

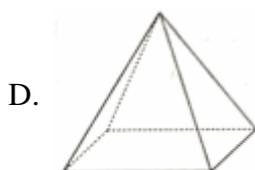
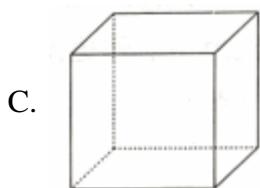
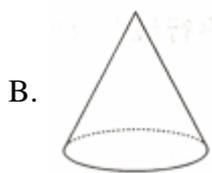
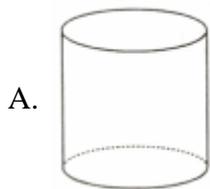


2022 北京首都师大附中初一 12 月月考

数 学

一、选择题（本题共 12 小题，共 24 分）

1. 下列几何体中，是圆柱的为()



2. 原子钟是以原子的规则振动为基础的各种守时装置的统称，其中氢脉泽钟的精度达到了1700000年(误差不超过1秒).数据1700000用科学记数法表示为()

- A. 17×10^5 B. 1.7×10^6 C. 0.17×10^7 D. 1.7×10^7

3. 下列各式中运算正确的是()

- A. $4m - m = 3$ B. $a^2b - ab^2 = 0$ C. $2a^3 - 3a^3 = a^3$ D. $xy - 2xy = -xy$

4. 下列关于多项式 $5ab^2 - 2a^2bc - 1$ 的说法中，正确的是()

- A. 它是三次三项式 B. 它是四次两项式
C. 它的最高次项是 $-2a^2bc$ D. 它的常数项是1

5. 已知 $a = b$ ，则下列等式不一定成立的是()

- A. $a + m = b + m$ B. $(m - 1)a = (m - 1)b$
C. $\frac{a}{m^2} = \frac{b}{m^2}$ D. $m - a = m - b$

6. 如图，点C、D在线段AB上，若 $AC = DB$ ，则()



- A. $AC = CD$ B. $AD = CB$ C. $AD = 2DB$ D. $CD = DB$

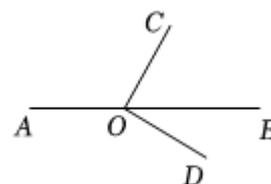
7. 规定符号 (a, b) 表示 a, b 两个数中较小的一个，规定符号 $[a, b]$ 表示两个数中较大的一个，例如 $(3, 1) = 1$ ， $[3, 1] = 3$ ，则 $2(m, m - 2) + 3[-m, -m - 1]$ 的结果为()

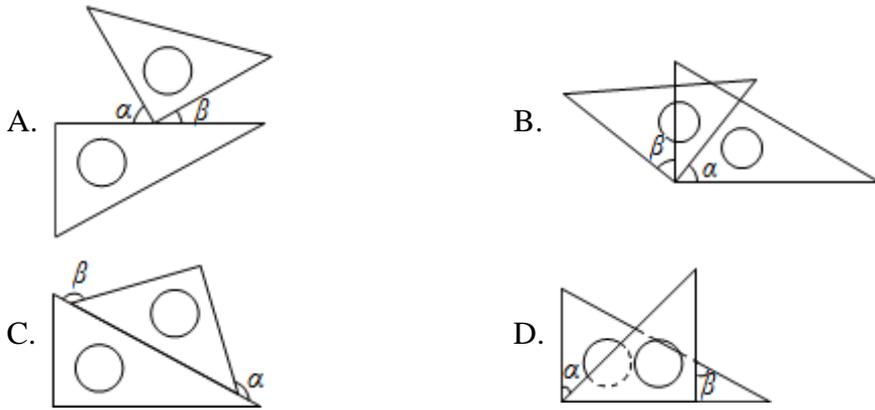
- A. $-4 + 5m$ B. $4 - 5m$ C. $-4 - m$ D. $4 + m$

8. 如图，点O在直线AB上， $OC \perp OD$.若 $\angle BOC = 60^\circ$ ，则 $\angle AOD$ 的大小为()

