



海淀区 2020-2021 学年第一学期期末考试

初二数学试卷

2021. 1

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 成绩_____

一、 选择题 (本大题共 24 分, 每小题 3 分)

第 1~8 题符合题意的选项均只有一个, 请将你的答案填写在下面的表格中.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

1. 冬季奥林匹克运动会是世界规模最大的冬季综合性运动会, 每四年举办一届. 第 24 届冬奥会将于 2022 年在北京和张家口举办. 下列四个图分别是四届冬奥会图标中的一部分, 其中是轴对称图形的为



A



B



C



D

2. KN95 型口罩可以保护在颗粒物浓度很高的空间中工作的人不被颗粒物侵害, 也可以帮助人们预防传染病. “KN95” 表示此类型的口罩能过滤空气中 95% 的粒径约为 $0.000\ 000\ 3\text{m}$ 的非油性颗粒. 其中, $0.000\ 000\ 3$ 用科学记数法表示为

- A. 3×10^{-6} B. 3×10^{-7} C. 0.3×10^{-6} D. 0.3×10^{-7}

3. 下列计算正确的是

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $a^{10} \div a^2 = a^5$

4. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是

- A. $x(x-2) = x^2 - 2x$ B. $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$
 C. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$ D. $x+2 = x(1 + \frac{2}{x})$

5. 如图, 菊花 1 角硬币为外圆内正九边形的边缘异形币, 则该正九边形的一个内角大小为

- A. 135° B. 140°
 C. 144° D. 150°



6. 小聪在用直尺和圆规作一个角等于已知角时，具体过程是这样的：



已知： $\angle AOB$.

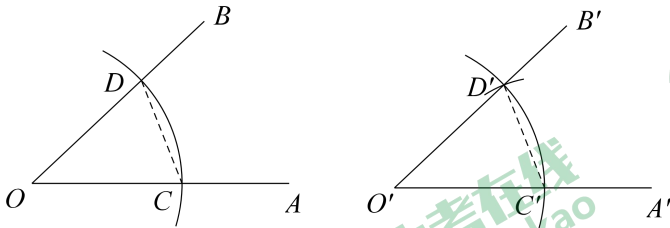
求作： $\angle A'O'B'$ ，使 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

作法：（1）如图，以点 O 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 OA ， OB 于点 C ， D ；

（2）画一条射线 $O'A'$ ，以点 O' 为圆心， OC 长为半径画弧，交 $O'A'$ 于点 C' ；

（3）以点 C' 为圆心， CD 长为半径画弧，与第（2）步中所画的弧相交于点 D' ；

（4）过点 D' 画射线 $O'B'$ ，则 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.



小聪作法正确的理由是

- A. 由 SSS 可得 $\triangle O'C'D' \cong \triangle OCD$ ，进而可证 $\angle A'O'B' = \angle AOB$
- B. 由 SAS 可得 $\triangle O'C'D' \cong \triangle OCD$ ，进而可证 $\angle A'O'B' = \angle AOB$
- C. 由 ASA 可得 $\triangle O'C'D' \cong \triangle OCD$ ，进而可证 $\angle A'O'B' = \angle AOB$
- D. 由“等边对等角”可得 $\angle A'O'B' = \angle AOB$

7. 如果 $a - b = 2$ ，那么代数式 $\left(\frac{a^2 + b^2}{a} - 2b\right) \cdot \frac{a}{a - b}$ 的值是

- A. 2
- B. -2
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $-\frac{1}{2}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB \neq AC$ ，线段 AD ， AE ， AF 分别是 $\triangle ABC$ 的高，中线，角平分线，则点 D ， E ， F 的位置关系为

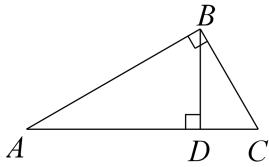
- A. 点 D 总在点 E ， F 之间
- B. 点 E 总在点 D ， F 之间
- C. 点 F 总在点 D ， E 之间
- D. 三者的位置关系不确定

二、填空题（本大题共 24 分，每小题 3 分）

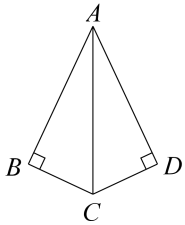
9. 若分式 $\frac{3}{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

10. 计算： $(3a^2 + 2a) \div a =$ _____.

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ， $BD \perp AC$ ，垂足为 D . 若 $AB = 6$ ，则 BD 的长为_____.



