

人教版九年级上册数学课本知识点归纳

第二十一章 二次根式

一、二次根式

1. **二次根式**: 把形如 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 的式子叫做二次根式, “ $\sqrt{\quad}$ ” 表示二次根号。

2. **最简二次根式**: 若二次根式满足: ①被开方数不含分母; ②被开方数中不含能开得尽方的因数或因式。这样的二次根式叫做最简二次根式。

3. **化简**: 化二次根式为最简二次根式 (1) 如果被开方数是分数 (包括小数) 或分式, 先利用商的算数平方根的性质把它写成分式的形式, 然后利用分母有理化进行化简。(2) 如果被开方数是整数或整式, 先将他分解因数或因式, 然后把能开得尽方的因数或因式开出来。

4. **同类二次根式**: 几个二次根式化成最简二次根式以后, 如果被开方数相同, 这几个二次根式叫做同类二次根式。

5. **代数式**: 运用基本运算符号, 把数和表示数的字母连起来的式子, 叫代数式。

6. 二次根式的性质

$$(1) (\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0)$$

$$(2) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$$

$$(3) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0) \text{ (乘法)}$$

$$(4) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0) \text{ (除法)}$$

二、二次根式混合运算

1. 二次根式加减时，可以把二次根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的最简二次根式进行合并。

2. 二次根式的混合运算与实数中的运算顺序一样，先乘方，再乘除，最后加减，有括号的先算括号里的（或先去括号）。

第二十二章一元二次方程

一、一元二次方程

1、一元二次方程

含有一个未知数(一元)，并且未知数的最高次数是2(二次)的整式方程叫做一元二次方程。

2、一元二次方程的一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，其中 ax^2 叫做二次项， a 叫做二次项系数； bx 叫做一次项， b 叫做一次项系数； c 叫做常数项。

二、降次——解一元二次方程

1. **降次**: 把一元二次方程化成两个一元一次方程的过程(不管用什么方法解一元二次方程, 都是要一元二次方程降次)

2、直接开平方法

利用平方根的定义直接开平方求一元二次方程的解的方法叫做直接开平方法。直接开平方法适用于解形如 $x^2=b$ 或 $(x+a)^2=b$ 的一元二次方程。根据平方根的定义可知, $x+a$ 是 b 的平方根, 当 $b \geq 0$ 时, $x+a = \pm\sqrt{b}$, $x = -a \pm\sqrt{b}$, 当 $b < 0$ 时, 方程没有实数根。

3、**配方法**: 配方法的理论根据是完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a+b)^2$, 把公式中的 a 看做未知数 x , 并用 x 代替, 则有 $x^2 \pm 2bx + b^2 = (x \pm b)^2$ 。

配方法解一元二次方程的步骤是: ①移项、②配方(写成平方形式)、③用直接开方法降次、④解两个一元一次方程、⑤判断 2 个根是不是实数根。

4、**公式法**: 公式法是用求根公式, 解一元二次方程的解的方法。

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求根公式:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geq 0)$$

当 $b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程有两个实数根。

当 $b^2 - 4ac = 0$ 时, 方程有两个相等实数根。

当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程没有实数根。

5、**因式分解法**：先将一元二次方程因式分解，化成两个一次式的乘积等于0的形式，再使这两个一次式分别等于0，从而实现降次，这种解叫因式分解法。这种方法简单易行，是解一元二次方程最常用的方法。

三、一元二次方程根的判别式

根的判别式：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中， $b^2 - 4ac$ 叫做一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式，通常用“ Δ ”来表示，即 $\Delta = b^2 - 4ac$

四、一元二次方程根与系数的关系

如果方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个实数根是 x_1, x_2 ，由求根公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geq 0) \quad \text{可算出} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}。$$

第二十三章 旋转

一、旋转

1、定义：把一个图形绕某一点 O 转动一个角度的图形变换叫做旋转，其中 O 叫做**旋转中心**，转动的角叫做**旋转角**。

2、性质

- (1) 对应点到旋转中心的距离相等。
- (2) 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角。
- (3) 旋转前后的图形全等。

