

# 2023 北京二十中初三 10 月月考

## 数 学

2023.10

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 考号\_\_\_\_\_

**一、选择题 第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.**

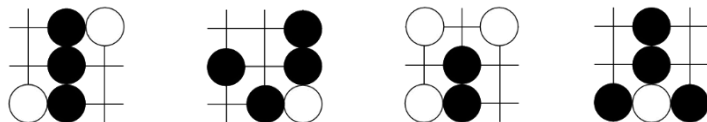
1.一元二次方程  $3x^2 - 4x - 5 = 0$  的二次项系数、一次项系数、常数项分别是 ( )

- A. 3, -4, -5      B. 3, -4, 5      C. 3, 4, 5      D. 3, 4, -5

2.将抛物线  $y = -2x^2$  先向右平移 1 个单位，再向上平移 3 个单位，得到的抛物线是( )

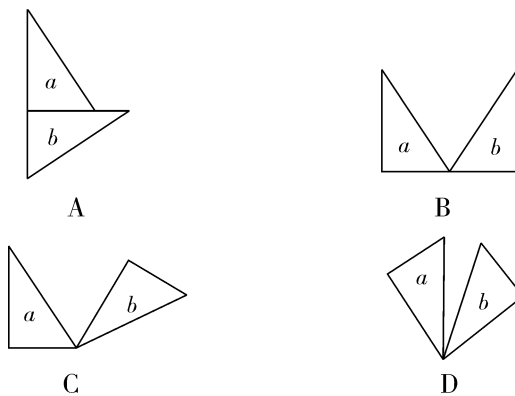
- A.  $y = -2(x+1)^2 + 3$       B.  $y = -2(x-1)^2 - 3$       C.  $y = -2(x+1)^2 - 3$       D.  $y = -2(x-1)^2 + 3$

3.围棋起源于中国，古代称之为“弈”，至今已有 4000 多年的历史. 2017 年 5 月，世界围棋冠军柯洁与人工智能机器人 AlphaGo 进行围棋人机大战. 截取首局对战棋谱中的四个部分，由黑白棋子摆成的图案是中心对称的是 ( )



- A.                      B.                      C.                      D.

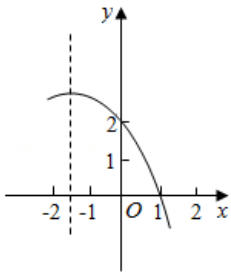
4.下列选项中，能通过旋转把图 *a* 变换为图 *b* 的是( )



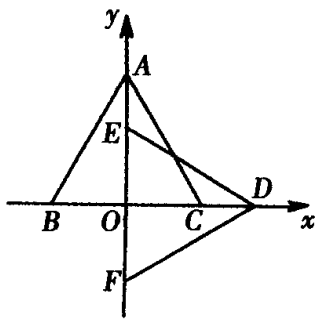
5.市政府为了解决市民看病难的问题，决定下调药品的价格. 某种药品经过连续两次降价后，由每盒 200 元下调至 162 元，设这种药品平均每次降价的百分率为  $x$ ，则可列方程 ( )

- A.  $200(1-x)^2 = 162$                                       B.  $162(1-x)^2 = 200$   
 C.  $200(1+x)^2 = 162$                                       D.  $162(1+x)^2 = 200$

6.已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的部分图象如图所示，则使得函数值  $y$  大于 2 的自变量  $x$  的取值可以是( )



6 题 图



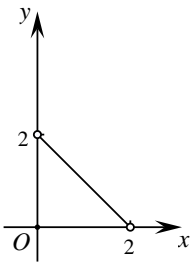
7 题图

- A. -4                      B. -2                      C. 0                      D. 2

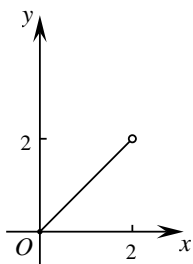
7.如图,在平面直角坐标系 $xOy$ 中,等边 $\triangle ABC$ 绕点 $O$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 得到 $\triangle DEF$ ,点 $B, C$ 在 $x$ 轴上.下面判断不正确的是( )