- A. 160° B. 140° C. 120° D. 150°

9. 将一副直角三角尺按如图所示的不同方式摆放，则图中锐角 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 相等的是()

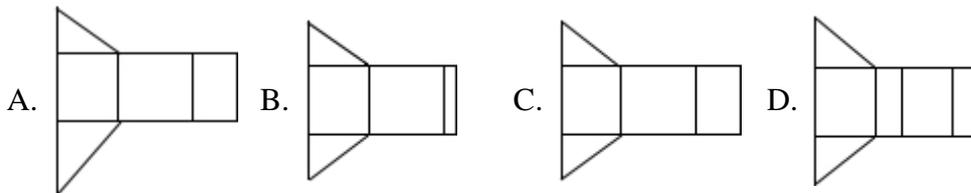




10. 程大位是我国明朝商人，珠算发明家。他60岁时完成的《直指算法统宗》是东方古代数学名著，详述了传统的珠算规则，确立了算盘用法。书中有如下问题：一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚得几丁。意思是：有100个和尚分100个馒头，如果大和尚1人分3个，小和尚3人分1个，正好分完，大、小和尚各有多少人。设大和尚有 x 人，则下列列式正确的是()

- A. $3(100 - x) + \frac{x}{3} = 100$ B. $3x + \frac{100-x}{3} = 100$
 C. $3x = 100 - \frac{(100+x)}{3}$ D. $\frac{x}{3} = 100 - 3x$

11. 将下列图形画在硬纸片上，剪下并折叠后能围成三棱柱的是()



12. 互不重合的 A 、 B 、 C 三点在同一直线上，已知 $AC = 2a + 1$ ， $BC = a + 4$ ， $AB = 3a$ ，这三点的位置关系是()

- A. 点 A 在 B 、 C 两点之间 B. 点 B 在 A 、 C 两点之间
 C. 点 C 在 A 、 B 两点之间 D. 无法确定

二、填空题（本题共6小题，共18分）

13. 计算： $135^{\circ}45' - 91^{\circ}16' =$ _____。

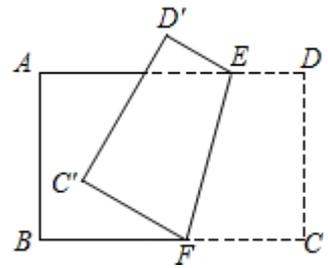
14. 若 a ， b 互为相反数， c ， d 互为倒数，则 $2 + (a + b)^3 - 3(cd)^4 =$ _____。

15. 已知多项式 $A = -x^2 + x - 3$ ， $B = 3x^2 - 2$ ，写出多项式 $A + B$ 的最高次项与最低次项的和 _____。

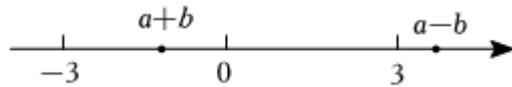
16. 一件童装每件进价为 a 元($a > 0$)，商家按进价的3倍定价销售了一段时间后，为了吸引顾客，又在原定价的基础上打六折出售，那么按新的售价销售，每件童装所得的利润用代数式表示应为_____元。



17. 将长方形纸片 $ABCD$ 折叠并压平, 如图所示, 点 C , 点 D 的对应点分别为点 C' , 点 D' , 折痕分别交 AD , BC 边于点 E , 点 F . 若 $\angle BFC' = 30^\circ$, 则 $\angle CFE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



18. a , b 为有理数, 且 $a + b$ 和 $a - b$ 在数轴上的位置如图所示, 则 a $\underline{\hspace{1cm}}$ 0 , b $\underline{\hspace{1cm}}$ 0 , a $\underline{\hspace{1cm}}$ b (用“ $>$ ”, “ $<$ ” “ $=$ ” 填空).



三、解答题 (本题共 9 小题, 共 58 分)

19. 解方程

20. (1) $2x + 1 = -2 - 3x$;

21. (2) $x + \frac{1-2x}{3} = 2 - \frac{x+2}{2}$.