12. 如图, $AB \perp BC$, $AD \perp DC$, 垂足分别为 B , D . 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 这个条件可以是_____。(写出一个即可)



13. 某中学要举行校庆活动, 现计划在教学楼之间的广场上搭建舞台.

已知广场中心有一座边长为 b 的正方形的花坛. 学生会提出两个方案:

方案一: 如图 1, 围绕花坛搭建外围为正方形的“回”字形舞台 (阴影部分), 舞台的面积记为 S_1 ;

方案二: 如图 2, 在花坛的三面搭建“凹”字形舞台 (阴影部分), 舞台的面积记为 S_2 ;

具体数据如图所示, 则 S_1 _____ S_2 . (填“>”, “<”或“=”)

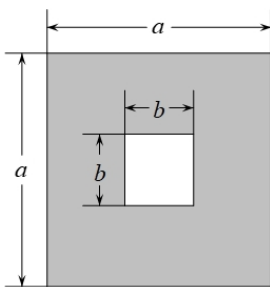


图 1

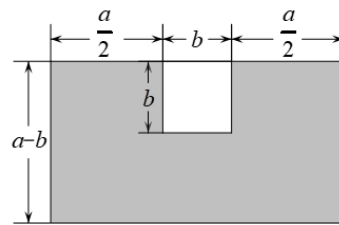
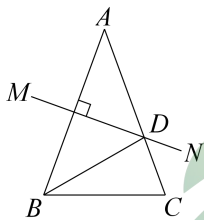


图 2

14. 如图, $AB = AC$, $\angle A = 40^\circ$, AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于点 D . 则 $\angle DBC$ 的大小为_____.



15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(0, 3)$, 点 B 与点 A 关于 x 轴对称, 点 C 在 x 轴上, 若 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 则点 C 的坐标为_____.

16. 图 1 是小明骑自行车的某个瞬间的侧面示意图, 将小明右侧髋关节和车座看作一个整体抽象为 A 点, 将膝盖抽象为 B 点, 将脚跟、脚掌、踏板看作一个整体抽象为 C 点, 将自行车中轴位置记为 D 点 (注: 自行车中轴是连接左右两个踏板, 使两个踏板绕其旋转的部件), 在骑行过程中, 点 A , D 的位置不变, B , C 为动点. 图 2

是抽象出来的点和线. 若 $AB = BC = 40$ cm, $CD = 16$ cm, 小明在骑车前, 需调整车座高度, 保证在骑行过程中脚总可以踩到踏板, 则 AD 最长为_____ cm.

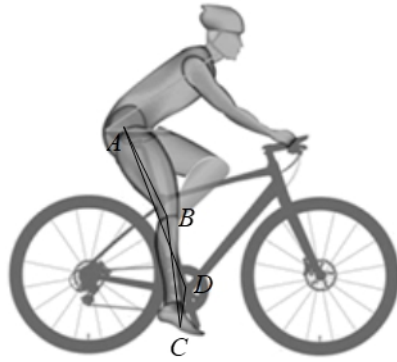


图 1

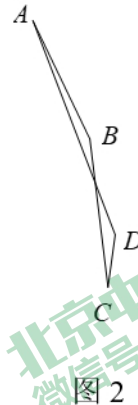


图 2

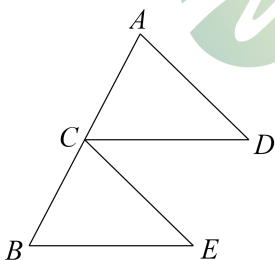
三、解答题 (本大题共 52 分, 第 17 题 8 分, 第 18~21 题每题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23 题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 7 分)

17. (1) 计算: $(-\frac{1}{2})^2 + 2^{-2} - (2-\pi)^0$; (2) 分解因式: $3x^2 - 6xy + 3y^2$.

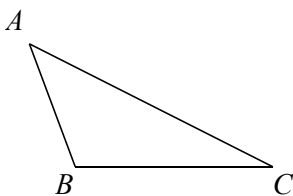
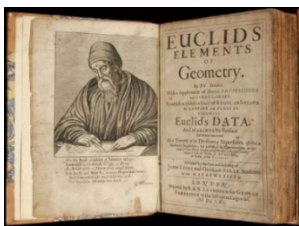
18. 已知 $3x^2 - x - 1 = 0$, 求代数式 $(2x+5)(2x-5) + 2x(x-1)$ 的值.

19. 如图, C 是 AB 的中点, $CD \parallel BE$, $CD = BE$, 连接 AD , CE .