- A.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$     B.  $\angle AED = 120^\circ$     C.  $OA = \sqrt{3} OF$     D.  $DE = OB + AE$

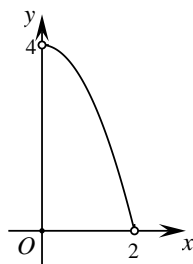
8.如图,正方形 $ABCD$ 的边长为2,点 $E$ 是 $AB$ 上一动点(点 $E$ 与点 $A, B$ 不重合),点 $F$ 在 $BC$ 延长线上, $AE = CF$ ,以 $BE, BF$ 为边作矩形 $BEGF$ .设 $AE$ 的长为 $x$ ,矩形 $BEGF$ 的面积为 $y$ ,则 $y$ 与 $x$ 满足的函数关系的图象是( )



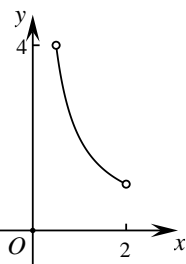
A



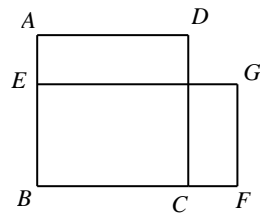
B



C



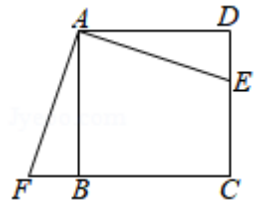
D



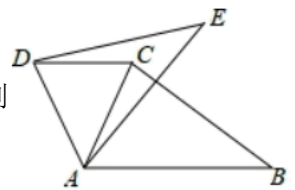
## 二、填空题

9.已知 $-1$ 是关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2 + kx - 3 = 0$ 的一个根,则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .

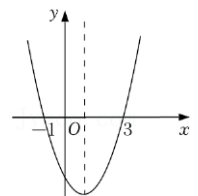
10.如图,正方形 $ABCD$ 的边长为6,点 $E$ 在边 $CD$ 上.以点 $A$ 为中心,把 $\triangle ADE$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 至 $\triangle ABF$ 的位置.若 $DE = 2$ ,则 $FC = \underline{\hspace{2cm}}$ .



11.如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 65^\circ$ ,在同一平面内,将 $\triangle ABC$ 绕点 $A$ 旋转到 $\triangle AED$ 的位置,使得 $DC \parallel AB$ , $\angle CDA = 65^\circ$ ,则 $\angle BAE$ 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ .

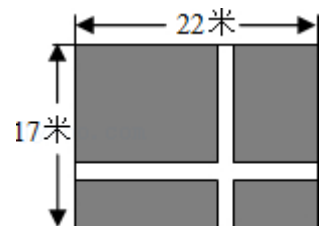


12.如图,为二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象,此图象与 $x$ 轴的交点坐标分别为 $(-1, 0)$ ,  $(3, 0)$ .有以下3种说法:① $ac < 0$ ; ② $a + b + c > 0$ ; ③当 $x > 1$ 时, $y$ 随着 $x$ 的增大而增大.这3种说法中,正确的有 $\underline{\hspace{2cm}}$ .



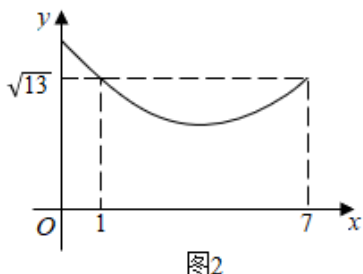
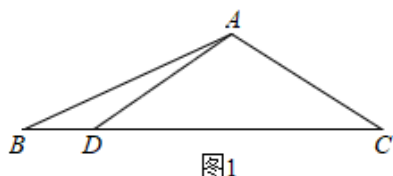
13.若关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2 + 2(m+1)x + c = 0$ 有两个相等的实数根,则 $c$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14.如图,在一块长为22米,宽为17米的矩形地面上,要修建同样宽的两条互相垂直的道路(两条道路各与矩形的一条边平行),剩余部分种上草坪,要使草坪面积为300平方米,设道路的宽为 $x$ 米,可列方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ .



15. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = x^2 + mx + n$  的对称轴为  $x = 2$ 。点  $A$  的坐标为  $(3, 0)$ ，若该抛物线与线段  $OA$  有且只有一个交点，求  $n$  的取值范围\_\_\_\_\_。

16. 如图 1，在  $\triangle ABC$  中， $AB > AC$ ， $D$  是边  $BC$  上的动点。设  $B, D$  两点之间的距离为  $x$ ， $A, D$  两点之间的距离为  $y$ ，表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象如图 2 所示。线段  $AC$  的长为\_\_\_\_\_，线段  $AB$  的长为\_\_\_\_\_。



### 三、解答题

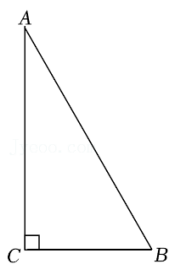
17. 解方程：

(1)  $x^2 - 3x = 0$

(2)  $x^2 + 8x + 1 = 0$

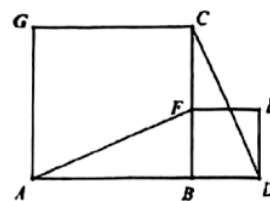
18. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，将线段  $CA$  绕点  $C$  逆时针旋转  $60^\circ$ ，得到线段  $CD$ ，连接  $AD, BD$ 。

(1) 依题意补全图形；(2) 若  $BC = 1$ ，求线段  $BD$  的长。



19. 已知  $a$  是方程  $2x^2 - 7x - 1 = 0$  的一个根，求代数式  $a(2a - 7) + 5$  的值。

20. 如图， $B$  是线段  $AD$  上一点，在线段  $AD$  的同侧作正方形  $ABCG$  和正方形  $BDEF$ ，连接  $AF, CD$ 。判断  $AF$  与  $CD$  的关系并证明你的结论。



21. 已知二次函数  $y = x^2 + bx + c$ ，函数  $y$  与自变量  $x$  的部分对应值如表：

$x$	...	-1	0	1	2	3	4	...
$y$	...	0	-3	-4	-3	0	5	...

(1) 求该二次函数的解析式。

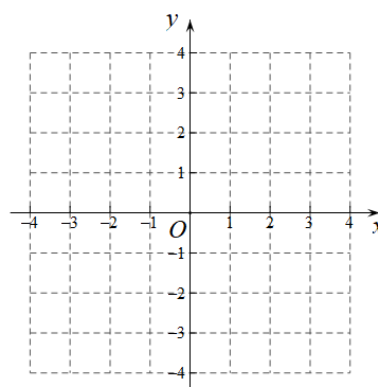
(2) 直接写出当  $-2 < x < 3$  时， $y$  的取值范围。

22. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (k+3)x + 2k + 2 = 0$ .

- (1) 求证：方程总有两个实数根；
- (2) 若方程有一个根小于 1，求  $k$  的取值范围.

23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，二次函数  $y = x^2 + px + q$  的图象经过点  $A(0, -2)$ ， $B(2, 0)$ .

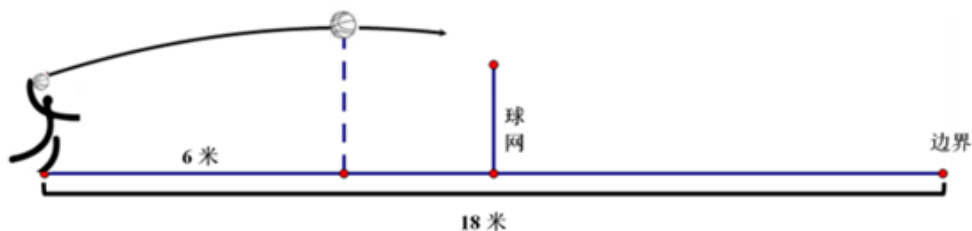
- (1) 求这个二次函数的解析式并画出图象；
- (2) 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象也经过点  $A$ ， $B$ ，结合图象，直接写出不等式  $kx + b > x^2 + px + q$  的解集.



