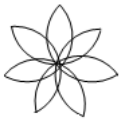
2022 北京陈经纶中学初三 10 月月考

数　　学

一、选择题

1. 在学习《图形变化的简单应用》这一节时，老师要求同学们利用图形变化设计图案. 下列设计的图案中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是(　　)

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

2. 二次函数 $y=3(x-2)^2-5$ 与 y 轴交点坐标为（　　）

A. $(0,2)$　　B. $(0,-5)$　　C. $(0,7)$　　D. $(0,3)$

3. 下列事件中，必然事件是（　　）

A. 抛掷 1 枚质地均匀的骰子，向上的点数为 6

B. 两直线被第三条直线所截，同位角相等

C. 抛一枚硬币，落地后正面朝上

D. 实数的绝对值是非负数

4. 用配方法解方程 $x^2-4x-1=0$，方程应变形为（　　）

A. $(x+2)^2=3$　　B. $(x+2)^2=5$　　C. $(x-2)^2=3$　　D. $(x-2)^2=5$

5. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+3)x+k=0$ 的根的情况是（　　）

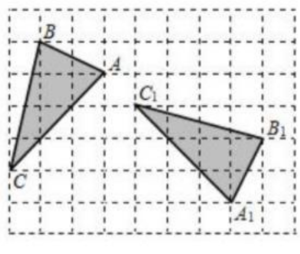
A. 有两不相等实数根　　B. 有两相等实数根

C. 无实数根　　D. 不能确定

6. “凤鸣”文学社在学校举行的图书共享仪式上互赠图书，每个同学都把自己的图书向本组其他成员赠送一本，某组共互赠了 210 本图书，如果设该组共有 x 名同学，那么依题意，可列出的方程是（　　）

A. $x(x+1)=210$　　B. $x(x-1)=210$

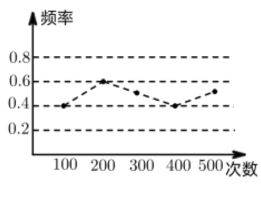
C. $2x(x-1)=210$　　D. $\frac{1}{2}x(x-1)=210$



7. 如图，在正方形网格中，格点 $\triangle ABC$ 绕某点顺时针旋转 α 度 $(0<\alpha<180)$，得到格点 $\triangle A_1B_1C_1$，点 A 与点 A_1，点 B 与点 B_1，点 C 与点 C_1 是对应点，则 α 的值为（　　）

A. 50　　B. 60　　C. 90　　D. 120

8. 某小组做“用频率估计概率”的试验时，统计了某结果出现的频率，绘制了如图的折线统计图，则符合这一结果的试验最有可能的是（　　）



A. 在“石头、剪刀、布”的游戏中，小时随机出的是“剪刀”

B. 掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上的面点数是偶数

C. 袋子中有 1 个红球和 2 个黄球，除颜色外均相同，从中任取一球是黄球

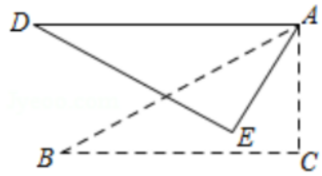
D. 洗匀后的 1 张红桃，2 张黑桃牌，从中随机抽取一张牌是黑桃

二、填空题

9. 一元二次方程 $x^2+4x=0$ 的一根为 $x=0$，另一根为____.

10. 已知一元二次方程 $(a-1)x^2+7ax+a^2+3a-4=0$ 有一个根为零，则 a 的值为____.

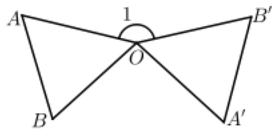
11. 在一个不透明的口袋里有红、黄、蓝三种颜色的小球，这些球除颜色外完全相同，其中有 5 个黄球，4 个蓝球．若随机摸出一个蓝球的概率为 $\frac{1}{3}$，则随机摸出一个红球的概率为____.



12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 $26°$ 得到 $\triangle AED$，若 $AD /\!/ BC$，则$\angle BAE$=____________

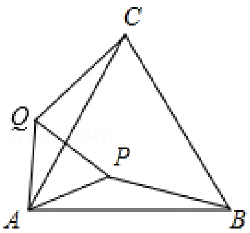
13. 二次函数 $y=2(x-3)^2-4$ 的最小值为____.

14. 将抛物线 $y=-x^2$ 先向右平移 4 个单位然后再向上平移 3 个单位，则平移后的抛物线所对应的函数表达式为____.