22. 先化简, 再求值. $4x^2 - xy - (4y^2 + 2x^2) + 2(3xy - y^2)$, 其中 $x = 5$, $y = -\frac{1}{2}$.

23. 如图, 点 C 在 $\angle AOB$ 的边 OA 上, 选择合适的画图工具按要求画图.

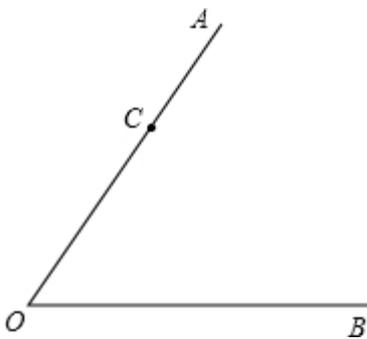
24. (1) 反向延长射线 OB , 得到射线 OD , 画 $\angle AOD$ 的角平分线 OE ;

25. (2) 在射线 OD 上取一点 F , 使得 $OF = OC$;

26. (3) 在射线 OE 上作一点 P , 使得 $CP + FP$ 最小;

27. (4) 写出你完成(3)的作图依据: $\underline{\hspace{2cm}}$.

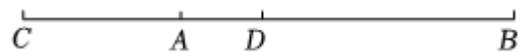
28.



29. 如图所示, 点 A 在线段 CB 上, $AC = \frac{1}{2}AB$, 点 D 是线段 BC 的中点.

30. (1) 若 $CD = 6$, 则线段 AD 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

31. (2) 在(1)的条件下, 点 E 在直线 CB 上, 若 $AE = \frac{1}{2}CD$, 则线段 BE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

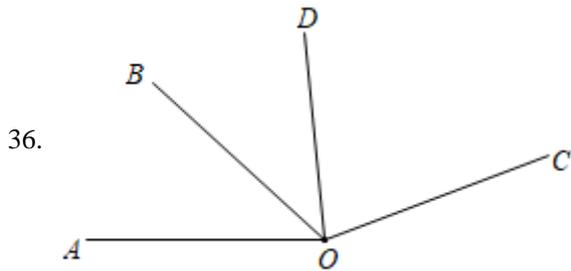


32. 已知关于 x 的方程 $\frac{x+a}{9} - \frac{1-x}{6} = 1$.

33. (1) 若方程与关于 x 的方程 $2[x - 2(x - \frac{a}{4})] = 3x$ 有相同的解, 求 a 的值;

34. (2) 若方程的解是正整数, 直接写出正整数 a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

35. 如图, 已知 $\angle AOB = 40^\circ$, $\angle BOC = 3\angle AOB$, OD 平分 $\angle AOC$, 求 $\angle COD$ 的度数.



37. 已知 $A = 2ax^3 - 3bx + 6$, 当 $x = -1$ 时, A 的值为 10.

38. (1) 当 $a = 2$ 时, 求 b 的值.

39. (2) 当 $x = -2$ 时, A 的值为 $12b - 20a + k$, 求 k 的值.

40. (3) 设 $B = -ax^3 + \frac{3}{2}bx + n^2$, 当 $x = 1$ 时, 比较 A 与 B 的大小.

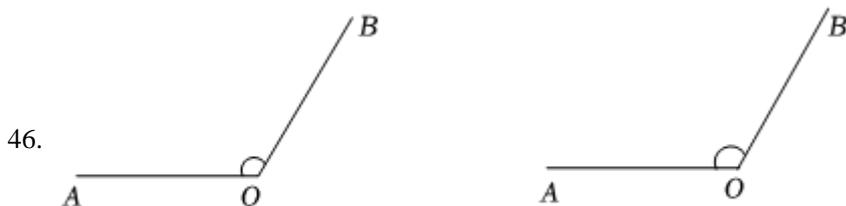
41. 如图, $\angle AOB = 120^\circ$, 射线 OC 在平面内.

