

20. 解:

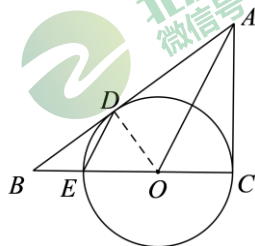
(1) ∵ 点 D 是矩形 $OABC$ 的对角线交点,
 ∴ 点 D 是矩形 $OABC$ 的对角线 AC 的中点,
 又 ∵ $A(4, 0), C(0, 2)$,
 ∴ 点 D 的坐标为 $(2, 1)$ 1 分

∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 D ,
 ∴ $1 = \frac{k}{2}$, 解得: $k=2$ 2 分

(2) 由题意可得: 点 M 的纵坐标为 2, 点 N 的横坐标为 4.

∵ 点 M 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上,
 ∴ 点 M 的坐标为 $(1, 2)$, 3 分
 ∴ $1 \leq x \leq 4$ 5 分

21. (1) 证明: 连接 OD .



∵ $OE=OD$, ∴ $\angle OED = \angle ODE$,
 ∵ $DE \parallel OA$,
 ∴ $\angle OED = \angle AOC$, $\angle ODE = \angle AOD$,
 ∴ $\angle AOC = \angle AOD$.

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle AOC$ 中,

$$\begin{cases} AO = AO \\ \angle AOD = \angle AOC \\ OD = OC \end{cases}$$

∴ $\triangle AOD \cong \triangle AOC$, 1 分

∴ $\angle ADO = \angle ACO$.

∵ AC 与 $\odot O$ 相切于点 C ,

∴ $\angle ADO = \angle ACO = 90^\circ$, 2 分

又 ∵ OD 是 $\odot O$ 的半径,

∴ AB 是 $\odot O$ 的切线. 3 分

(2) 解: ∵ $CE=6$, ∴ $OE=OD=OC=3$.

在 $\text{Rt}\triangle ODB$ 中, $BD=4, OD=3$,

$$\therefore BD^2 + OD^2 = BO^2,$$

$$\therefore BO=5,$$

$$\therefore BC=BO+OC=8. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

∵ $\odot O$ 与 AB 和 AC 都相切, ∴ $AD=AC$.

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $AC^2 + BC^2 = AB^2$,

$$\text{即: } AC^2 + 8^2 = (AC+4)^2,$$

解得: $AC=6$ 5 分

22. 解:

(1) $3, 0.75$; 4 分

(2) $\frac{1}{6}$ 6 分

23. 解:

(1) ∵ 抛物线 $y=ax^2+bx$ 过点 $(4, 0)$,

$$\therefore 0 = 16a + 4b,$$

$$\therefore b = -4a. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) ∵ 点 $A(0, a)$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到点 B ,

∴ 点 B 的坐标为 $(a, 0)$, 3 分

∵ 点 B 向右平移 2 个单位长度得到点 C ,

∴ 点 C 的坐标为 $(a+2, 0)$ 4 分

(3) (i) 当 $a > 0$ 时,

抛物线 $y=ax^2-4ax$ 开口向上, 与 x 轴交于两点 $(0, 0), (4, 0)$.

若线段 AC 与抛物线有公共点 (如图 1), 只需满足:

$$\begin{cases} a > 0 \\ a+2 \geq 4 \end{cases}, \text{ 解得: } a \geq 2. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

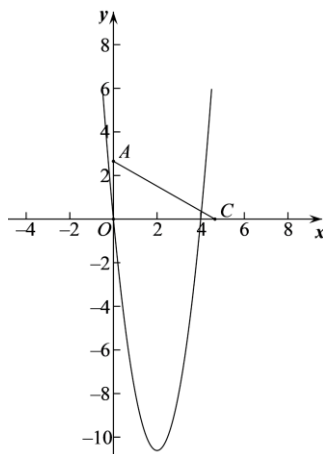


图 1



(ii) 当 $a < 0$ 时,

抛物线 $y = ax^2 - 4ax$ 开口向下, 与 x 轴交于
 两点 $(0, 0)$, $(4, 0)$.