15. 如图，将等边 $\triangle OAB$ 绕 O 点按逆时针方向旋转 $150°$，得到 $\triangle OA'B'$（点 A'，B' 分别是点 A，B 的对应点），则 $\angle 1=$ ____ °.

16. 如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，点 P 在 $\triangle ABC$ 内，$PA=2$，将 $\triangle PAB$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle QAC$，则 PQ 的长等于____.



三、解答题

17. 用适当的方法解方程.

(1) $4(x-1)^2=9$.　　　　(2) $x^2-6x-4=0$.

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2+(m-4)x-3=0$（m 为实数且 $m\neq 1$）.

(1) 求证：此方程总有两个实数根；

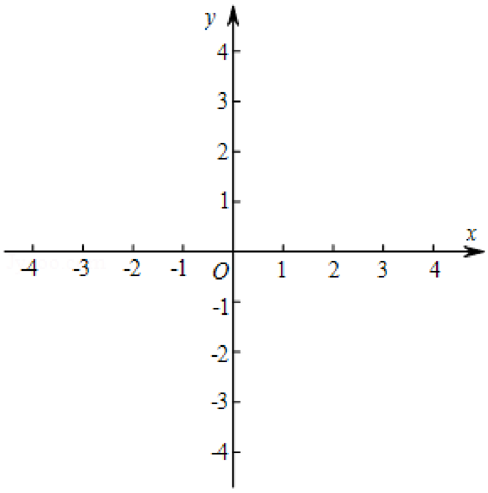
(2) 如果此方程的两个实数根都是整数，求正整数 m 的值.

19. 已知二次函数 $y=-x^2-2x+3$.

(1) 将二次函数化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式；

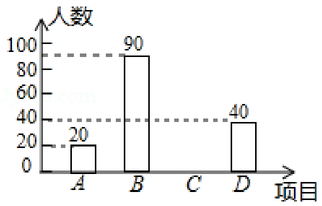
(2) 在平面直角坐标系中画出 $y=-x^2-2x+3$ 的图象；

(3) 结合函数图象，直接写出 $y>0$ 时 x 的取值范围.

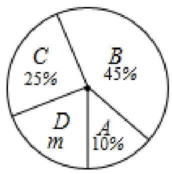


20. 万州区中小学社会活动实践基地开展了人与社会、人与自然、人与自我的综合实践活动，其中高空项目能培养学生不怕困难，不畏艰险的精神．在高空项目中有以下四个特色实践活动：“A．合力制胜，B．空中断桥，C．绝壁飞胎，D．天罗地网”．为了解学生最喜爱哪项综合实践活动，随机抽取部分学生进行问卷调查（每位学生只能选择一项），将调查结果绘制成下面两幅不完整的统计图，请结合图中提供的信息回答下列问题：

最喜爱各项综合实践活动条形统计图



最喜爱各项综合实践活动扇形统计图



(1) 本次一共调查了____名学生，并补全条形统计图；

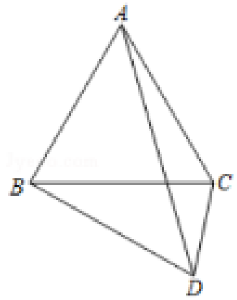
(2) 现有最喜爱 A，B，C，D 活动项目的学生各一人，学校要从这四人中随机选取两人交流活动体会，请用列表或画树状图的方法求出恰好选取最喜爱 C 和 D 项目的两位学生的概率．

21. 知甲同学手中藏有三张分别标有数字 $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，1 的卡片，乙同学手中藏有三张分别标有数字 1，3，2 的卡片，卡片外形相同．现从甲乙两人手中各任取一张卡片，并将它们的数字分别记为 a，b．

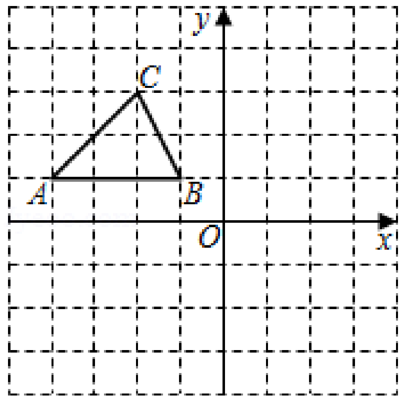
(1) 请你用树形图或列表法列出所有可能的结果；

(2) 现制定一个游戏规则：若所选出的 a，b 能使得 $ax^2+bx+1=0$ 有两个不相等的实数根，则甲获胜；否则乙获胜．请问这样的游戏规则公平吗？请用概率知识解释．

22. 如图，$\triangle ABC$ 为等边三角形，将 BC 边绕点 B 顺时针旋转 $30°$，得到线段 BD，连接 AD，CD，求 $\angle ADC$ 的度数.



