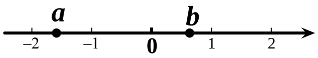
2019-2020 东直门中学九年级下数学测试六　　2020.4.17

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1．若代数式 $\dfrac{2x}{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是

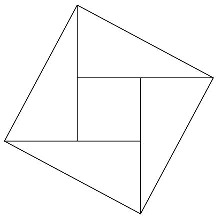
A．x=0　　B．x=1　　C．x≠0　　D．x≠1

2．实数 a ，b 在数轴上的位置如图所示，以下说法正确的是

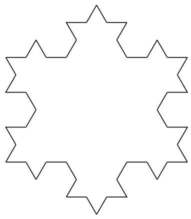


A． $a+b=0$　　B． $b<a$　　C． $|b|<|a|$　　D． $ab>0$

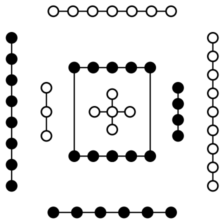
3．下列图形中，既是中心对称图形，也是轴对称图形的是



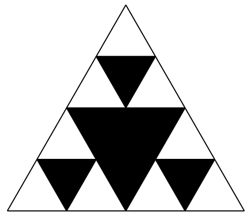
A．赵爽弦图



B．科克曲线



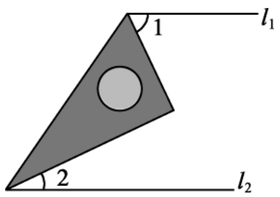
C．河图幻方



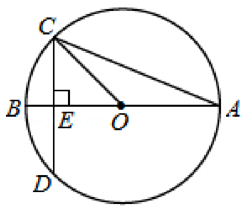
D．谢尔宾斯基三角形

4．已知 l_1∥l_2，一个含有 30°角的三角尺按照如图所示位置摆放，则∠1+∠2 的度数为

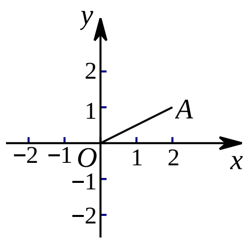
A． 90°　　B． 120°　　C． 150°　　D． 180°



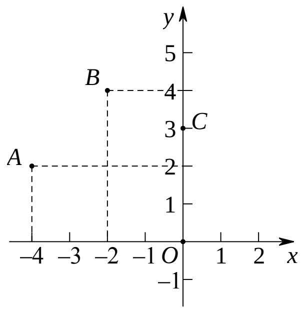
第 4 题



第 5 题



第 6 题



第 8 题

5．如图，⊙O 的直径 AB 垂直于弦 CD，垂足是 E，∠A=22.5°，OC=6，则 CD 的长为

A．3　　B．$3\sqrt{2}$　　C．6　　D．$6\sqrt{2}$

6．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为(2，1)，如果将线段 OA 绕点 O 逆时针方向旋转 90°，那么点 A 的对应点的坐标为

A．(－1，2)　　B．(－2，1)　　C．(1，－2)　　D．(2，－1)

7．将 A，B 两位篮球运动员在一段时间内的投篮情况记录如下：

投篮次数		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
A	投中次数	7	15	23	30	38	45	53	60	68	75
	投中频率	0.700	0.750	0.767	0.750	0.760	0.750	0.757	0.750	0.756	0.750
B	投中次数	8	14	23	32	35	43	52	61	70	80
	投中频率	0.800	0.700	0.767	0.800	0.700	0.717	0.743	0.763	0.778	0.800

下面有三个推断：

①当投篮 30 次时，两位运动员都投中 23 次，所以他们投中的概率都是 0.767；

②随着投篮次数的增加，A 运动员投中频率总在 0.750 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计 A 运动员投中的概率是 0.750；

③当投篮达到 200 次时，B 运动员投中次数一定为 160 次.

其中合理的是

A．①　　B．②　　C．①③　　D．②③

8．如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象经过点 A，B，C．现有下面四个推断：

①抛物线开口向下；

②当 $x=-2$ 时，y 取最大值；

③当 $m<4$ 时，关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=m$ 必有两个不相等的实数根；

④直线 $y=kx+c(k\neq0)$经过点 A，C，当 $kx+c>ax^2+bx+c$ 时，x 的取值范围是 $-4<x<0$；

其中推断正确的是

A．①②　　　B．①③　　　C．①③④　　　D．②③④

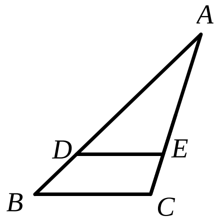
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．对于函数 $y=\dfrac{6}{x}$，若 $x>2$，则 y __ 3（填“>”或“<”）.

