

数学试卷

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 成绩 _____

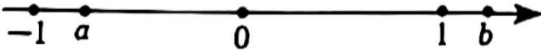


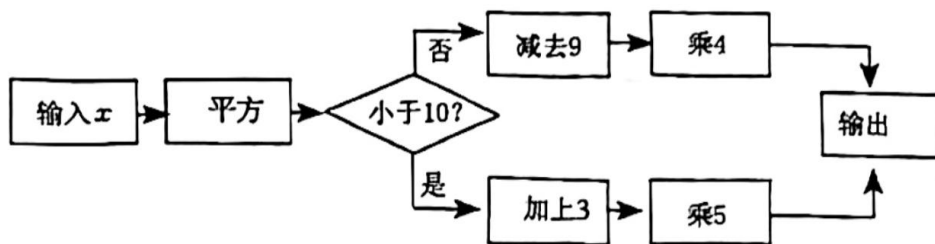
考生
须知

1. 本试卷共 7 页, 共 27 道小题, 满分 100 分; 附加题共 3 道, 满分考试时间 100 分钟.
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号.
3. 答案一律填写在答题卡上, 在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上, 选择题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答.

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

在每道题给出的四个选项中, 只有一个选项正确.

1. 中国是最早采用正负数来表示相反意义的量的国家. 如果盈利 50 元, 记作 +50 元, 那么亏损 30 元, 记作 ().
 A. +30 元 B. -20 元 C. -30 元 D. +20 元
2. 从长江水利委员会获悉, 截止 2023 年 3 月 30 日 17 时, 南水北调中线一期工程自 2014 年 12 月全面通水以来, 已累计向受水区实施生态补水约 90 亿立方米. 其中 9 000 000 000 用科学记数法表示为 ().
 A. 9×10^8 B. 9×10^9 C. 9×10^{10} D. 9×10^{11}
3. 在代数式 $2\pi x^2 y$, $\frac{1}{a}$, $x^2 - 3x$, 8 , $\frac{x+y}{2}$ 中, 单项式的个数是 ().
 A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
4. 下列各式正确的是 ().
 A. $-3 - 2 = -1$ B. $5m + n = 5mn$
 C. $3a^2 + 2a^2 = 5a^4$ D. $3a^2 b - 4a^2 b = -a^2 b$
5. 下列方程变形中, 正确的是 ().
 A. 由 $2x = -3$ 得 $x = -\frac{2}{3}$ B. 由 $\frac{x}{2} = 2$ 得 $x = 1$
 C. 由 $4 - 3x = 0$ 得 $-3x = 4$ D. 由 $2x = 3x - 5$ 得 $3x - 2x = 5$
6. a 、 b 两个数在数轴上的位置如图所示, 则下列各式正确的是 ().

 A. $a + b < 0$ B. $ab > 0$ C. $b - a < 0$ D. $(a+1)(b-1) > 0$
7. 按照如图所示的操作步骤, 若输入值为 -1, 则输出的值为 ().



- A. -40 B. -32 C. 5 D. 20

8. 根据下面栗栗和小齐的对话, 判断小齐买平板电脑的预算是 ().

栗栗: 小齐, 你之前提到的平板电脑买了没?
 小齐: 还没, 它的售价比我的预算多 1000 元呢!
 栗栗: 这台平板电脑现在正在打 7 折呢!
 小齐: 是嘛, 太好了, 这样比我的预算还要少 500 元!

- A. 3000 元 B. 3500 元 C. 4000 元 D. 4500 元

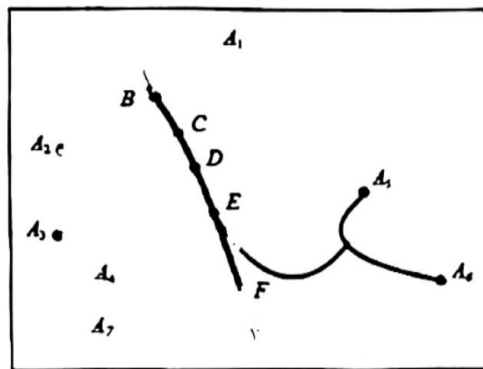
9. a 是不为 2 的有理数, 我们把 $\frac{2}{2-a}$ 称为 a 的“伴随数”, 如 3 的“伴随数”是

$$\frac{2}{2-3} = -2, \quad -2 \text{ 的“伴随数”是 } \frac{2}{2-(-2)} = \frac{1}{2},$$

a_3 是 a_2 的“伴随数”, a_4 是 a_3 的“伴随数”, ..., 依此类推, 则 a_{2023} 等于 ().