23. 如图，正方形网格中，每个小正方形的边长都是一个单位长度，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(-4,1)$，$B(-1,1)$，$C(-2,3)$.



(1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移 1 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度后得到 $\triangle A_1B_1C_1$，请画出 $\triangle A_1B_1C_1$；

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 $90°$ 后得到 $\triangle A_2B_2C_2$，请画出 $\triangle A_2B_2C_2$；

(3) 直接写出以 C_1，B_1，B_2 为顶点的三角形的形状是____.

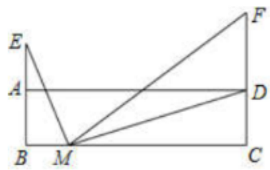
24. 列方程解应用题：

某地 2016 年为做好“精准扶贫”，投入资金 1280 万元用于异地安置，并规划投入资金逐年增加，2018 年在 2016 年的基础上增加投入资金 1600 万元. 问：从 2016 年到 2018 年，该地投入异地安置资金的年平均增长率为多少？

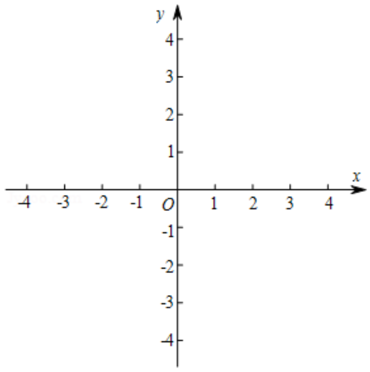
25. 2020 年年初以来，全国多地猪肉价格连续上涨，引起了民众与政府的高度关注，政府向市场投入储备猪肉进行了价格平抑. 据统计：某超市 2020 年 1 月 10 日猪肉价格比去年同一天上涨了 40%，这天该超市每千克猪肉价格为 56 元.

(1) 求 2019 年 1 月 10 日该超市猪肉的价格为每千克多少元？

(2) 现在某超市以每千克 46 元的价格购进猪肉，按 2020 年 1 月 10 日价格出售，平均一天能销售 100 千克. 经调查表明：猪肉的售价每千克下降 1 元，平均每日销售量就增加 20 千克，超市为了实现销售猪肉平均每天有 1120 元的销售利润，在尽可能让利于顾客的前提下，每千克猪肉应该定价为多少元？



26. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 是 BA 延长线上的定点，M 为 BC 边上的一个动点，连接 ME，将射线 ME 绕点 M 顺时针旋转 $76°$，交射线 CD 于点 F，连接 MD．小东根据学习函数的经验，对线段 BM，DF，DM 的长度之间的关系进行了探究．下面是小东探究的过程，请补充完整：



(1) 对于点 M 在 BC 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 BM，DF，DM 的长度的几组值，如下表：

	位置1	位置2	位置3	位置4	位置5	位置6	位置7	位置8	位置9
BM/cm	0.00	0.53	1.00	1.69	2.17	2.96	3.46	3.79	4.00
DF/cm	0.00	1.00	1.74	2.49	2.69	2.21	1.14	0.00	1.00
DM/cm	4.12	3.61	3.16	2.52	2.09	1.44	1.14	1.02	1.00

在 BM，DF，DM 的长度这三个量中，确定____的长度是自变量，____的长度和____的长度都是这个自变量的函数；

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出（1）中所确定的函数的图象；

(3) 结合画出的函数图象，解决问题：当 $DF = 2\text{ cm}$ 时，DM 的长度约为____ cm．

27. 已知 $\angle MON = 120°$，点 A，B 分别在 ON，OM 边上，且 $OA = OB$，点 C 在线段 OB 上（不与点 O，B 重合），连接 CA．将射线 CA 绕点 C 逆时针旋转 $120°$ 得到射线 CA'，将射线 BO 绕点 B 逆时针旋转 $150°$ 与射线 CA' 交于点 D．

(1) 根据题意补全图 1；

(2) 求证：

① $\angle OAC = \angle DCB$；

② $CD = CA$（提示：可以在 OA 上截取 OE＝OC，连接 CE）；

(3) 点 H 在线段 AO 的延长线上，当线段 OH，OC，OA 满足什么等量关系时，对于任意的点 C 都有 $\angle DCH = 2\angle DAH$，写出你的猜想并证明．