42. (1) 若 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 互补, 则 $\angle BOC$ _____;

43. (2) 射线 OC 绕点 O 从射线 OA 的反向延长线的位置出发, 逆时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), OM 平分 $\angle AOC$.

44. ① 若 $\angle BOC = 90^\circ$, 则 $\angle MOB$ 的度数为 _____;

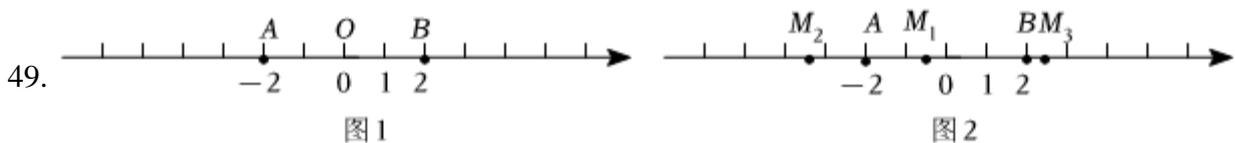
45. ② 是否存在 α 的值, 使得 $\angle MOC$ 与 $\angle BOC$ 互余, 若存在, 求出 α ; 若不存在, 请说明理由.



备选图

47. 已知数轴上两点 A 、 B , 其中 A 表示的数为 -2 , B 表示的数为 2 . 对于在数轴上一点 M (不与点 A 、点 B 重合), 若线段 AM 与 BM 的长度之比为 m , 则称 M 叫做点 A 、 B 的 “ m 倍伴随点”, 记作 $r(M) = m$.

48. 例如, 图 1 所示: 若点 O 是线段 AB 的中点时, 有 $AO = BO$, 则称点 O 为点 A 、 B 的 “1 倍伴随点”, 记作 $r(O) = 1$.



50. 请根据上述规定回答下列问题:

51. (1) 已知, 如图 2, 点 M_1 , M_2 , M_3 为数轴上三个点, 点 M_1 表示的数是 $-\frac{1}{2}$.

52. ① $r(M_1) =$ _____;

53. ② 比较 $r(M_1)$ 、 $r(M_2)$ 与 $r(M_3)$ 的大小 _____ (用 “ $<$ ” 连接);

54. (2) 已知点 C 是数轴上点 A 、 B 的 “3 倍伴随点”, 请你直接写出点 C 表示的数为 _____;

55. (3) 已知数轴上三点 D , E , F , 点 E 、 F 分别为 AD 、 BD 的中点, 满足 $EB + FA = 8$, 且此时点 D 是点 A 、 B 的 “ d 倍伴随点”, 求 d 的值及点 D 表示的数.



参考答案

1. 【答案】A

【解析】解：根据立体图形的定义及圆柱特征；

故选：A.

根据立体图形的定义及其命名规则逐一判断即可。

本题主要考查立体图形，解题的关键是认识常见的立体图形

2. 【答案】B

【解析】

【分析】

此题考查科学记数法的表示方法，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数；当原数绝对值 < 1 时， n 是负整数.

【解答】

解： $1700000 = 1.7 \times 10^6$ ，

故选 B.

3. 【答案】D

【解析】解：A、 $4m - m = 3m$ ，所以A选项错误；

B、 a^2b 与 ab^2 不能合并，所以B选项错误；

C、 $2a^3 - 3a^3 = -a^3$ ，所以C选项错误；

D、 $xy - 2xy = -xy$ ，所以D选项正确.

故选：D.

根据合并同类项得到 $4m - m = 3m$ ， $2a^3 - 3a^3 = -a^3$ ， $xy - 2xy = -xy$ ，于是可对A、C、D进行判断；由于 a^2b 与 ab^2 不是同类项，不能合并，则可对B进行判断.