二、中心对称

1、**定义**：把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够和原来的图形互相重合，那么这个图形叫做**中心对称图形**，这个点就是它的**对称中心**。

2、性质

(1) 关于中心对称的两个图形是全等形。

(2) 关于中心对称的两个图形，对称点连线都经过对称中心，并且被对称中心平分。

(3) 关于中心对称的两个图形，对应线段平行（或在同一直线上）且相等。

3、**判定**：如果两个图形的对应点连线都经过某一点，并且被这一点平分，那么这两个图形关于这一点对称。

4、**中心对称图形**：把一个图形绕某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够和原来的图形互相重合，那么这个图形叫做**中心对称图形**，这个点就是它的**对称中心**。

5、**关于原点对称的点的特征**：两个点关于原点对称时，它们的坐标的符号相反，即点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点为 $P'(-x, -y)$

6、**关于x轴对称的点的特征**：两个点关于x轴对称时，它们的坐标中，x相等，y的符号相反，即点 $P(x, y)$ 关于x轴的对称点为 $P'(x, -y)$ 。

7、关于y轴对称的点的特征：两个点关于y轴对称时，它们的坐标中，y相等，x的符号相反，即点P(x, y)关于y轴的对称点为P'(-x, y)。

第二十四章 圆

一、圆的相关概念

1、圆的定义：在一个个平面内，线段OA绕它固定的一个端点O旋转一周，另一个端点A随之旋转所形成的图形叫做圆，固定的端点O叫做圆心，线段OA叫做半径。

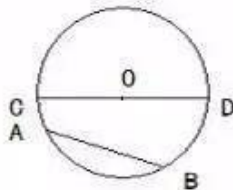


2、圆的几何表示：以点O为圆心的圆记作“⊙O”，读作“圆O”

二、弦、弧等与圆有关的定义

(1) 弦：连接圆上任意两点的线段叫做弦。(如图中的AB)

(2) 直径：经过圆心的弦叫做直径。(如图中的CD) 直径等于半径的2倍。



(3) 半圆：圆的任意一条直径的两个端点分圆成两条弧，每一条弧都叫做半圆。

(4) 弧、优弧、劣弧：圆上任意两点间的部分叫做圆弧，简称弧。弧用符号“ $\overset{\frown}{}$ ”表示，以A, B为端点的弧记作“ $\overset{\frown}{AB}$ ”，读作“圆弧AB”或“弧AB”。大于半圆的弧叫做优弧（多用三个字母表示）；小于半圆的弧叫做劣弧（多用两个字母表示）

