



# 北京市西城区九年级模拟测试

## 数学试卷

2020.6

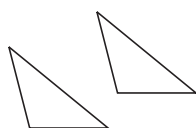
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

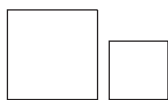
### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

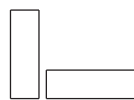
1. 下列各组图形中，能将其中一个图形经过平移变换得到另一个图形的是



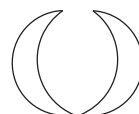
(A)



(B)



(C)



(D)

2. 中国国家航天局 2020 年 4 月 24 日在“中国航天日”之际宣布，将中国行星探测任务命名为“天问”，将中国首次火星探测任务命名为“天问一号”。火星具有与地球十分相近的环境，与地球最近的时候距离约 5 500 万千米，将 5 500 用科学记数法表示为

(A)  $0.55 \times 10^4$

(B)  $5.5 \times 10^3$

(C)  $5.5 \times 10^2$

(D)  $55 \times 10^2$

3. 图 1 是某个几何体的平面展开图，该几何体是

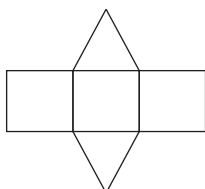


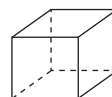
图 1



(A)



(B)



(C)



(D)

4. 下列运算中，正确的是

(A)  $a \cdot a^2 = a^3$

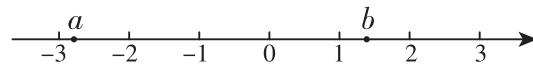
(B)  $a^6 \div a^2 = a^3$

(C)  $2a^2 - a^2 = 2$

(D)  $(3a^2)^2 = 6a^4$



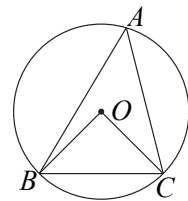
5.如图,实数  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示,则正确的结论是



- (A)  $|a| > 3$       (B)  $-1 < -b < 0$       (C)  $a < -b$       (D)  $a + b > 0$

6.如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ , 若  $\angle A = 45^\circ$ ,  $OC = 2$ , 则  $BC$  的长为

- (A)  $\sqrt{2}$       (B)  $2\sqrt{2}$   
(C)  $2\sqrt{3}$       (D) 4

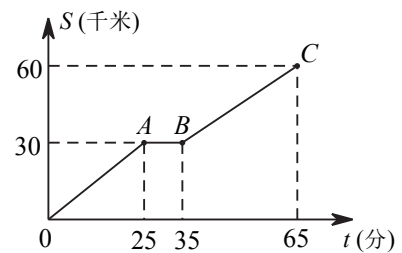


7.某人开车从家出发去植物园游玩, 设汽车行驶的路程为  $S$  (千米), 所用时间为  $t$  (分),

$S$  与  $t$  之间的函数关系如图所示. 若他早上 8 点从家出发,

汽车在途中停车加油一次, 则下列描述中, 不正确的是

- (A) 汽车行驶到一半路程时, 停车加油用时 10 分钟  
(B) 汽车一共行驶了 60 千米的路程, 上午 9 点 5 分到达植物园  
(C) 加油后汽车行驶的速度为 60 千米/时  
(D) 加油后汽车行驶的速度比加油前汽车行驶的速度快



8.张老师将自己 2019 年 10 月至 2020 年 5 月的通话时长 (单位: 分钟) 的有关数据整理如下:

① 2019 年 10 月至 2020 年 3 月通话时长统计表

时间	10 月	11 月	12 月	1 月	2 月	3 月
时长 (单位: 分钟)	520	530	550	610	650	660

② 2020 年 4 月与 2020 年 5 月, 这两个月通话时长的总和为 1100 分钟

根据以上信息, 推断张老师这八个月的通话时长的中位数可能的最大值为

- (A) 550      (B) 580      (C) 610      (D) 630

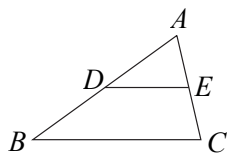
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9.若代数式  $\frac{1}{x-2}$  在实数范围内有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

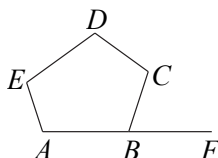
10.因式分解:  $a^3 - a =$ \_\_\_\_\_.