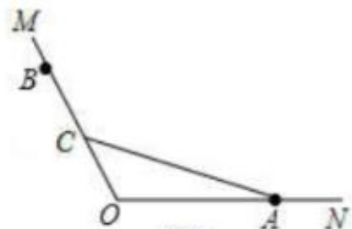
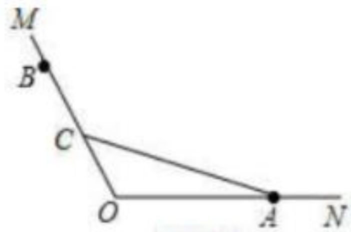
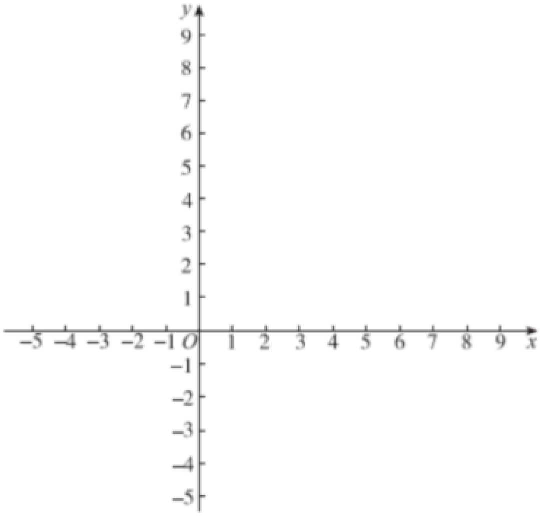


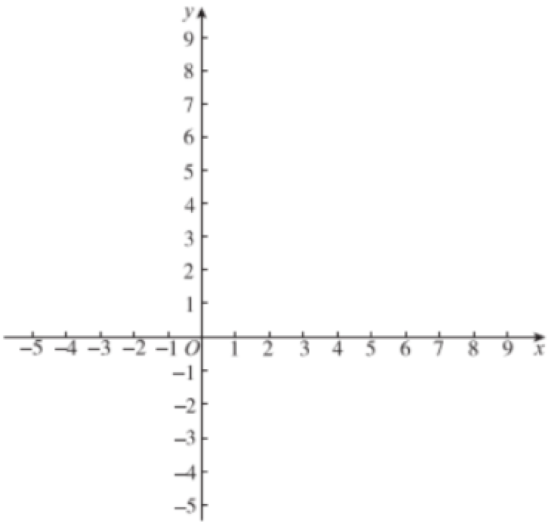
图1



备用图

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 W，给出如下定义：点 P 是图形 W 上任意一点，若存在点 Q，使得 $\angle OQP$ 是直角，则称点 Q 是图形 W 的“直角点”．





(1) 已知点 $A(6,8)$，在点 $Q_1(0,8)$，$Q_2(-4,2)$，$Q_3(8,4)$ 中，____是点 A 的“直角点”；

(2) 已知点 $B(-3,4)$，$C(4,4)$，若点 Q 是线段 BC 的“直角点”，求点 Q 的横坐标 n 的取值范围；

(3) 在（2）的条件下，已知点 $D(t,0)$，$E(t+1,0)$，以线段 DE 为边在 x 轴上方作正方形 $DEFG$. 若正方形 $DEFG$ 上的所有点均为线段 BC 的“直角点”，直接写出 t 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 8 题）

1. 【答案】C

2. 【答案】C

3. 【答案】D

4. 【答案】D

5. 【答案】A

6. 【答案】B

7. 【答案】C

8. 【答案】B

二、填空题（共 8 题）

9. 【答案】 $x=-4$

10. 【答案】 -4

11. 【答案】 $\frac{1}{4}$

12. 【答案】 38

13. 【答案】 -4

14. 【答案】 $y=-(x-4)^2+3$

15. 【答案】 150

16. 【答案】 2

三、解答题（共 12 题）

17. 【答案】

(1) $(x-1)^2=\frac{9}{4}$.所以$x_1=-\frac{1}{2},x_2=\frac{5}{2}$.

(2) $\begin{aligned}(x-3)^2 &= 13.\\ x-3 &= \pm\sqrt{13}.\end{aligned}$所以$x_1=3+\sqrt{13},x_2=3-\sqrt{13}$.