六、圆周角定理及其推论

1、**圆周角**：顶点在圆上，并且两边都和圆相交的角叫做圆周角。

2、**圆周角定理**：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半。

推论 1：同弧或等弧所对的圆周角相等；同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧也相等。

推论 2：半圆（或直径）所对的圆周角是直角； 90° 的圆周角所对的弦是直径。

推论 3：如果三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形。

七、点和圆的位置关系

设 $\odot O$ 的半径是 r ，点 P 到圆心 O 的距离为 d ，则有：

$d < r \Leftrightarrow$ 点 P 在 $\odot O$ 内；

$d = r \Leftrightarrow$ 点 P 在 $\odot O$ 上；

$d > r \Leftrightarrow$ 点 P 在 $\odot O$ 外。

八、过三点的圆

1、**过三点的圆**：不在同一直线上的三个点确定一个圆。

2、**三角形的外接圆**：经过三角形的三个顶点的圆叫做三角形的外接圆。

3、**三角形的外心**：三角形的外接圆的圆心是三角形三条边的垂直平分线的交点，它叫做这个三角形的外心。

4、圆内接四边形性质（四点共圆的判定条件）：圆内接四边形对角互补。

九、反证法

先假设命题中的结论不成立，然后由此经过推理，引出矛盾，判定所做的假设不正确，从而得到原命题成立，这种证明方法叫做反证法。

十、直线与圆的位置关系

直线和圆有三种位置关系，具体如下：

(1) 相交：直线和圆有两个公共点时，叫做直线和圆相交，这时直线叫做圆的割线，公共点叫做交点；

(2) 相切：直线和圆有唯一公共点时，叫做直线和圆相切，这时直线叫做圆的切线，

(3) 相离：直线和圆没有公共点时，叫做直线和圆相离。

如果 $\odot O$ 的半径为 r ，圆心 O 到直线 l 的距离为 d ，那么：

直线 l 与 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$ ；

直线 l 与 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$ ；

直线 l 与 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$ ；

十一、切线的判定和性质

1、切线的判定定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

2、切线的性质定理：圆的切线垂直于经过切点的半径。

十二、切线长定理

1、**切线长**：在经过圆外一点的圆的切线上，这点和切点之间的线段的长叫做这点到圆的切线长。

2、**切线长定理**：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线平分两条切线的夹角。

十三、三角形的内切圆

1、**三角形的内切圆**：与三角形的各边都相切的圆叫做三角形的内切圆。

2、**三角形的内心**：三角形的内切圆的圆心是三角形的三条内角平分线的交点，它叫做三角形的内心。

十四、圆和圆的位置关系

1、**圆和圆的位置关系**：如果两个圆没有公共点，那么就说这两个圆相离，相离分为外离和内含两种。

如果两个圆只有一个公共点，那么就说这两个圆相切，相切分为外切和内切两种。

如果两个圆有两个公共点，那么就说这两个圆相交。

2、**圆心距**：两圆圆心的距离叫做两圆的圆心距。

3、圆和圆位置关系的性质与判定

设两圆的半径分别为 R 和 r ，圆心距为 d ，那么

两圆外离 $\Leftrightarrow d > R+r$

两圆外切 $\Leftrightarrow d = R+r$

两圆相交 $\Leftrightarrow R-r < d < R+r$ ($R \geq r$)

两圆内切 $\Leftrightarrow d=R-r$ ($R>r$)

两圆内含 $\Leftrightarrow d<R-r$ ($R>r$)

4、两圆相切、相交的重要性质：如果两圆相切，那么切点一定在连心线上，它们是轴对称图形，对称轴是两圆的连心线；相交的两个圆的连心线垂直平分两圆的公共弦。

十五、正多边形和圆

1、正多边形的定义：各边相等，各角也相等的多边形叫做正多边形。

2、正多边形和圆的关系：只要把一个圆分成相等的一些弧，就可以做出这个圆的内接正多边形，这个圆就是这个正多边形的外接圆。

十六、与正多边形有关的概念

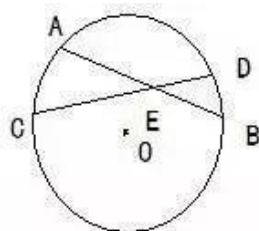
1、正多边形的中心：正多边形的外接圆的圆心叫做这个正多边形的中心。

2、正多边形的半径：正多边形的外接圆的半径叫做这个正多边形的半径。

3、正多边形的边心距：正多边形的中心到正多边形一边的距离叫做这个正多边形的边心距。

4、中心角：正多边形的每一边所对的外接圆的圆心角叫做这个正多边形的中心角。

十七、正多边形的对称性



1、**正多边形的轴对称性**: 正多边形都是轴对称图形。一个正 n 边形共有 n 条对称轴，每条对称轴都通过正 n 边形的中心。

2、**正多边形的中心对称性**: 边数为偶数的正多边形是中心对称图形，它的对称中心是正多边形的中心。

3、**正多边形的画法**: 先用量角器或尺规等分圆，再做正多边形。

十八、弧长和扇形面积

1、**弧长公式**: n° 的圆心角所对的弧长 l 的计算公式为 $l = \frac{n\pi R}{180}$

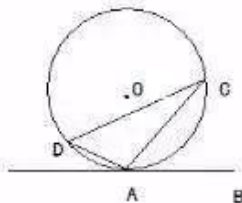
2、**扇形面积公式**: $S_{\text{扇}} = \frac{n}{360} \pi R^2 = \frac{1}{2} lR$ 其中 n 是扇形的圆心角度数, R 是扇形的半径, l 是扇形的弧长。