求证: $AD = CE$.



20. 《几何原本》是一部集前人思想和欧几里得个人创造性于一体的不朽之作，把人们公认的一些事实列成定义、公理和公设，用它们来研究各种几何图形的性质，从而建立了一套从定义、公理和公设出发，论证命题得到定理的几何学论证方法。在其第一卷中记载了这样一个命题：“在任意三角形中，大边对大角。”



请补全上述命题的证明。

已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC > AB$ 。

求证：_____。

证明：如图，由于 $AC > AB$ ，故在 AC 边上截取 $AD = AB$ ，连接 BD 。（在上图中补全图形）

$\because AD = AB$,

$\therefore \angle ABD = \angle$ _____。（填推理的依据）

$\because \angle ADB$ 是 $\triangle BCD$ 的外角，

$\therefore \angle ADB = \angle C + \angle DBC$ 。（填推理的依据）

$\therefore \angle ADB > \angle C$ 。

$\therefore \angle ABD > \angle C$ 。

$\because \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$,

$\therefore \angle ABC > \angle ABD$ 。

$\therefore \angle ABC > \angle C$ 。

21. 列方程解应用题

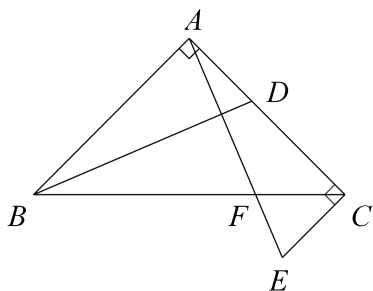
开展“光盘行动”，拒绝“舌尖上的浪费”，已成为一种时尚。某学校食堂为了激励同学们做到光盘不浪费，提出如果学生每餐做到光盘不浪费，那么餐后奖励香蕉或橘子一份。近日，学校食堂花了 2800 元和 2500 元分别采购了香蕉和橘子，采购的香蕉比橘子多 150 千克，香蕉每千克的价格比橘子每千克的价格低 30%，求橘子每千克的价格。



22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, D 是 AC 边上一点, 连接 BD , $EC \perp AC$, 且 $AE = BD$, AE 与 BC 交于点 F .

(1) 求证: $CE = AD$;

(2) 当 $AD = CF$ 时, 求证: BD 平分 $\angle ABC$.



23. 小明在学习有关整式的知识时, 发现一个有趣的现象: 对于关于 x 的多项式 $x^2 - 2x + 3$, 由于 $x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$, 所以当 $x - 1$ 取任意一对互为相反数的数时, 多项式 $x^2 - 2x + 3$ 的值是相等的. 例如, 当 $x - 1 = \pm 1$, 即 $x = 2$ 或 0 时, $x^2 - 2x + 3$ 的值均为 3 ; 当 $x - 1 = \pm 2$, 即 $x = 3$ 或 -1 时, $x^2 - 2x + 3$ 的值均为 6 . 于是小明给出一个定义:

对于关于 x 的多项式, 若当 $x - t$ 取任意一对互为相反数的数时, 该多项式的值相等, 就称该多项式关于 $x = t$ 对称. 例如 $x^2 - 2x + 3$ 关于 $x = 1$ 对称.

请结合小明的思考过程, 运用此定义解决下列问题:

- (1) 多项式 $x^2 - 4x + 6$ 关于 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 对称;
- (2) 若关于 x 的多项式 $x^2 + 2bx + 3$ 关于 $x = 3$ 对称, 求 b 的值;
- (3) 整式 $(x^2 + 8x + 16)(x^2 - 4x + 4)$ 关于 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 对称.

24. 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 在射线 BC 上（与点 B, C 不重合），点 D 关于直线 AC 的对称点为点 E ，连接 AD, AE, CE, DE 。

(1) 如图 1，当点 D 为线段 BC 的中点时，求证： $\triangle ADE$ 是等边三角形；

(2) 当点 D 在线段 BC 的延长线上时，连接 BE ， F 为线段 BE 的中点，连接 CF 。根据题意在图 2 中补全图形，用等式表示线段 AD 与 CF 的数量关系，并证明。

