在第一象限，

∵点 $M(3,1)$、$N(3,-1)$、$P(5,-1)$，

∴只有点 M 在第一象限，

∴点 M 可以是点 A 的二次反射点，

故答案为：点 M；

【小问 2 详解】

解：∵点 A 在第一象限，

∴点 A_1，A_2 在第四象限，在 x 轴正半轴取点 B、在直线 l 第四象限内取点 C、在 y 轴负半轴上取点 D，如图 1 所示：

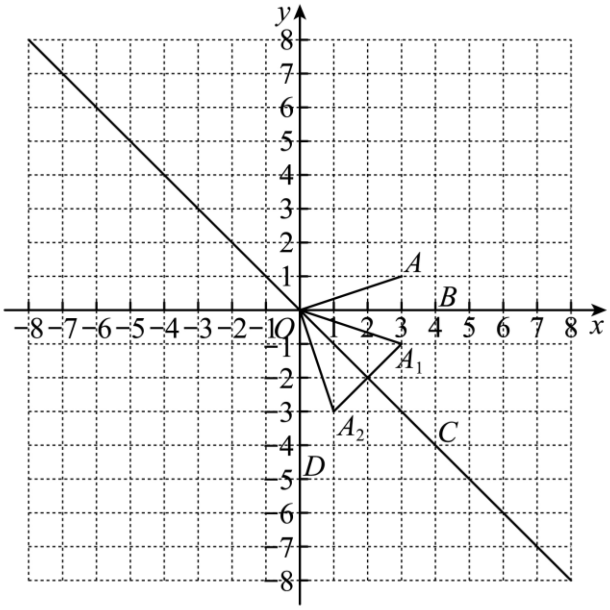


图1

则 $\angle COD=\angle BOC$，$\angle A_1OC=\angle A_2OC$，$\angle AOB=\angle A_1OB$，

分两种情况：

①当射线 OA 与 y 轴所夹锐角　度数大于 $45°$ 时，如图 1 所示：

∵ ΔOA_1A_2 为等边三角形，

∴ $\angle A_1OC=\angle A_2OC=\dfrac{1}{2}\angle A_1OA_2=\dfrac{1}{2}\times 60°=30°$，

∴ $\angle AOB=\angle A_1OB=45°-\angle A_1OC=45°-30°=15°$，

∴射线 OA 与 y 轴所夹锐角的度数为：$90°-15°=75°$；

②当射线 OA 与 y 轴所夹锐角的度数小于 $45°$ 时，如图 2 所示：

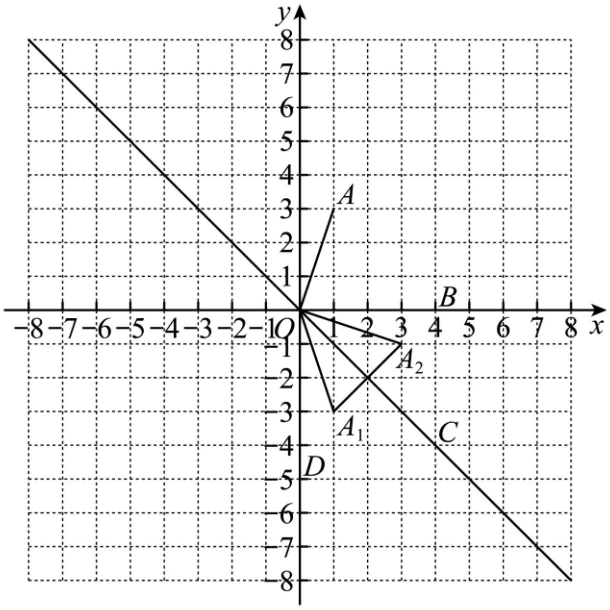


图2

$\because \Delta OA_1A_2$ 为等边三角形，

$\therefore \angle A_1OC = \angle A_2OC = \frac{1}{2}\angle A_1OA_2 = \frac{1}{2}\times 60^\circ = 30^\circ$，

$\therefore \angle AOB = \angle A_1OB = 45^\circ + \angle A_1OC = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$，

$\therefore$射线 OA 与 y 轴所夹锐角的度数为：$90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$；

综上所述，射线 OA 与 y 轴所夹锐角的度数为 75° 或 15°；

【小问 3 详解】

解：$\because$点 $E(1,\ n)$、$F(2,\ n)$，

$\therefore$点 E、F 的二次反射坐标为 $(n,-1)$、$(n,-2)$，

$\therefore$当 $n \le 0$ 时，以 EF 为边的正方形的二次反射图形与直线 $x=3$ 没有公共点，

$\therefore n > 0$，

$\therefore$以 EF 为边的正方形的范围为：$\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ n-1 \le n+1 \end{cases}$，

$\therefore$正方形一次反射的范围为：$\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ -n-1 \le y \le -n+1 \end{cases}$，

正方形二次反射的范围为：$\begin{cases} n-1 \le x \le n+1 \\ -2 \le y \le -1 \end{cases}$，

$\because$以 EF 为边的正方形的二次反射图形与直线 $x=3$ 有公共点，

$\therefore \begin{cases} n-1 \le 3 \\ n+1 \ge 3 \end{cases}$,

$\therefore 2 \le n \le 4$,

故答案为：$2 \le n \le 4$.

【点睛】本题是四边形综合题目，考查了正方形的性质、轴对称的性质、等边三角形的性质、坐标与图形性质、角平分线定义、不等式组的解法等知识；本题综合性强，有一定难度，熟练掌握轴对称的性质、正方形的性质和等边三角形的性质是解题的关键.