- A. -1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 4

10. 如图所示是婷婷家所在区的一条公路路线图, 粗线是大路, 细线是小路, 七个公司 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$ 分布在大路两侧, 有一些小路与大路相连. 现要在大路上设一快递中转站, 中转站到各公司 (沿公路走) 的距离总和越小越好, 则这个中转站最好设在 ().



- A. 路口 C B. 路口 D C. 路口 E D. 路口 F

二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

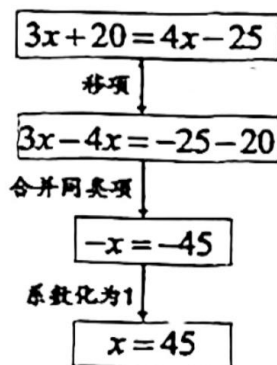
11. -3 的倒数是_____.

12. 比较大小: $-\frac{2}{5}$ _____ $-\frac{3}{8}$. (填“>”, “<”, 或“=”)

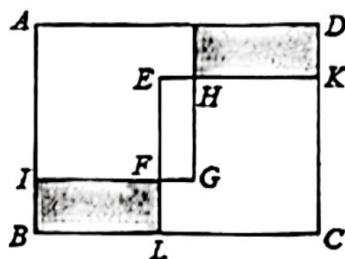
13. 单项式 $-\frac{2xy^2}{3}$ 的系数是_____，次数是_____。

14. 已知 $x=3$ 是方程 $k(x-2)-2k+x=5$ 的解，则 k 的值是_____。

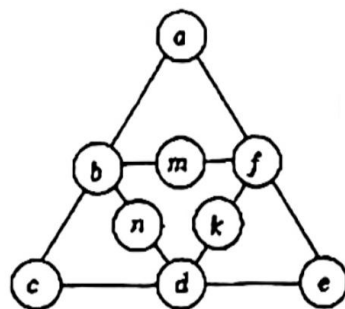
15. 如图是解方程 $3x+20=4x-25$ 的流程，其中移项的依据是_____。



(第 15 题图)



(第 17 题图)



(第 18 题图)

16. 我国古代数学著作《孙子算经》中有“多人共车”问题：今有三人共车，二车空；二人共车，九人步。问人与车各几何？其大意是：每车坐 3 人，两车空出来；每车坐 2 人，多出 9 人无车坐。问人数和车数各多少？设车 x 辆，根据题意，可列出的方程是_____。

17. 如图所示，已知长方形 $ABCD$ 的长 $AD=12$ ，宽 $AB=9$ ，内有边长相等的正方形 $AIGJ$ 和小正方形 $ELCK$ ，其重叠部分为长方形 $EFGH$ 。若长方形 $EFGH$ 的周长为 14，则图中阴影部分周长和为_____。

18. 如图，将 9 个数放入“O”内，使得每条边上 3 个“O”内数字之和相等，分别记这 9 个数为： a 、 b 、 c 、 d 、 e 、 f 、 m 、 n 、 k ，可以得到： $a+b+c=c+d+e=e+f+a=\dots=d+k+f$ ，则用等式表示 b 、 c 、 e 、 f 四个数之间的数量关系是_____， a 、 m 、 d 三个数之间的数量关系是_____。

三、解答题 (共 54 分)

19. (12 分) 计算：

(1) $-9+5-(+11)-(-5)$ ； (2) $(-24)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right)$ ；

(3) $\left|\frac{1}{5}-1\right|\times\frac{25}{16}-5+\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(+8\frac{1}{2}\right)$ ； (4) $-3^2-(-2)^3+\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$ 。

20. (6分) 化简:

(1) $5xy - 2y^2 - 3xy - 4y^2$; (2) $2(2a - 3b) - 3(2b - 3a)$.

21. (5分) 已知 $(x+1)^2 + \left|y - \frac{1}{3}\right| = 0$, 求代数式 $(3x^2y - 5xy) - [x^2y - 2(xy - x^2y)]$

的值.

22. (6分) 解下列方程:

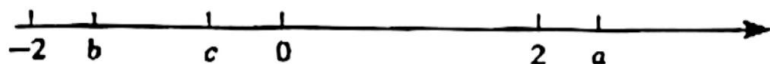
(1) $x - 4 = 5(2x + 1)$; (2) $\frac{2x+1}{3} = 1 - \frac{x-1}{2}$.

23. (5分) 已知两个多项式: $A = 2m^2 + 3mn - 2m - 1$, $B = -m^2 + mn - 1$.