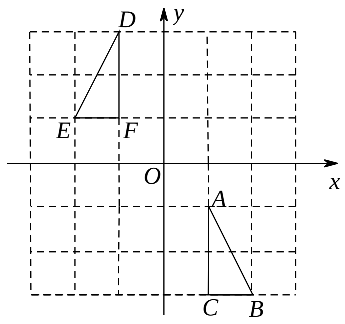
10．如图，在△ABC 中，D，E 分别是 AB，AC 边上的点，$DE\ /\!/\ BC$．若 $AD=6$，$BD=2$，$DE=3$，则 $BC=$____.

11．营养学家在初中学生中做了一项实验研究：甲组同学每天正常进餐，乙组同学每天除正常进餐外，每人还增加 600ml 牛奶．一年后营养学家统计发现：乙组同学平均身高的增长值比甲组同学平均身高的增长值多 2.01cm，甲组同学平均身高的增长值比乙组同学平均身高的增长值的 75%少 0.34cm．设甲、乙两组同学平均身高的增长值分别为 x cm、y cm，依题意，可列方程组为__________________.

12．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，△DEF 可以看作是△ABC 经过若干次图形的变化（平移、轴对称、旋转）得到的，写出一种由△ABC 得到△DEF 的过程：__________________.



第 10 题

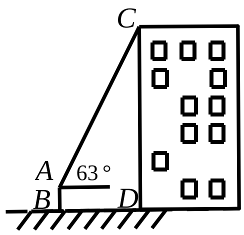


第 12 题

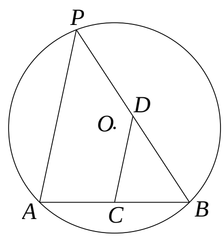
13．已知 $\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{2}$，则 $\left(\dfrac{5y^2}{x-2y}-x-2y\right)\div\dfrac{x^2-6xy+9y^2}{x-2y}$ 的值是________.

14．将直线 $y=x$ 的图象沿 y 轴向上平移 2 个单位长度后，所得直线的函数表达式为__________，这两条直线间的距离为__________.

15．某学校组织学生到首钢西十冬奥广场开展综合实践活动，数学小组的同学们在距奥组委办公楼（原首钢老厂区的筒仓）20m 的点 B 处，用高为 0.8m 的测角仪测得筒仓顶点 C 的仰角为 63°，则筒仓 CD 的高约为__________m.（精确到 0.1m，$\sin63^\circ\approx0.89$，$\cos63^\circ\approx0.45$，$\tan63^\circ\approx1.96$）



第 15 题



第 16 题

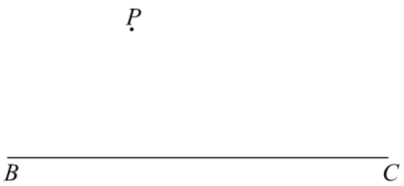
16．如图，AB 是⊙O 的一条弦，P 是⊙O 上一动点（不与点 A，B 重合），C，D 分别是 AB，BP 的中点．若 $AB=4$，$\angle APB=45°$，则 CD 长的最大值为__________

三、解答题

（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

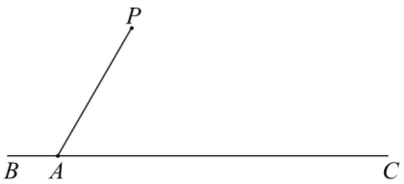
17．**下面是小明设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”**的尺规作图过程.

已知：如图，直线 BC 及直线 BC 外一点 P.



求作：直线 PE，使得 $PE \parallel BC$.

作法：如图，



①在直线 BC 上取一点 A，连接 PA；

②作 $\angle PAC$ 的平分线 AD；

③以点 P 为圆心，PA 长为半径画弧，交射线 AD 于点 E；

④作直线 PE.

所以直线 PE 就是所求作的直线.