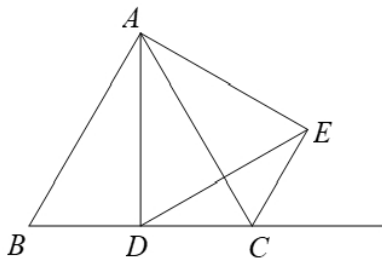


图 1

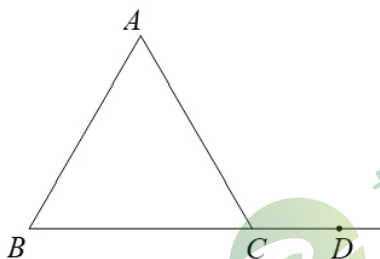


图 2



25. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 为过点 $M(m, 0)$ 且与 x 轴垂直的直线. 对某图形上的点 $P(a, b)$ 作如下变换：
 当 $b \geq |m|$ 时，作出点 P 关于直线 l 的对称点 P_1 ，称为 $I(m)$ 变换；当 $b < |m|$ 时，作出点 P 关于 x 轴的对称点 P_2 ，
 称为 $II(m)$ 变换. 若某个图形上既有点作了 $I(m)$ 变换，又有点作了 $II(m)$ 变换，我们就称该图形为 m - 双变换图形.
 例如，已知 $A(1, 3)$ ， $B(2, -1)$ ，如图 1 所示，当 $m=2$ 时，点 A 应作 $I(2)$ 变换，变换后 A_1 的坐标是 $(3, 3)$ ；点 B
 作 $II(2)$ 变换，变换后 B_1 的坐标是 $(2, 1)$.

请解决下面的问题：

(1) 当 $m=0$ 时，

① 已知点 P 的坐标是 $(-1, 1)$ ，则点 P 作相应变换后的点的坐标是_____；

② 若点 $P(a, b)$ 作相应变换后的点的坐标为 $(-1, 2)$ ，求点 P 的坐标；

(2) 已知点 $C(-1, 5)$ ， $D(-4, 2)$ ，

① 若线段 CD 是 m - 双变换图形，则 m 的取值范围是_____；

② 已知点 $E(m, m)$ 在第一象限，若 $\triangle CDE$ 及其内部（点 E 除外）组成的图形是 m - 双变换图形，且变换后所得图形记为 G ，直接写出所有图形 G 所覆盖的区域的面积.

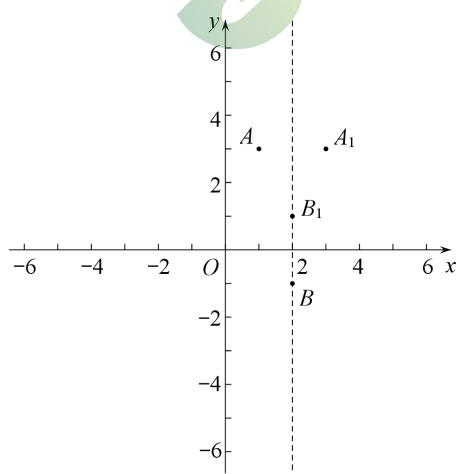
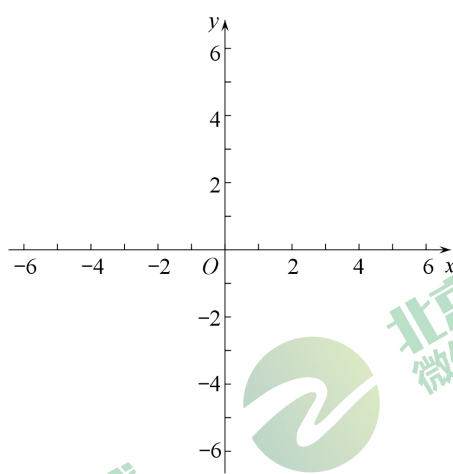


图 1



备用图



参考答案

一、选择题（本大题共 24 分，每小题 3 分）

第 1~8 题符合题意的选项均只有一个，请将你的答案填写在下面的表格中。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	B	C	B	A	A	C

二、填空题（本大题共 24 分，每小题 3 分）

9. $x \neq 2$

10. $3a+2$

11. 3

12. 答案不唯一，如： $AB = AD$

13. $>$

14. 30°

15. $(-3, 0)$ 或 $(3, 0)$ （全写对得 3 分，只写对一个得 1 分，有错不得分）

16. 64

三、解答题（本大题共 52 分，第 17 题 8 分，第 18~21 题每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 7 分）