若线段 AC 与抛物线有公共点 (如图 2),
 只需满足:

$$\begin{cases} a < 0 \\ a + 2 \leq 0 \end{cases}, \text{ 解得: } a \leq -2. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

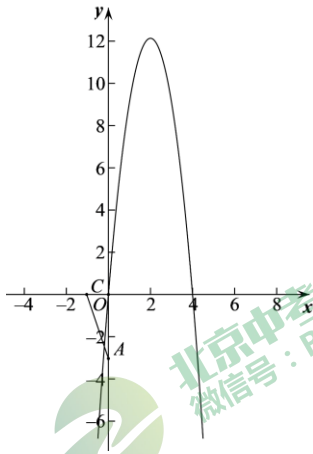


图 2

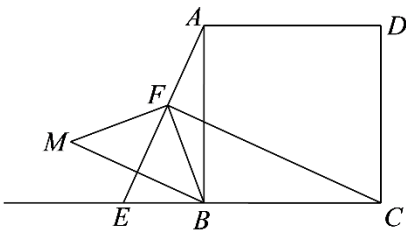
综上所述, a 的取值范围为 $a \geq 2$ 或 $a \leq -2$.
 7 分

24.

(1) 证明:

$\because CF \perp AE, \therefore \angle EFC = 90^\circ,$
 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ,$
 $\therefore \angle ABE = 90^\circ,$
 $\therefore \angle EFC = \angle ABE,$
 又 $\because \angle AEB = \angle CEF,$
 $\therefore \angle FAB = \angle BCF. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

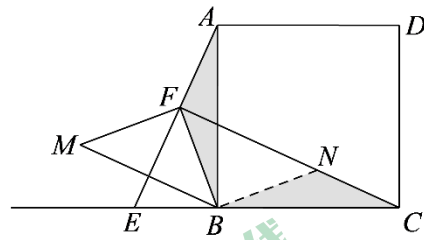
(2) ① 如图:



..... 3 分

② $AF + BM = CF. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

证明: 在 CF 上截取点 N , 使得 $CN = AF$,
 连接 BN .



\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore AB = CB,$
 在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle CNB$ 中,

$$\begin{cases} AF = CN \\ \angle FAB = \angle NCB \\ AB = CB \end{cases}$$

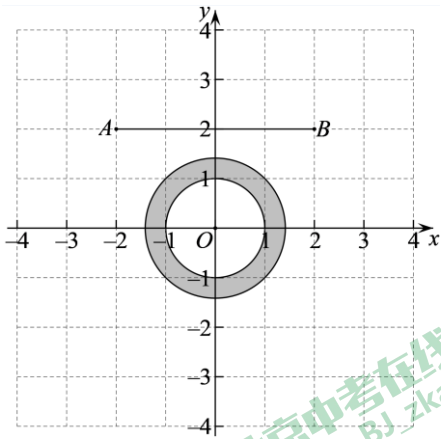
 $\therefore \triangle AFB \cong \triangle CNB, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$
 $\therefore \angle ABF = \angle CBN, FB = NB,$
 $\therefore \angle FBN = \angle ABC = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle FBN$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore \angle BFN = 45^\circ.$
 \because 点 B 关于直线 AE 的对称点是点 $M,$
 $\therefore FM = FB,$
 $\because CF \perp AE, \angle BFN = 45^\circ,$
 $\therefore \angle BFE = 45^\circ,$
 $\therefore \angle BFM = 90^\circ,$
 $\therefore \angle BFM = \angle FBN,$
 $\therefore FM \parallel NB.$
 $\because FM = FB, FB = NB,$
 $\therefore FM = NB,$
 \therefore 四边形 $FMBN$ 为平行四边形, 6 分
 $\therefore BM = NF,$
 $\therefore AF + BM = CF. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$
 (其它方法酌情给分)



25. 解:

(1) 点 C 和点 E ; 2 分

(2) 线段 AB 的所有 2 倍等距点形成的图形为以点 O 为圆心, 以 1 和 $\sqrt{2}$ 为半径的圆围成的区域 (包括边界), 如图所示:



..... 4 分
该区域的面积为:

$$S = \pi \times (\sqrt{2})^2 - \pi \times 1^2 = \pi.$$

..... 5 分

(3) $-2 \leq b \leq -1$ 或 $1 \leq b \leq 2$ 7 分