根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

证明：∵AD 平分 $\angle PAC$，

∴$\angle PAD=\angle CAD$.

∵$PA=PE$，

∴$\angle PAD=$________.

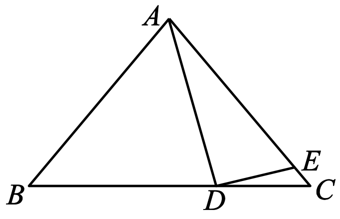
∴$\angle PEA=$________.

∴$PE \parallel BC$.（____）（填推理的依据）

18．计算：$3\tan 30^{\circ}+\left|1-\sqrt{3}\right|+(2-\pi)^{0}-(\dfrac{1}{3})^{-1}$

19．解不等式组：$\begin{cases} 3(x+1)>4x+5, \\ 2x<\dfrac{x+6}{2}. \end{cases}$

20．如图，在△ABC中，AB=AC，点D，点E分别是BC，AC上一点，且$DE \perp AD$. 若$\angle BAD$=55°，$\angle B$=50°，求$\angle DEC$的度数.



21．已知关于χ的一元二次方程$x^2-(m+3)x+m+2=0$.

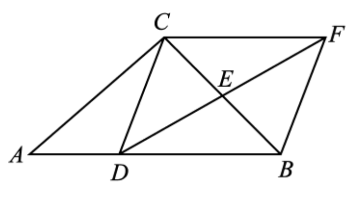
（1）求证：无论实数m取何值，方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根的平方等于4，求m的值.

22．如图，在△ABC中，D是AB边上任意一点，E是BC边中点，过点C作AB的平行线，交DE的延长线于点F，连接BF，CD.

（1）求证：四边形$CDBF$是平行四边形；

（2）若$\angle FDB$=30°，$\angle ABC$=45°，BC=$4\sqrt{2}$，求DF的长.



23．在平面直角坐标系 xOy 中，A（-3，2），B（0，1），将线段 AB 沿 x 轴的正方向平移 n（n>0）个单位，得到线段 $A'B'$，且点 A'，B' 恰好都落在反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}\left(m\neq 0\right)$ 的图象上.

（1）用含 n 的代数式表示点 A'，B' 的坐标；

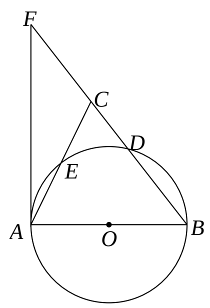
（2）求 n 的值和反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 的表达式；

（3）点 C 为反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}\left(m\neq 0\right)$ 图象上的一个动点，直线 CA' 与 x 轴交于点 D，若 $CD=2A'D$，请直接写出点 C 的坐标.

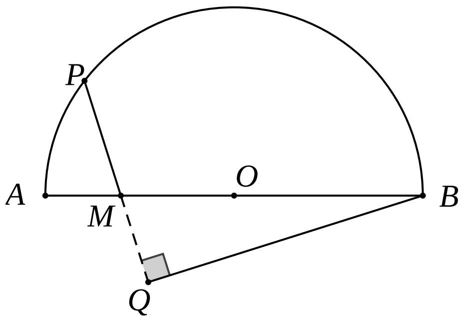
24．如图，AB 是⊙O 的直径，D 是⊙O 上一点，点 E 是弧 AD 的中点，过点 A 作⊙O 的切线交 BD 的延长线于点 F．连接 AE 并延长交 BF 于点 C．

（1）求证：$AB=BC$；

（2）如果 AB=5，$\tan\angle FAC=\dfrac{1}{2}$，求 FC 的长.



25．如图，半圆O的直径$AB=5\text{cm}$，点M在AB上且$AM=1\text{cm}$，点P是半圆O上的动点，过点B作$BQ\perp PM$交PM（或PM的延长线）于点Q.设$PM=x\text{ cm}$，$BQ=y\text{ cm}$.（当点P与点A或点B重合时，y的值为0）