17. (1) 解：原式 = $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 1$ 3 分

= $\frac{1}{2} - 1$

= $-\frac{1}{2}$ 4 分

(2) 解：原式 = $3(x^2 - 2xy + y^2)$ 2 分

= $3(x - y)^2$ 4 分

18. 解：原式 = $4x^2 - 25 + 2x^2 - 2x$ 2 分

= $6x^2 - 2x - 25$ 3 分

$\therefore 3x^2 - x - 1 = 0,$

$$\therefore 3x^2 - x = 1.$$

$$\therefore \text{原式} = 2(3x^2 - x) - 25$$

$$= 2 \times 1 - 25$$

$$= -23. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

19. 证明: $\because C$ 是 AB 的中点,

$$\therefore AC = CB. \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\because CD \parallel BE,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle B. \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

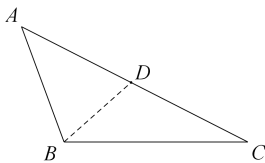
在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} AC = CB, \\ \angle ACD = \angle B, \\ CD = BE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore AD = CE. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

20. $\angle ABC > \angle C \dots\dots\dots 1 \text{分}$



$\dots\dots\dots 2 \text{分}$

$$\angle ADB \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

等边对等角 $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和 $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

21. 解: 设橘子每千克的价格为 x 元, 则香蕉每千克的价格为 $70\%x$ 元. $\dots\dots\dots 1 \text{分}$

根据题意, 得

$$\frac{2800}{70\%x} - \frac{2500}{x} = 150 \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

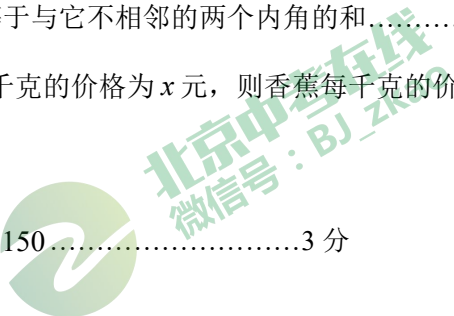
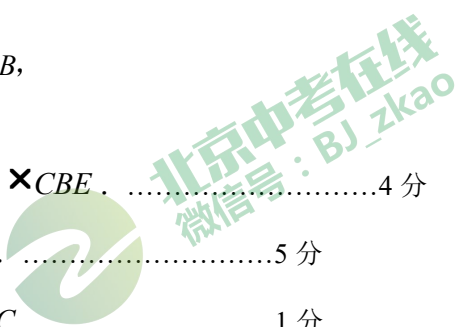
解得

$$x = 10 \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

检验: 当 $x = 10$ 时, $70\%x \neq 0$.

所以原分式方程的解为 $x = 10$ 且符合题意.

答: 橘子每千克的价格为 10 元. $\dots\dots\dots 5 \text{分}$



22. (1) 证明: $\because EC \perp AC, \angle BAC = 90^\circ$

$\therefore \angle ACE = \angle BAC = 90^\circ$

在 Rt $\triangle CAE$ 和 Rt $\triangle ABD$ 中,

$$\begin{cases} AE = BD, \\ CA = AB, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle CAE \cong \text{Rt}\triangle ABD$1分

$\therefore CE = AD$2分

(2) 证明: 由(1)得 $\text{Rt}\triangle CAE \cong \text{Rt}\triangle ABD$,

$\therefore \angle 2 = \angle 1, \angle E = \angle 3$3分

由(1)得 $CE = AD$,

$\therefore AD = CF$,

$\therefore CE = CF$.

$\therefore \angle 4 = \angle E$4分

$\therefore \angle 4 = \angle 5$,

$\therefore \angle 5 = \angle E$.

$\therefore \angle E = \angle 3$,

$\therefore \angle 5 = \angle 3$.

$\therefore \angle 6 = \angle 2 + \angle 3, \angle 6 = \angle 7 + \angle 5$,

$\therefore \angle 2 = \angle 7$5分

$\therefore \angle 2 = \angle 1$,

$\therefore \angle 1 = \angle 7$.

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$6分

23. (1) 21分

(2) 解: $\because x^2 + 2bx + 3 = (x+b)^2 + 3 - b^2$,2分

\therefore 关于 x 的多项式 $x^2 + 2bx + 3$ 关于 $x = -b$ 对称.

