

2020北京师大附实验初三（上）期中

数 学

班级_____姓名_____学号_____



试卷说明：

- 1、本试卷考试时间为120分钟，总分为100分；
- 2、本试卷共有8页，28道小题；
- 3、请将选择题、填空题及解答题答案写在答题纸相应位置处；
- 4、一律不得使用涂改液及涂改带。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的

1. 抛物线 $y = -(x+1)^2 - 2$ 的对称轴是

- A. $x=1$ B. $x=-1$ C. $x=2$ D. $x=-2$

2. 若 $\odot O$ 的半径为5，圆心 O 到直线 l 的距离为6，则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是

- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 无法确定

3. 如果 $4x=3y$ ，那么下列结论正确的是

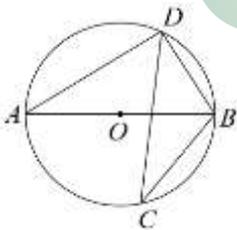
- A. $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ B. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$ C. $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ D. $x=4, y=4$

4. 如图，香港特别行政区标志紫荆花图案绕中心旋转 n° 后能与原来的图案互相重合，则 n 的最小值为



- A. 45 B. 60 C. 72 D. 144

5. 如图，若 AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的弦， $\angle ABD=58^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为



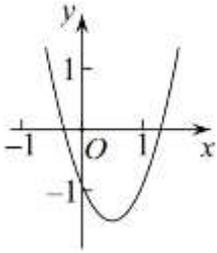
- A. 32° B. 58° C. 64° D. 16°

6. 下列图形一定不是中心对称图形的是

- A. 正六边形 B. 线段 $y = -x + 2 (1 \leq x \leq 3)$
- C. 圆 D. 抛物线 $y = x^2 + x$

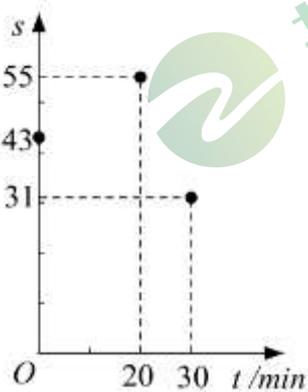


7. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示, 则下列关系式中正确的是



- A. $ac > 0$ B. $b + 2a < 0$ C. $b^2 - 4ac > 0$ D. $a - b + c < 0$

8. 心理学家发现: 课堂上, 学生对概念的接受能力 s 与提出概念的时间 t (单位: min) 之间近似满足函数关系 $s = at^2 + bt + c (a \neq 0)$, s 值越大, 表示接受能力越强. 如图记录了学生学习某概念时 t 与 s 的三组数据, 根据上述函数模型和数据, 可推断出当学生接受能力最强时, 提出概念的时间为

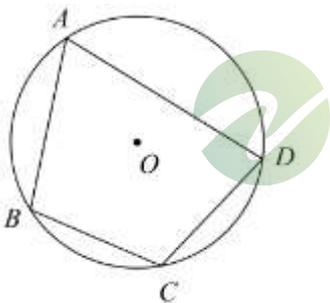


- A. 8min B. 13min C. 20min D. 25min

二、填空题 (本题共16分, 每小题2分).

9. 已知 -1 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx - 3 = 0$ 的一个根, 则 $k =$ _____.

10. 如图, 四边形 $ABCD$ 的顶点都在 $\odot O$ 上, $\angle C = 110^\circ$, 则 $\angle A =$ _____ $^\circ$.



11. 将抛物线 $y = x^2$ 向上平移1个单位, 再向左平移2个单位后, 得到的抛物线的顶点坐标是_____.

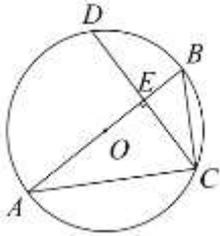
12. 已知扇形的圆心角为 120° , 面积为 π , 则扇形的半径是_____.

13. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 1 (a \neq 0)$ 的图象与 x 轴只有一个交点. 请写出一组满足条件的 a, b 的值:

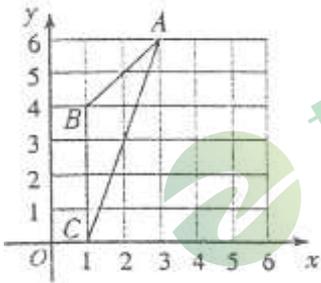
$a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 抛物线 $y = 2x^2 - 4x$ 上三点分别为 $(-3, y_1), (0, y_2), (3, y_3)$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用“>”号连接)

15. 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足为 E . 若 $\angle B = 60^\circ, CD = 6$, 则 AC 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