(1) 化简: $A + 2B$;

(2) 若 (1) 中式子的值与 m 的取值无关, 求 n 的值.

24. (4分) 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 化简: $|a+b| + 2|-a+c| - |b+2|$.



25. (5分) 小孙同学遇到这样一道题: “如果代数式 $5a + 3b$ 的值为 -4 , 那么代数式 $2(a+b) + 4(2a+b)$ 的值是多少?” 这个问题中 a 和 b 的值不能单独求出来,

于是小孙同学想到了把 $5a + 3b$ 作为一个整体求解, 得到如下的解题过程:

$$\text{原式} - 2a + 2b + 8a + 4b = 10a + 6b = 2(5a + 3b) = 2 \times (-4) = -8.$$

整体思想是中学数学解题的一种重要思想方法, 请仿照上面的解题方法, 完成下面的问题:

【简单应用】

(1) 已知 $a^2 + a = 2$, 则 $3a^2 + 3a + 2020 =$ _____:

(2) 已知 $2a - b = -3$, 求 $5(a - b) - 9a + 7b + 5$ 的值:

【拓展提高】

(3) 已知 $a^2 + 2ab = -5$, $ab - 2b^2 = -3$, 则 $2a^2 + ab + 6b^2 =$ _____.

(4) 已知 $x^2 - 2xy - 7y^2 = 8$, $2x^2 + 3xy - 4y^2 = 5$, 则 $-4x^2 - 13xy - 2y^2 =$ _____.

26. (4分) 如图 1 是 2024 年 1 月的日历表:

| 日 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 31 | | | |

图1

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|-----|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 |
| 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | ... | ... |

图2

(1) 在图 1 中用优美的 U 形框“”框住五个数, 其中最小的数为 1, 则

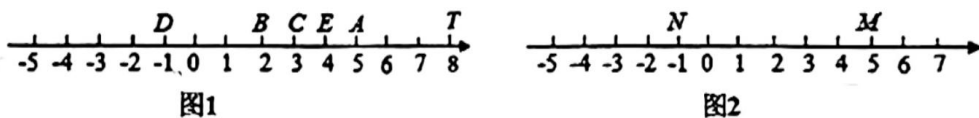
U 形框中的五个数字之和为_____;

(2) 在图 1 中移动 U 形框的位置, 若 U 形框框住的五个数字之和为 53, 则这五个数字中最大的数为_____;

(3) 在图 1 日历表的基础上, 继续将连续的自然数排列成如图 2 的数表, 在图 2 中 U 形框框住的 5 个数字之和能等于 2024 吗? 若能, 分别写出 U 形框框住的 5 个数字; 若不能, 请说明理由.

27. (7分) 如果在同一直线上的三点 A, B, C 满足 $AC=2CB$ (即点 C 到点 A 的距离是点 C 到点 B 距离的 2 倍), 那么我们称点 C 是点对 (A, B) 的一个分点. 若点 C 在线段 AB 上, 则称点 C 为 (A, B) 的内分点; 若点 C 在线段 AB 的延长线上, 则称点 C 为 (A, B) 的外分点. 同理, 如果在同一直线上的三点 A, B, C 满足 $BC=2CA$, 那么我们称点 C 是点对 (B, A) 的一个分点.

如图 1, 在数轴上, 点 A 对应的数为 5, 点 B 对应的数为 2, 则 (A, B) 的内分点是表示数 3 的点 C , 而 (B, A) 的内分点是表示数 4 的点 E , 线段 AB 的外分点是表示数 -1 的点 D , 而 (B, A) 的外分点是表示数 8 的点 T .



(1) 如图 2, 点 M, N 表示的数分别为 5 和 -1 , 则点对 (M, N) 的内分点表示的数为_____, 点对 (N, M) 的外分点表示的数为_____.

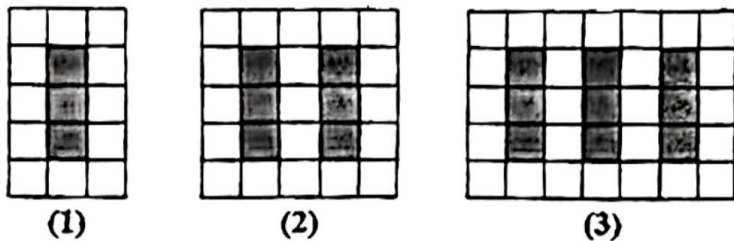
(2) 在 (1) 的条件下, 若点 P , 点 Q 分别从 M 点, N 点同时出发, 以 4 个单位/秒和 3 个单位/秒的速度向右运动, 设运动时间为 t 秒.

