



北京市八一学校 2023—2024 学年度第一学期 10 月月考

高一 数学 试卷

2023.10

本试卷共 4 页，100 分。考试时长 90 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $M = \{-2, -1, 0, 1\}$ ， $N = \{x | -3 \leq x < 0\}$ ，则 $M \cap N = ()$
A. $\{-2, -1, 0, 1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-2\}$ D. $\{-2, -1\}$
2. 命题“ $\exists x > 0, x^3 < 1$ ”的否定为()
A. $\forall x > 0, x^3 \geq 1$ B. $\forall x \leq 0, x^3 \geq 1$
C. $\exists x > 0, x^3 \geq 1$ D. $\exists x \leq 0, x^3 \geq 1$
3. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = x^2 - 2\}$ ， $B = \{(x, y) | y = x\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为()
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
4. 已知 $a, b \in R$ ，则“ $ab = 0$ ”是“ $a^2 + b^2 = 0$ ”的()
A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知命题 $p: \exists x \in [-1, 3], x - a - 2 \leq 0$ 。若 p 为假命题，则 a 的取值范围为()
A. $(-\infty, -3]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(-\infty, -3)$ D. $(-\infty, 1)$
6. 设 $p: \frac{1}{2} \leq x \leq 1$ ； $q: a \leq x \leq a + 1$ ，若 q 是 p 的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是()
A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(0, \frac{1}{2}]$ C. $[0, \frac{1}{2})$ D. $[0, \frac{1}{2}]$
7. 方程 $x^2 - 4|x| - 12 = 0$ 的解集是()
A. $\{-2, 2, -6, 6\}$ B. $\{-2, 2\}$ C. $\{-6, 6\}$ D. \emptyset
8. 要使二次三项式 $x^2 - 6x + t$ 在整数范围内可因式分解， t 为正整数，那么 t 的取值可以有()
A. 2 个 B. 3 个 C. 5 个 D. 6 个



9. 已知 $A = \{x | x^2 + px - 6 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx + 2 = 0\}$, 且 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \{2\}$, 则 $p + q$ 的值为()

- A. 4 B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{14}{3}$ D. 5

10. 设非空数集 M 同时满足条件: ① M 中不含元素 $-1, 0, 1$; ②若 $a \in M$, 则 $\frac{1+a}{1-a} \in M$. 则下列结论正确的是()

- A. 集合 M 中至多有 2 个元素 B. 集合 M 中至多有 3 个元素
C. 集合 M 中有且仅有 4 个元素 D. 集合 M 中至少有 5 个元素

二、填空题:本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分.

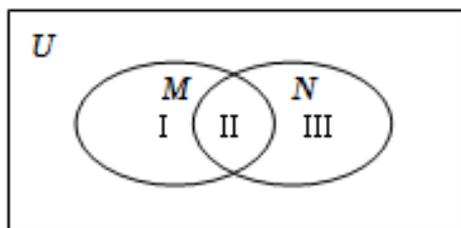
11. 如果集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$ 有且仅有两个子集, 那么 a 的值是_____.

12. 已知集合 $A = \{x | x \geq 1\}$, $B = \{x | x \leq a\}$, 且 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是_____.

13. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x > |y|$ ”是“ $x > y$ ”的_____条件. (充分不必要, 必要不充分, 充要, 既不充分也不必要)

14. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax - by = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ ax + by = 3 \end{cases}$ 的解集相等, 则 $a =$ _____; $b =$ _____.

15. 1881 年英国数学家约翰·维恩发明了 Venn 图, 用来直观表示集合之间的关系. 全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | x^2 - 2ax + 4 < 0\}$, $N = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ 的关系如图所示, 其中区域 I, II 构成 M , 区域 II, III 构成 N . 若区域 I, II, III 表示的集合均不是空集, 则实数 a 的取值范围是_____.





三、解答题:本大题共 5 小题, 共 50 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. (本小题满分 10 分)

在① $A \cap B = A$; ② $A \cap B = \emptyset$ 这两个条件中任选一个, 补充在横线上, 并解答.

已知集合 $A = \{x | 2a - 1 < x < a\}$, $B = \{x | x^2 \leq 1\}$.

(I) 若 $a = -1$, 求 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B$;

(II) 若 _____, 求实数 a 的取值范围.

17. (本小题满分 10 分)

已知命题 p : 方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个不相等的负实数根,

命题 q : 方程 $x^2 - 2x + \frac{1}{2} + m = 0$ 无实数根.

(I) 若 p, q 均为真命题, 求实数 m 的取值范围;

(II) 若 p, q 中有一个真命题, 一个是假命题, 求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分 10 分)

已知 x_1, x_2 是方程 $4kx^2 - 4kx + k + 1 = 0$ 的两个实数根.

(I) 求 k 的取值范围;

(II) 求 $x_1^2 + x_2^2, |x_1 - x_2|$. (结果用 k 表示)

(III) 是否存在实数 k , 使 $(2x_1 - x_2)(x_1 - 2x_2) = -\frac{3}{2}$ 成立? 若存在, 求出 k 的值, 若不存在, 请说明理由.



19. (本小题满分 10 分)

水果市场将 120 吨水果运往各地商家, 现有甲、乙、丙三种车型供选择, 每辆车的运载能力和运费如下表所示: (假设每辆车均满载)

车型	甲	乙	丙
汽车运载量(吨/辆)	5	8	10
汽车运费(元/辆)	400	500	600

(I) 若全部水果都用甲、乙两种车型来运送, 需运费 8200 元. 问分别需甲、乙两种车型各几辆?

(II) 市场可以调用甲、乙、丙三种车型参与运送(每种车型至少 1 辆), 已知它们的总辆数为 16, 分别求出三种车型的辆数.

20. (本小题满分 10 分)

已知集合 P 中的元素有 $3n(n \in \mathbb{N}^*)$ 个且均为正整数, 将集合 P 分成元素个数相等且两两没有公共元素的三个集合 A, B, C , 即 $P=A \cup B \cup C$, $A \cap B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$, 其中 $A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B=\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, $C=\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$. 若集合 A, B, C 中元素满足 $c_1 < c_2 < \dots < c_n$, $a_k + b_k = c_k$, $k=1, 2, \dots, n$, 则称集合 P 为“完美集合”.

(I) 若集合 $P=\{1, 2, 3\}$, $Q=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 判断集合 P 和集合 Q 是否为“完美集合”?

并说明理由.

(II) 若集合 $P=\{1, x, 3, 4, 5, 6\}$ 为“完美集合”, 求正整数 x 的值以及相应的集合 A, B, C .