18. 【答案】

(1) 依题意，得

$$\begin{aligned}\Delta= &\ (m-4)^2-4(m-1)\times(-3)\\ = &\ m^2-8m+16+12m-12\\ = &\ m^2+4m+4\\ = &\ (m+2)^2.\end{aligned}$$

因为 $(m+2)^2\geq 0$，

所以方程总有两个实数根.

(2) 解法一：

因为 $(x+1)[(m-1)x-3]=0$，

所以 $x_1=-1$，$x_2=\frac{3}{m-1}$.

因为方程的两个实数根都是整数，且 m 是正整数，

所以 $m-1=1$ 或 $m-1=3$，

所以 $m=2$ 或 $m=4$.

19. 【答案】

(1)
$$\begin{aligned} y &= -x^2-2x+3 \\ &= -(x^2+2x+1-1) \\ &= -(x+1)^2+4. \end{aligned}$$

(2) 抛物线的顶点坐标为 $(-1,4)$，

当 $x=0$ 时，$y=-x^2-2x+3=3$，则抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0,3)$；

当 $y=0$ 时，$-x^2-2x+3=0$，解得 $x_1=1$，$x_2=-3$，

则抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(-3,0)$，$(1,0)$；

如图.

(3) $-3<x<1$.

20. 【答案】

(1) 200；补全条形统计图为：

(2) 画树状图为：

共有 12 种等可能的结果数，其中恰好选取最喜爱 C 和 D 项目的两位学生的结果数为 2，

$\therefore$ 恰好选取最喜爱 C 和 D 项目的两位学生的概率 $=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

21. 【答案】

(1) 画树状图如下：

由图可知，共有 9 种等可能的结果.

(2) $\because (a,b)$ 的可能结果有 $\left(\frac{1}{2},1\right)$，$\left(\frac{1}{2},3\right)$，$\left(\frac{1}{2},2\right)$，$\left(\frac{1}{4},1\right)$，$\left(\frac{1}{4},3\right)$，$\left(\frac{1}{4},2\right)$，$(1,1)$，$(1,3)$ 及 $(1,2)$，

$\therefore$ 当 $a=\frac{1}{2}$，$b=1$ 时，$\Delta=b^2-4ac=-1<0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 无实数根，

当 $a=\frac{1}{2}$，$b=3$ 时，$\Delta=b^2-4ac=7>0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 有两个不相等的实数根，

当 $a=\frac{1}{2}$，$b=2$ 时，$\Delta=b^2-4ac=2>0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 有两个不相等的实数根，

当 $a=\frac{1}{4}$，$b=1$ 时，$\Delta=b^2-4ac=0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 有两个相等的实数根，

当 $a=\frac{1}{4}$，$b=3$ 时，$\Delta=b^2-4ac=8>0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 有两个不相等的实数根，

当 $a=\frac{1}{4}$，$b=2$ 时，$\Delta=b^2-4ac=3>0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 有两个不相等的实数根，

当 $a=1$，$b=1$ 时，$\Delta=b^2-4ac=-3<0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 无实数根，

当 $a=1$，$b=3$ 时，$\Delta=b^2-4ac=5>0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 有两个不相等的实数根，

当 $a=1$，$b=2$ 时，$\Delta=b^2-4ac=0$，此时 $ax^2+bx+1=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore P(\text{甲获胜})=P(\Delta>0)=\frac{5}{9}$，$P(\text{乙获胜})=1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$，

$\therefore P(\text{甲获胜})>P(\text{乙获胜})$，

$\therefore$ 这样的游戏规则对甲有利，不公平.

22. 【答案】 $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore AB = BC$，$\angle ABC = 60°$，

根据题意可知 $BD = BC$，$\angle DBC = 30°$.

$\therefore AB = BD$.

$\therefore \angle ABD = 90°$，$\angle BDC = 75°$.

$\therefore \angle BDA = 45°$.

$\therefore \angle ADC = 30°$.

23. 【答案】

(1) 如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 为所作；点 A_1，B_1，C_1 的坐标分别为 $(-3,-2)$，$(0,-2)$，$(-1,0)$.

(2) 如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 为所作.

(3) 等腰直角三角形

24. 【答案】设该地投入异地安置资金的年平均增长率为 x，

由题意可得：
$$\begin{aligned} 1280(1+x)^2 &= 1280+1600. \\ 1280(1+x)^2 &= 2880. \\ (1+x)^2 &= 2.25. \\ x+1 &= \pm 1.5. \end{aligned}$$
$\therefore x_1 = 0.5$，$x_2 = -2.5$（不符合题意舍去），

$\therefore$ 平均增长率为 0.5，即 50%.