① 设点对 (P, Q) 的内分点为 G , 外分点为 H . 当点 G, H 所对应的数互为相反数时, 求 t 的值.

② 在点 Q 运动的过程中, 存在点 F 既是点对 (N, Q) 的分点, 也是点对 (Q, M) 的分点, 直接写出 t 的值为_____.

附加题 (共 10 分)

1. (2分) 人行道用同样大小的灰、白两种不同颜色的小正方形地砖铺设而成, 如图中的每一个小正方形表示一块地砖, 按图(1)(2)(3)... 的次序铺设地砖, 把第 n 个图形用图(n)表示, 那么第 5 个图形中的白色小正方形地砖的块数是_____, 第 n 个图形白色小正方形地砖的块数是_____ (用含 n 的式子表示)



2. (2分) 我们知道, 在数轴上, 点 M, N 分别表示数 m, n , 则点 M, N 之间的距离为 $|m-n|$. 已知点 A, B, C, D 在数轴上分别表示数 a, b, c, d , 且 $|2a-3c|=|2b-3c|=\frac{2}{3}|d-a|=1(a+b)$, 则可以求出点 B, D 之间的距离为_____.

3. (6分) 阅读理解:

我们通常学习的数都是十进制数, 使用的数码共有 10 个: 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9, 表示具体数时采用“逢十进一”的原则, 比如:

$4123 = 4 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$, (这里我们规定: $a \neq 0$ 时, $a^0 = 1$), 又如:

$\frac{1}{8} = 0.125 = 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{10^2} + 5 \times \frac{1}{10^3}$. 而现代的计算机和依赖计算机的设备都使用

二进制数, 用到的数码只有两个: 0 和 1, 表示具体数时“逢二进一”.

二进制数和十进制数可以互相转化, 二进制数的运算也和十进制数的运算类似.

① 我们可以把十进制整数转化成二进制整数. 比如:

$103 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, 所以 103 用二进制数码表示是 1100111, 记为 $103 = (1100111)_2$;

② 也可以把十进制分数或者小数转化为二进制小数. 比如:

$0.125 = \frac{1}{8} = 0 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2^2} + 1 \times \frac{1}{2^3}$, 所以 $\frac{1}{8}$ 可以表示成二进制小数 $(0.001)_2$, 记为

$$\frac{1}{8} = (0.001)_2;$$

这里还可以把分子 1 和分母 8 都转化为二进制数, 在二进制下用分子除以分母得到 $\frac{1}{8}$ 的二进制小数表示:

由于 $1 = (1)_2$, $8 = (1000)_2$, 所以 $\frac{1}{8} = \frac{(1)_2}{(1000)_2}$, 而 $\frac{(1)_2}{(1000)_2} = (1)_2 \div (1000)_2$ 可以类比十进制数一样做除法, 只是商和余数都只能是 0 或 1:

$$(1000)_2 \overline{) \begin{array}{r} 0.001 \\ 1.000 \\ \hline 1000 \\ \hline 0 \end{array}}, \text{ 所以 } \frac{1}{8} = (0.001)_2;$$

③ 与十进制数类似, 二进制也有循环小数, 比如:

$$0.\dot{3} = \frac{1}{3} = \frac{(1)_2}{(11)_2} = (1)_2 \div (11)_2, \text{ 由 } (11)_2 \left\{ \begin{array}{r} 0.0101 \\ 1.0000 \\ \hline 11 \\ 100 \\ \hline 11 \\ \hline \dots \end{array} \right. \text{ 可知: } \frac{1}{3} = (0.\dot{0}1)_2.$$

问题解决:

(1) 将十进制数 35 化成二进制数为: (_____)₂. 二进制小数 $(0.101)_2$ 化为十进制分数是_____.

(2) 将十进制分数化成二进制小数: $\frac{5}{32} = (\text{_____})_2$, $\frac{1}{5} = (\text{_____})_2$.

(3) 在十进制中, 循环小数都可以化为分数, 比如: 将 $0.\dot{6}$ 化为分数形式.

设 $x = 0.\dot{6} = 0.66666\cdots$ (A) 则 $10x = 6.\dot{6} = 6.66666\cdots$ (B).

(A)-(B) 得: $9x = 6$, 即 $x = \frac{2}{3}$, 于是得到 $0.\dot{6} = \frac{2}{3}$.

同样, 二进制中的循环小数也可以用类似的方法化为十进制分数.

请将二进制循环小数 $(0.00\dot{1}0\dot{1})_2$ 化成十进制分数, 保留计算过程.