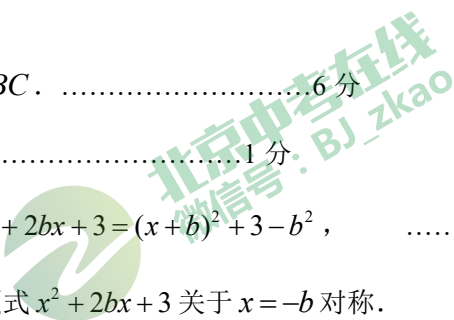
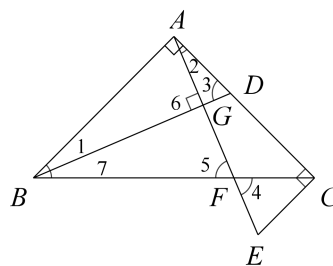
$\therefore -b = 3$.

$\therefore b = -3$3分

(3) -15分

24. (1) 证明: \because 点 D, E 关于直线 AC 对称,

$\therefore AD = AE, \angle DAC = \angle EAC$1分





∴ $\triangle ABC$ 是等边三角形,

∴ $AB = AC$, $\angle BAC = 60^\circ$.

∴ 点 D 为线段 BC 的中点,

∴ $\angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$.

∴ $\angle DAC = \angle EAC = 30^\circ$.

∴ $\angle DAE = 60^\circ$.

∴ $AD = AE$,

∴ $\triangle ADE$ 是等边三角形.2 分

(2) 补全图形.....3 分

线段 AD 与 CF 的数量关系: $AD = 2CF$.

证明: 延长 CF 到点 G , 使 $GF = CF$, 连接 BG .

∴ F 为线段 BE 的中点,

∴ $BF = EF$.

在 $\triangle BFG$ 和 $\triangle EFC$ 中,

$$\begin{cases} GF = CF, \\ \angle BFG = \angle EFC, \\ BF = EF, \end{cases}$$

∴ $\triangle BFG \cong \triangle EFC$4 分

∴ $GB = CE$, $\angle G = \angle FCE$.

∴ $BG \parallel CE$.

∴ $\triangle ABC$ 是等边三角形,

∴ $AC = BC$, $\angle ACB = 60^\circ$.

∴ $\angle ACD = 120^\circ$.

∴ 点 D , E 关于直线 AC 对称,

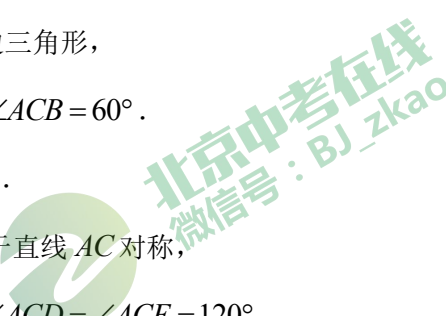
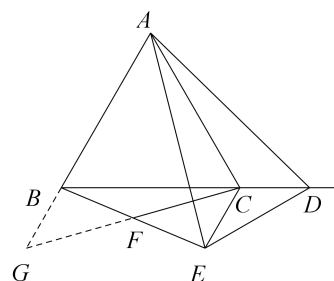
∴ $CD = CE$, $\angle ACD = \angle ACE = 120^\circ$.

∴ $CD = BG$, $\angle BCE = 60^\circ$.

∴ $BG \parallel CE$.

∴ $\angle BCE + \angle CBG = 180^\circ$.

∴ $\angle CBG = 120^\circ$5 分



$$\therefore \angle ACD = \angle CBG.$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBG$ 中,

$$\begin{cases} AC = CB, \\ \angle ACD = \angle CBG, \\ CD = BG, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBG.$$

$$\therefore AD = CG.$$

$$\therefore AD = 2CF \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

25. (1) ① (1,1) $\dots\dots\dots 1$ 分

②解: $\because m = 0,$

\therefore 直线 l 为 y 轴.

若 $b \geq 0$, 则 $P(a, b)$ 作 I(0) 变换, 变换后的点为 $(-a, b),$

$$\therefore \begin{cases} -a = -1, \\ b = 2. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a = 1, \\ b = 2. \end{cases} \text{ 且符合题意.}$$

$$\therefore P(1, 2). \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

若 $b < 0$, 则 $P(a, b)$ 作 II(0) 变换, 变换后的点为 $(a, -b),$

$$\therefore \begin{cases} a = -1, \\ -b = 2. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a = -1, \\ b = -2. \end{cases} \text{ 且符合题意.}$$

$$\therefore P(-1, -2). \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

综上, $P(1, 2)$ 或 $P(-1, -2).$

(2) ① $-5 \leq m < -2$ 或 $2 < m \leq 5 \dots\dots\dots 5$ 分

② 36 $\dots\dots\dots 7$ 分