25. 【答案】

(1) 设 2019 年 1 月 10 日该超市猪肉的价格为每千克 x 元.

根据题意，得：$(1+40\%)x = 56$,解得$x = 40$.答：2019 年 1 月 10 日. 该超市猪肉的价格为每千克 40 元.

(2) 设每千克猪肉应该降价为 y 元，

根据题意，得：$(56-46-y)(100+20y) = 1120$,解得$y = 2$ 或$y = 3$,因为尽可能让利于顾客，

所以 $y = 3$，

所以 $56 - y = 53$.

答：每千克猪肉应该定价为 53 元.

26. 【答案】

(1) BM；DF；DM

(2) 如图所示.

(3) 2.98 和 1.35

27. 【答案】

(1) 根据题意补全图形，如图 1 所示：

(2) ①由旋转得：$\angle ACD = 120°$，

$\therefore \angle DCB + \angle ACO = 180° - 120° = 60°$，

$\because \angle MON = 120°$，

$\therefore \angle OAC + \angle ACO = 180° - 120° = 60°$，

$\therefore \angle OAC = \angle DCB$；

②在 OA 上截取 $OE=OC$，连接 CE，如图 2 所示：

则 $\angle OEC=\angle OCE=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle MON)=\frac{1}{2}(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$，

$\therefore \angle AEC=180^\circ-\angle OEC=180^\circ-30^\circ=150^\circ$，

由旋转得：$\angle CBD=150^\circ$，

$\therefore \angle AEC=\angle CBD$，

$\because OA=OB$，$OE=OC$，

$\therefore AE=BC$，

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle CBD$ 中，

$$\begin{cases}\angle AEC=\angle CBD,\\ AE=BC,\\ \angle OAC=\angle DCB,\end{cases}$$

$\therefore \triangle AEC\cong\triangle CBD(\mathrm{ASA})$，

$\therefore CD=CA$.

(3) 猜想 $OH-OC=OA$ 时，对于任意的点 C 都有 $\angle DCH=2\angle DAH$；

理由如下：

在 OH 上截取 $OF=OC$，连接 CF，CH，如图 3 所示：

则 $FH=OA$，$\angle COF=180^\circ-\angle MON=180^\circ-120^\circ=60^\circ$，

$\therefore \triangle OFC$ 是等边三角形，

$\therefore CF=OC$，$\angle CFH=\angle COA=120^\circ$，

在 $\triangle CFH$ 和 $\triangle COA$ 中，

$$\begin{cases}CF=CO,\\ \angle CFH=\angle COA,\\ FH=OA,\end{cases}$$

$\therefore \triangle CFH\cong\triangle COA(\mathrm{SAS})$，

$\therefore \angle H=\angle OAC$，

$\therefore \angle BCH=\angle COF+\angle H=60^\circ+\angle H=60^\circ+\angle OAC$，

$\therefore \angle DCH=60^\circ+\angle H+\angle DCB=60^\circ+2\angle OAC$，

$\because CA=CD$，$\angle ACD=120^\circ$，

$\therefore \angle CAD=30^\circ$，

$\therefore \angle DCH=2(\angle CAD+\angle OAC)=2\angle DAH$.

28. 【答案】

(1) Q_1，Q_3

(2) $\because \angle OQP=90^\circ$，

$\therefore$ 点 Q 在以 OP 为直径的圆上（O，P 两点除外），

如图 1，以 OB 为直径作 $\odot M$，作 $MH\parallel x$ 轴，交 $\odot M$ 于点 H（点 H 在点 M 左侧），

$\because$ 点 B 的坐标为 $(-3,4)$，

$\therefore \odot M$ 的半径为 $\frac{5}{2}$，点 M 的坐标为 $\left(-\frac{3}{2},2\right)$，

$\therefore x_H = -\frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -4$，

如图 2，以 OC 为直径作 $\odot M'$，作 $M'H' /\!/ x$ 轴，交 $\odot M'$ 于点 H'（点 H' 在点 M' 右侧），

$\because$ 点 C 的坐标为 $(4,4)$，

$\therefore \odot M'$ 的半径为 $2\sqrt{2}$，点 M' 的坐标为 $(2,2)$，

$\therefore x_{H'} = 2 + 2\sqrt{2}$，

$\therefore n$ 的取值范围是 $-4 \le n \le 2 + 2\sqrt{2}$.

(3)　$-3 \le t \le 1 - \sqrt{7}$ 或 $\frac{\sqrt{21}-3}{2} \le t \le 3$