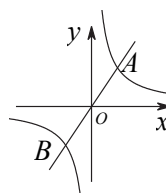
11.如图,  $D, E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB, AC$  的中点, 若  $\triangle ADE$  的面积为 1, 则  $\triangle ABC$  的面积等于\_\_\_\_\_.



第 11 题图



第 12 题图

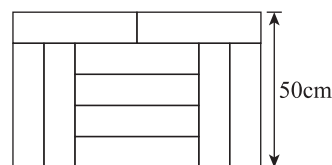


第 13 题图

12.如图,  $\angle A = \angle ABC = \angle C = \angle D = \angle E$ , 点  $F$  在  $AB$  的延长线上, 则  $\angle CBF$  的度数是\_\_\_\_\_.

13.如图, 双曲线  $y = \frac{k}{x}$  与直线  $y = mx$  交于  $A, B$  两点, 若点  $A$  的坐标为  $(2, 3)$ , 则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_.

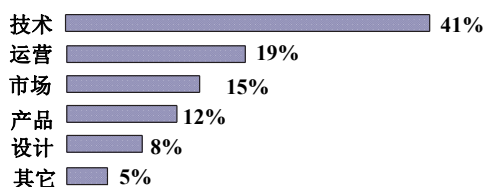
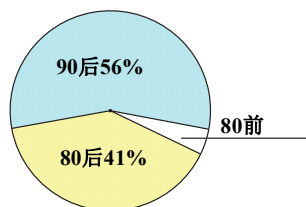
14.如图, 用 10 个大小、形状完全相同的小矩形, 拼成一个宽为 50 cm 的大矩形, 设每个小矩形的长为  $x$  cm, 宽为  $y$  cm, 则可以列出的方程组是\_\_\_\_\_.



15.某调查机构对某地互联网行业从业情况进行调查统计, 得到当地互联网行业从业人员年龄分布统计图和当地 90 后从事互联网行业岗位分布统计图:

互联网行业从业人员年龄分布统计图

90 后从事互联网行业岗位分布图



对于以下四种说法, 你认为正确的是\_\_\_\_\_ (写出全部正确说法的序号).

- ① 在当地互联网行业从业人员中, 90 后人数占总人数的一半以上
- ② 在当地互联网行业从业人员中, 80 前人数占总人数的 13%
- ③ 在当地互联网行业中, 从事技术岗位的 90 后人数超过总人数的 20%
- ④ 在当地互联网行业中, 从事设计岗位的 90 后人数比 80 前人数少

16.一个袋中装有偶数个球, 其中红球、黑球各占一半, 甲、乙、丙是三个空盒. 每次从袋中任意取出两个球, 如果先放入甲盒的球是红球, 则另一个球放入乙盒; 如果先放入甲盒的球是黑球, 则另一个球放入丙盒. 重复上述过程, 直到袋中所有的球都被放入盒中.

- (1) 某次从袋中任意取出两个球, 若取出的球都没有放入丙盒, 则先放入甲盒的球的颜色是\_\_\_\_\_.
- (2) 若乙盒中最终有 5 个红球, 则袋中原来最少有\_\_\_\_\_个球.



三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\sqrt{12} + (\pi - 2020)^0 - 3 \tan 30^\circ + |\sqrt{3} - 1|$ .

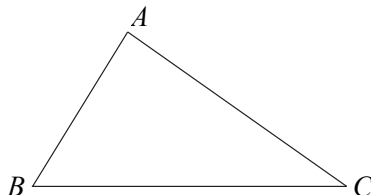
18. 解方程： $\frac{x}{x-1} + 1 = \frac{2x}{3x-3}$ .

19. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (2k + 1)x + 2k = 0$ .

- (1) 求证：方程总有两个实数根；
- (2) 若该方程有一个根大于 2，求  $k$  的取值范围.