24. 已知女子排球比赛场地长度为 18 米，球网高 2.24 米，若运动员从距球网水平距离 9 米处发球，排球从头顶正上方距地面约  $2m$  处发出，排球运行到最高点时，距发球水平距离约为 6 米，高度为 3 米，排球运行轨迹近似抛物线，解答下面两个问题并说明理由。（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ）



- (1) 球能否越过球网？
- (2) 球会不会出界？



25. 已知抛物线  $y = -x^2 + 2tx$ ，若点  $P(-1, y_1)$ ， $Q(\frac{t}{2}, y_2)$ ， $M(m, y_3)$  在抛物线上.

- (1) 该抛物线的对称轴为\_\_\_\_\_（用含  $t$  的式子表示）；
- (2) 若当  $m = 2$  时， $y_3 = 0$ ，则  $t$  的值为\_\_\_\_\_；
- (3) 若对于  $2 \leq m \leq 3$  时，都有  $y_1 < y_3 < y_2$ ，求  $t$  的取值范围.

26. 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=90^\circ$ ，过点 $B$ 作 $BC$ 的垂线 $l$ . 点 $P$ 为直线 $AB$ 上的一个动点（不与点 $A$ ， $B$ 重合），将射线 $PC$ 绕点 $P$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 交直线 $l$ 于点 $D$ .

(1) 如图1，点 $P$ 在线段 $AB$ 上，依题意补全图形；

① 求证： $\angle BDP = \angle PCB$ ；

② 用等式表示线段 $BC$ ， $BD$ ， $BP$ 之间的数量关系，并证明.

(2) 点 $P$ 在线段 $AB$ 的延长线上，直接写出线段 $BC$ ， $BD$ ， $BP$ 之间的数量关系.

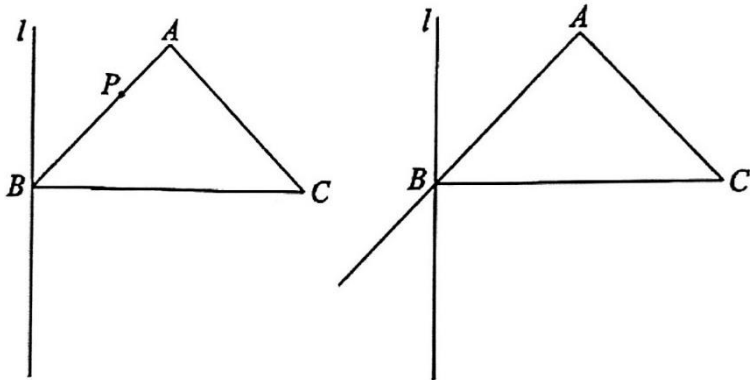
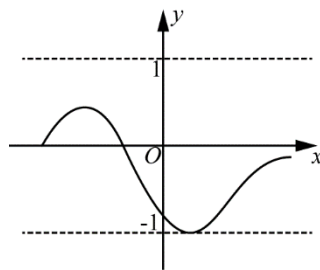


图1

备用图

27. 对某一个函数给出如下定义：若存在实数 $M > 0$ ，对于任意的函数值 $y$ ，都满足 $-M \leq y \leq M$ ，则称这个函数是有界函数，在所有满足条件的 $M$ 中，其最小值称为这个函数的边界值. 例如，下图中的函数是有界函数，其边界值是1.



(1) 分别判断函数 $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) 和  $y = x + 1$  ( $-4 < x \leq 2$ ) 是不是有界函数？若是有界函数，求其边界值；

(2) 若函数 $y = -x + 1$  ( $a \leq x \leq b$ ,  $b > a$ ) 的边界值是2，且这个函数的最大值也是2，求 $b$ 的取值范围；

(3) 将函数 $y = x^2$  ( $-1 \leq x \leq m$ ,  $m \geq 0$ ) 的图象向下平移 $m$ 个单位，得到的函数的边界值是 $t$ ，当 $m$ 在什么范围时，满足 $\frac{3}{4} \leq t \leq 1$ ？直接写出 $m$ 的范围.