3、**圆锥的侧面积**: $S = \frac{1}{2} l \cdot 2\pi r = \pi rl$ 其中 l 是圆锥的母线长, r 是圆锥的地面半径。

4、**弦切角定理**: 弦切角: 圆的切线与经过切点的弦所夹的角, 叫做弦切角。

弦切角定理: 弦切角等于弦与切线夹的弧所对的圆周角。

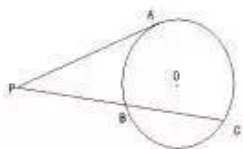
即: $\angle BAC = \angle ADC$



5、切割线定理

PA 为 $\odot O$ 切线, PBC 为 $\odot O$ 割线,

则 $PA^2 = PB \cdot PC$



第二十五章 概率初步

一、概率

1. 随机事件: 在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件, 称为随机事件. 一般的, 随机事件发生的可能性是有大小的, 不同的随机事件发生的可能性大小有可能不同。

(确定事件: 事先能肯定它一定会发生的事件称为必然事件, 事先能肯定它一定不会发生的事件称为不可能事件, 必然事件和不可能事件都是确定的. 事件分为确定事件和不确定事件 (随机事件), 确定事件又分为必然事件和不可能事件,)

二、概率

1. 概率:

(1) 一般地, 在大量重复实验中, 如果事件 A 发生的频率 m/n 会稳定在某个常数 p 附近, 那么这个常数 p 就叫做事件 A 的概率, 记为 $P(A) = p$ 。(频率接近概率)

(2) 概率是频率 (多个) 的波动稳定值, 是对事件发生可能性大小的量的表现。概率反映可能性大小的一般规律。

(3) 概率取值范围: $0 \leq p \leq 1$.

(4) 必然发生的事件的概率 $P(A) = 1$ ；不可能发生事件的概率 $P(A) = 0$ 。

(5) 事件发生的可能性越大，概率越接近与 1，事件发生的可能性越小，概率越接近于 0。

二、求概率方法

一般地，如果在一次实验中，有 n 种可能的结果，并且它们发生的可能性都相等，事件 A 包含其中的 m 种结果，那么事件发生的概率为 $P(A) = m/n$ 。

1. 列举法：一次实验中，涉及 1 个因素，并且可能出现的结果数目有限多个，并且它们发生的可能性都相等，把可能的结果都列出来，求 $P(A) = m/n$ 的方法。

2. 列表法：当一次实验要涉及 2 个因素，并且可能出现的结果数目较多，并且它们发生的可能性都相等，为不重不漏地列出所有可能的结果，采用列表法。（频率等于概率）

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时，我们常用列表的方式，列出所有可能的结果，再求出概率。

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，求出概率。

3. 树状法：当一次实验要涉及 3 个或更多的因素，列表法就不方便了，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图法。（频率等于概率）

树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n 。

4. 游戏公平性 (1) 判断游戏公平性需要先计算每个事件的概率，然后比较概率的大小，概率相等就公平，否则就不公平。

三、利用频率估计概率

1. 利用频率估计概率 (频率接近概率)

(1) 大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值 p 就是这个事件的概率。

(2) 用频率估计概率得到的是近似值，随实验次数的增多，值越来越精确。

(3) 当实验的所有可能结果不是有限个或结果个数很多，或各种可能结果发生的可能性不相等时，一般通过统计频率来估计概率。

2. 模拟实验

(1) 在一些有关抽取实物实验中通常用摸取卡片代替了实际的物品或人抽取，这样的实验称为模拟实验。

(2) 模拟实验是用卡片、小球编号等形式代替实物进行实验，或用计算机编号等进行实验，目的在于省时、省力，但能达到同样的效果。

(3) 模拟实验只能用更简便方法完成，验证实验目的，但不能改变实验目的，这部分内容根据《新课标》要求，只要设计出一个模拟实验即可。