20. 下面是小明设计的“在已知三角形的一边上取一点，使得这点到这个三角形的另外两边的距离相等”的尺规作图过程：

已知： $\triangle ABC$ .



求作：点  $D$ ，使得点  $D$  在  $BC$  边上，且到  $AB$ ， $AC$  边的距离相等.

作法：如图，

作  $\angle BAC$  的平分线，交  $BC$  于点  $D$ .

则点  $D$  即为所求.

根据小明设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；
- (2) 完成下面的证明.

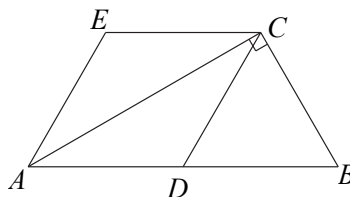
证明：作  $DE \perp AB$  于点  $E$ ，作  $DF \perp AC$  于点  $F$ ，

$\because AD$  平分  $\angle BAC$ ，

$\therefore$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ ( ) (填推理的依据).

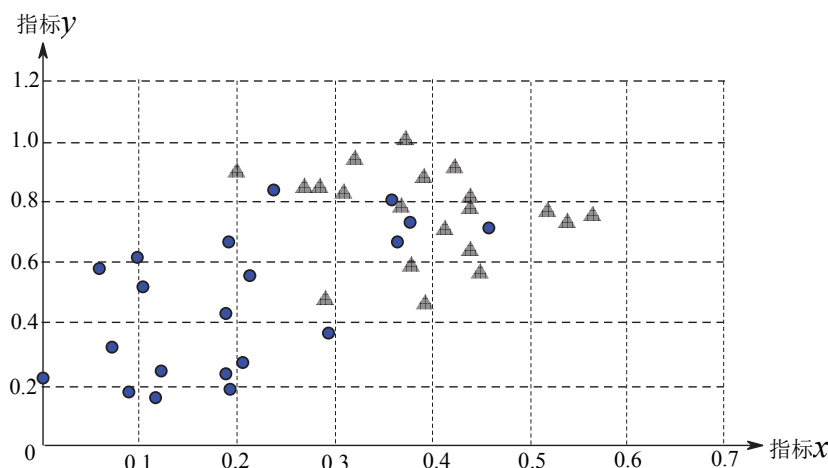
21. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $D$  为  $AB$  的中点， $AE \parallel DC$ ， $CE \parallel DA$ .

- (1) 求证：四边形  $ADCE$  是菱形；
- (2) 连接  $DE$ ，若  $AC = 2\sqrt{3}$ ， $BC = 2$ ，  
求证： $\triangle ADE$  是等边三角形.





22. 某医院医生为了研究该院某种疾病的诊断情况，需要调查来院就诊的病人的两个生理指标  $x$ ,  $y$ ，于是他分别在这种疾病的患者和非患者中，各随机选取 20 人作为调查对象，将收集到的数据整理后，绘制统计图如下：



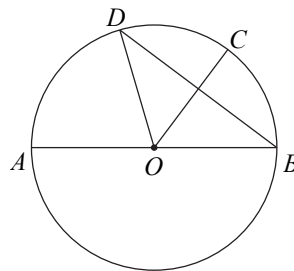
注“●”表示患者，“▲”表示非患者.

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 在这 40 名被调查者中，
- ① 指标  $y$  低于 0.4 的有\_\_\_\_\_人；
  - ② 将 20 名患者的指标  $x$  的平均数记作  $\bar{x}_1$ ，方差记作  $s_1^2$ ，20 名非患者的指标  $x$  的平均数记作  $\bar{x}_2$ ，方差记作  $s_2^2$ ，则  $\bar{x}_1$  \_\_\_\_\_  $\bar{x}_2$ ， $s_1^2$  \_\_\_\_\_  $s_2^2$  (填“>”，“=”或“<”)；
- (2) 来该院就诊的 500 名未患这种疾病的人中，估计指标  $x$  低于 0.3 的大约有\_\_\_\_\_人；
- (3) 若将“指标  $x$  低于 0.3，且指标  $y$  低于 0.8”作为判断是否患有这种疾病的依据，则发生漏判的概率是\_\_\_\_\_.

23. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $C, D$  是  $\odot O$  上两点，且  $\widehat{CD} = \widehat{CB}$ ，连接  $OC, BD, OD$ .

- (1) 求证： $OC$  垂直平分  $BD$ ；
- (2) 过点  $C$  作  $\odot O$  的切线交  $AB$  的延长线于点  $E$ ，连接  $AD, CD$ .



- ① 依题意补全图形；
- ② 若  $AD=6$ ， $\sin \angle AEC = \frac{3}{5}$ ，求  $CD$  的长.

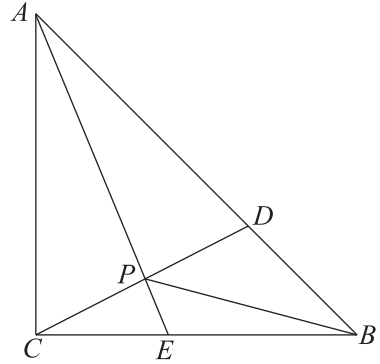


24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AE$ 平分 $\angle BAC$ 交 $BC$ 于点 $E$ ,  $D$ 是 $AB$ 边上一动点, 连接 $CD$ 交 $AE$ 于点 $P$ , 连接 $BP$ . 已知 $AB=6\text{ cm}$ , 设 $B, D$ 两点间的距离为 $x\text{ cm}$ ,  $B, P$ 两点间的距离为 $y_1\text{ cm}$ ,  $A, P$ 两点间的距离为 $y_2\text{ cm}$ .

小明根据学习函数的经验, 分别对函数 $y_1, y_2$ 随自变量 $x$ 的变化而变化的规律进行了探究.

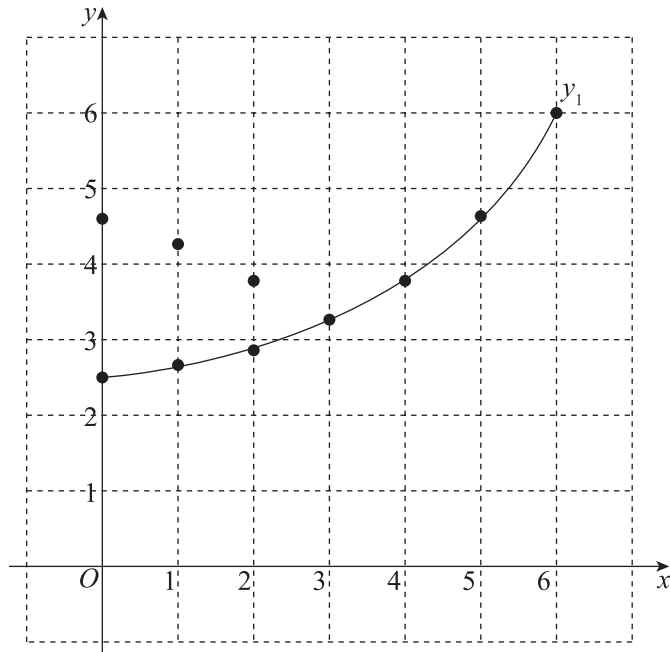
下面是小明的探究过程, 请补充完整:

- (1) 按照下表中自变量 $x$ 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 $y_1, y_2$ 与 $x$ 的几组对应值:



$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1/\text{cm}$	2.49	2.64	2.88	3.25	3.80	4.65	6.00
$y_2/\text{cm}$	4.59	4.24	3.80	3.25	2.51		0.00

- (2) 在同一平面直角坐标系 $xOy$ 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 $(x, y_1)$ ,  $(x, y_2)$ , 并画出函数 $y_1, y_2$ 的图象;



- (3) 结合函数图象, 回答下列问题:

- ① 当 $AP=2BD$ 时,  $AP$ 的长度约为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ;  
 ② 当 $BP$ 平分 $\angle ABC$ 时,  $BD$ 的长度为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



25. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象  $G$  与直线  $l: y = kx - 4k + 1$  交于

点  $A(4, 1)$ , 点  $B(1, n)$  ( $n \geq 4$ ,  $n$  为整数) 在直线  $l$  上.