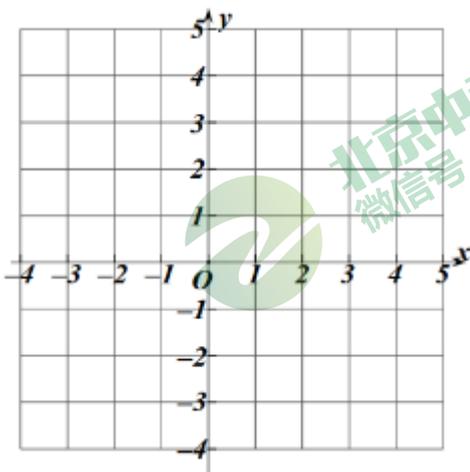
16. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 外接圆的圆心坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 半径是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题 (本题共68分, 第17、19-23题, 每小题5分, 第18、24、25、26题, 每小题6分, 第27、28题, 每小题7分)

17. 已知 $x^2 + x - 5 = 0$, 求代数式 $(x+1)^2 + (x+2)(x-2)$ 的值.

18. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象过点 $(0, 3), (2, 3)$.



(1) 求此二次函数的表达式, 并用配方法将其化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;

(2) 画出此函数的图象;

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

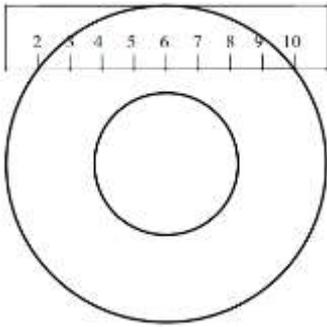
北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



(3) 借助图象, 判断若 $0 < x < 3$, 则 y 的取值范围是_____.

19. 如图, 把一个宽度为 2cm 的刻度尺在圆形光盘上移动, 当刻度尺的一边与光盘相切时, 另一边与光盘边缘两个交点处的读数恰好是“2”和“10” (单位: cm), 求光盘的直径.



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - kx + k - 4 = 0$.

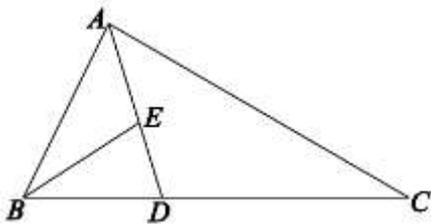
(1) 判断方程根的情况;

(2) 若此方程有一个整数根, 选择一个合适的 k 值, 并求出此时方程的根.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, E 是 AD 上一点, 且 $BE = BD$.

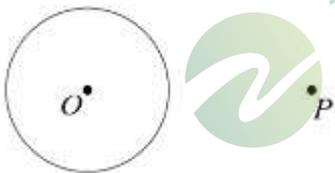
(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ACD$;

(2) 若 E 是线段 AD 的中点, 求 $\frac{BD}{CD}$ 的值.



22. 在学习《圆》这一章时, 老师给同学们布置了一道尺规作图题. 尺规作图: 过圆外一点作圆的切线.

已知: P 为 $\odot O$ 外一点.



求作: 经过点 P 的 $\odot O$ 的切线.

小敏的作法如下:

① 连接 OP , 作线段 OP 的垂直平分线 MN 交 OP 于点 C ;

② 以点 C 为圆心, CO 的长为半径作圆, 交 $\odot O$ 于 A, B 两点;

③作直线 PA, PB .

所以直线 PA, PB 就是所求作的切线.

根据小敏设计的尺规作图过程.

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明: 由作图可知点 A, B 在以 C 为圆心, CO 为半径的圆上,

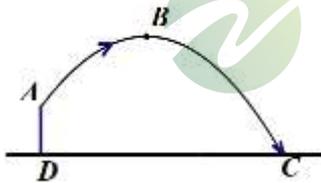
$\therefore \angle OAP = \angle OBP =$ _____ $^\circ$ (_____) (填推理的依据)

$\therefore PA \perp OA, PB \perp OB$.

$\because OA, OB$ 为 $\odot O$ 的半径,

\therefore 直线 PA, PB 是 $\odot O$ 的切线. (_____) (填推理的依据)

23. 体育测试时, 九年级一名学生, 双手扔实心球. 已知实心球所经过的路线是某个二次函数图象的一部分, 如果球出手处 A 点距离地面的高度为 $2m$, 当球运行的水平距离为 $4m$ 时, 达到最大高度 $4m$ 的 B 处(如图), 问该学生把实心球扔出多远? (结果保留根号)



24. 有这样一个问题: 探究函数 $y=(x-1)(x-2)(x-3)$ 的图象与性质.