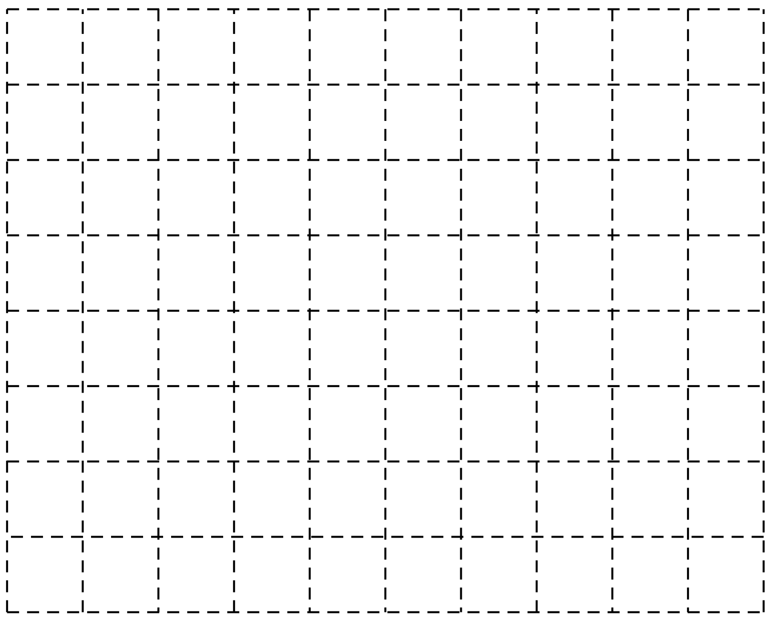
小石根据学习函数的经验，对函数y随自变量x的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小石的探究过程，请补充完整：

（1）通过取点、画图、测量，得到了x与y的几组值，如下表：

x/cm	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y/cm	0	3.7		3.8	3.3	2.5	

（2）建立平面直角坐标系，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；



（3）结合画出的函数图象，解决问题：

当BQ与直径AB所夹的锐角为$60°$时，PM的长度约为______cm.

26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2x+a-3$，当 a=0 时，抛物线与 y 轴交于点 A，将点 A 向右平移 4 个单位长度，得到点 B.

（1）求点 B 的坐标；

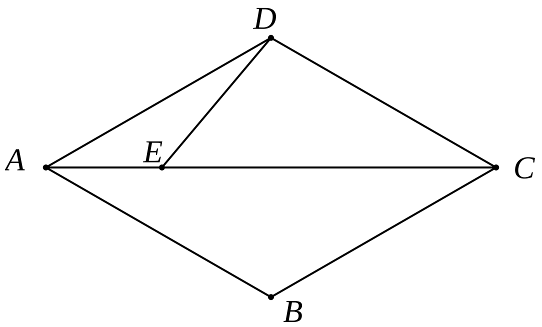
（2）将抛物线在直线 $y=a$ 上方的部分沿直线 $y=a$ 翻折，图象的其他部分保持不变，得到一个新的图象，记为图形 M，若图形 M 与线段 AB 恰有两个公共点，结合函数的图象，求 a 的取值范围.

27．如图，四边形$ABCD$菱形，且$\angle BAD=60^\circ$，点E对角线AC上一点，$\angle DEC=a$（$30^\circ<a<60^\circ$），绕点B逆时针旋转射线BC，旋转角度为a，并交射线ED于点G，连接BG，EG，CG.

（1）①当$a=50^\circ$时，补全图形，并证明$EG=BC$；

②当$a=45^\circ$时，直接写出线段ED，EC，EG之间的关系；

（2）在平面上找到一点K，使得对于任意的a（$30^\circ<a<60^\circ$），总有$AG=\sqrt{3}KG$，直接写出点K的位置.



28．在平面直角坐标系 xOy 中，当图形 W 上的点 P 的横坐标和纵坐标相等时，则称点 P 为图形 W 的“梦之点”．

（1）已知⊙O 的半径为 1.

①在点 E（1,1），F（$-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}$）,$M(-2,\ -2)$中，⊙$O$ 的“梦之点”为______；

②若点 P 位于⊙O 内部，且为双曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的“梦之点”，求 k 的取值范围.

（2）已知点 C 的坐标为（1，t），⊙C 的半径为$\sqrt{2}$，若在⊙C 上存在“梦之点”P，直接写出 t 的取值范围.

（3）若二次函数 $y=ax^2-ax+1$ 的图象上存在两个“梦之点” $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$,且$\left|x_1-x_2\right|=2$，求二次函数图象的顶点坐标.