(1) 求  $m$  的值;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象  $G$  与直线  $l$  围成的区域 (不含边界) 为  $W$ .

① 当  $n = 5$  时, 求  $k$  的值, 并写出区域  $W$  内的整点个数;

② 若区域  $W$  内恰有 5 个整点, 结合函数图象, 求  $k$  的取值范围.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $A, B$  ( $A$  在  $B$  的左侧),

抛物线的对称轴与  $x$  轴交于点  $D$ , 且  $OB = 2OD$ .

(1) 当  $b = 2$  时,

① 写出抛物线的对称轴;

② 求抛物线的表达式;

(2) 存在垂直于  $x$  轴的直线分别与直线  $l: y = x + \frac{b+2}{2}$  和抛物线交于点  $P, Q$ , 且点  $P, Q$

均在  $x$  轴下方, 结合函数图象, 求  $b$  的取值范围.

27. 在正方形  $ABCD$  中,  $E$  是  $CD$  边上一点 ( $CE > DE$ ),  $AE, BD$  交于点  $F$ .

(1) 如图 1, 过点  $F$  作  $GH \perp AE$ , 分别交边  $AD, BC$  于点  $G, H$ .

求证:  $\angle EAB = \angle GHC$ ;

(2)  $AE$  的垂直平分线分别与  $AD, AE, BD$  交于点  $P, M, N$ , 连接  $CN$ .

① 依题意补全图形;

② 用等式表示线段  $AE$  与  $CN$  之间的数量关系, 并证明.

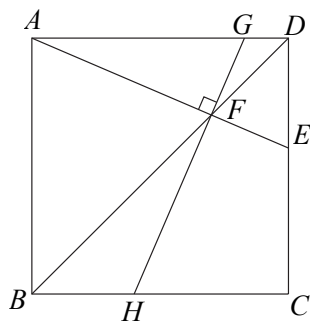
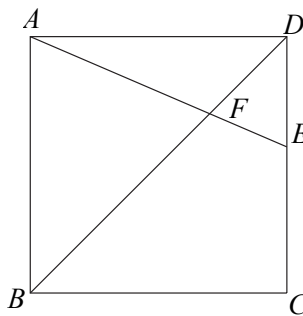


图 1

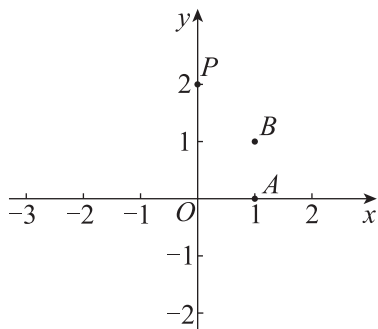


备用图



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的定点  $P$  和图形  $F$ , 给出如下定义: 若在图形  $F$  上存在一点  $N$ , 使得点  $Q$ , 点  $P$  关于直线  $ON$  对称, 则称点  $Q$  是点  $P$  关于图形  $F$  的定向对称点.

(1) 如图,  $A(1, 0)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $P(0, 2)$ ,



- ① 点  $P$  关于点  $B$  的定向对称点的坐标是\_\_\_\_\_;
- ② 在点  $C(0, -2)$ ,  $D(1, -\sqrt{3})$ ,  $E(2, -1)$  中, \_\_\_\_\_是点  $P$  关于线段  $AB$  的定向对称点.
- (2) 直线  $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$  分别与  $x$  轴,  $y$  轴交于点  $G, H$ ,  $\odot M$  是以点  $M(2, 0)$  为圆心,  $r (r > 0)$  为半径的圆.
- ① 当  $r = 1$  时, 若  $\odot M$  上存在点  $K$ , 使得它关于线段  $GH$  的定向对称点在线段  $GH$  上, 求  $b$  的取值范围;
- ② 对于  $b > 0$ , 当  $r = 3$  时, 若线段  $GH$  上存在点  $J$ , 使得它关于  $\odot M$  的定向对称点在  $\odot M$  上, 直接写出  $b$  的取值范围.