小东对函数 $y=(x-1)(x-2)(x-3)$ 的图象与性质进行了探究.

下面是小东的探究过程, 请补充完整:

(1) 函数 $y=(x-1)(x-2)(x-3)$ 的自变量 x 的取值范围是全体实数;

(2) 下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	m	-24	-6	0	0	0	6	24	60	...

① $m=$ _____ ;

②若 $M(n, -720), N(11, 720)$ 为该函数图象上的两点, 则 $n=$ _____ ;

(3) 在平面直角坐标系 xOy 中, 如图所示, 点 $A(x_1, y_1)$ 是该函数在 $2 \leq x \leq 3$ 范围的图象上的最低点.

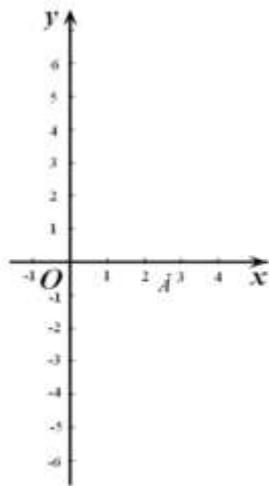
①直线 $y = -y_1$ 与该函数图象的交点个数是 _____ ;

②根据图象, 直接写出不等式 $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$ 的解集.



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

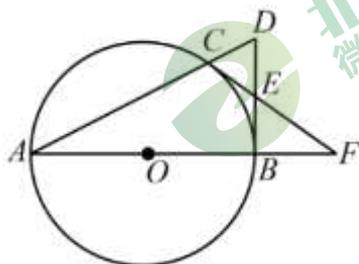
北京中考在线
微信号: BJ_zkao



25. 已知：如图，点C是以AB为直径的 $\odot O$ 上一点，直线AC与过B点的切线相交于D，点E是BD的中点，直线CE交直线AB于点F.

(1) 求证： CF 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $ED=3$ ， $EF=5$ ，求 $\odot O$ 的半径.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 - 2nx + n^2 + n - 3$ 与y轴交于点C，与x轴交于点A, B，点A在B的左边，x轴正半轴上一点D，满足 $OD = OA + OB$.

(1) ①当 $n=2$ 时，求点D的坐标和抛物线的顶点坐标；②当 $AB=2BD$ 时，求n的值；

(2) 过点D作x轴的垂线交抛物线于点P，作射线CP，若射线CP与x轴没有公共点，直接写出n的取值范围.

27. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，点D是边AC上一动点（不与点A, C重合），连接BD，作 $AH \perp BD$ 于点H，将线段AH绕点A逆时针旋转 60° 至线段AE，连接CE.

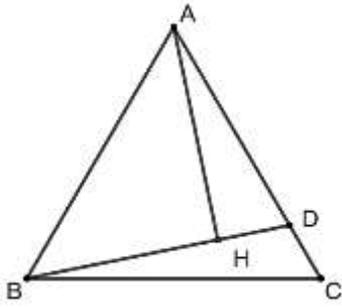
(1) ①补全图形；

②判断线段BH与线段CE的数量关系，并证明；

(2) 已知 $AB=4$ ，点M在边AB上，且 $BM=1$ ，作直线HE.

①是否存在一个定点P，使得对于任意的点D，点P总在直线HE上，若存在，请指出点P的位置，若不存在，请说明理由；

②直接写出点M到直线HE的距离的最大值.



28. 对于给定的 $\odot M$ 和点 P ，若存在边长为1的等边 $\triangle PQR$ ，满足点 Q 在 $\odot M$ 上，且 $MP \geq MR$ （当点 R, M 重合时，定义 $MR=0$ ），则称点 P 为 $\odot M$ 的“等边远点”，此时，等边 $\triangle PQR$ 是点 P 关于 $\odot M$ 的“关联三角形”， MR 的长度为点 P 关于 $\odot M$ 的“等边近距”。

在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{3}$ 。

(1) 试判断点 $A(\sqrt{3}, 1)$ 是否是 $\odot O$ 的“等边远点”，若是，请画出对应的“关联三角形”；若不是，请说明理由。

(2) 下列各点： $B(0, 3)$ ， $C(-\sqrt{3}, 0)$ ， $D(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ， $E(0, 1-\sqrt{3})$ 中， $\odot O$ 的“等边远点”有_____；

(3) 已知直线 $FG: y = \sqrt{3}x + b (b > 0)$ 分别交 x, y 轴于点 F, G ，且线段 FG 上存在 $\odot O$ 的“等边远点”，求 b 的取值范围；

(4) 直接写出 $\odot O$ 的“等边远点”关于 $\odot O$ 的“等边近距” d 的取值范围是_____。