本题考查了合并同类项：把同类项的系数相加减，字母和字母的指数不变.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】

本题考查了多项式，解题的关键是掌握多项式的有关概念，并注意符号的处理.几个单项式的和叫做多项式，每个单项式叫做多项式的项，其中不含字母的项叫做常数项. 多项式中次数最高的项的次数叫做多项式的次数. 多项式的组成元素是单项式，即多项式的每一项都是一个单项式，单项式的个数就是多项式的项数，如果一个多项式含有 a 个单项式，次数是 b ，那么这个多项式就叫 b 次 a 项式，据此作答即可.

【解答】

解：多项式 $5ab^2 - 2a^2bc - 1$ 的次数是4，有3项，是四次三项式，故A、B错误；



它的最高次项是 $-2a^2bc$ ，故 C 正确；

它常数项是 -1 ，故 D 错误.

故选 C .

5. 【答案】 C

【解析】解： A 、 $a + m = b + m$ ，等式一定成立，不符合题意；

B 、 $(m - 1)a = (m - 1)b$ ，等式一定成立，不符合题意；

C 、当 $m = 0$ 时，等式 $\frac{a}{m^2} = \frac{b}{m^2}$ 不成立， $\therefore \frac{a}{m^2} = \frac{b}{m^2}$ 不一定成立，符合题意；

D 、 $m - a = m - b$ ，等式一定成立，不符合题意；

故选： C .

A 、根据等式的性质：等式两边同加(减)同一个数，等式仍然成立；

B 、等式的两边同乘同一个数，等式仍然成立；

C 、等式的两边同除同一个不为 0 的数，等式仍然成立，逐一进行判断即可.

D 、根据等式的性质：等式两边同加(减)同一个数，等式仍然成立；

本题考查了等式的性质，掌握等式的性质是关键.

6. 【答案】 B

【解析】解：由 $AC = DB$ 两边都加 CD ，得

$AC + CD = BD + CD$ ，即 $AD = BC$ ，故 B 正确；

故选： B .

根据等式的性质：两边都加 CD ，可得答案.

本题考查了两点间的距离，利用了等式的性质：等式的两边都加或减同一个数或同一个整式，结果不变.

7. 【答案】 C

【解析】解： \because 符号 (a, b) 表示 a, b 两个数中较小的一个，规定符号 $[a, b]$ 表示两个数中较大的一个，

$\therefore (m, m - 2) = m - 2$ ， $[-m, -m - 1] = -m$ ，

$\therefore 2(m, m - 2) + 3[-m, -m - 1] = 2(m - 2) - 3m = 2m - 4 - 3m = -4 - m$.

故选： C .

根据题意列出代数式进行计算即可.

本题考查的是有理数的大小比较，根据题意得出 $(m, m - 2)$ 和 $[-m, -m - 1]$ 的值是解题的关键.

8. 【答案】 D

【解析】解： $\because OC \perp OD$.

$\therefore \angle COD = 90^\circ$ ，

$\because \angle BOC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BOD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，

又 $\because \angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle AOD = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ ，

故选： D .



根据垂直的定义可得 $\angle BOC = 90^\circ$ ，进而求出 $\angle BOD$ ，再根据平角的定义求出答案.
本题考查垂线，角的计算，理解垂直的定义以及角的和差关系是正确解答的前提.

9. 【答案】B

【解析】解：A、 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 互余，不一定相等；

B、 $\angle\alpha = \angle\beta$ ；

C、 $\angle\alpha = \angle\beta$ ，但 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 都是钝角；

D、 $\because \angle\alpha = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ， $\angle\beta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle\alpha \neq \angle\beta$ ；

故选：B.

根据余角和补角的概念解答.

本题考查的是余角和补角，掌握余角和补角的概念是解题的关键.

10. 【答案】B

【解析】解：设大和尚有 x 人，则小和尚有 $(100 - x)$ 人，

由题意得： $3x + \frac{100-x}{3} = 100$ ；

故选：B.

设大和尚有 x 人，根据有100个和尚分100个馒头，如果大和尚1人分3个，小和尚3人分1个，正好分完，列出方程即可.

本题考查一元一次方程的应用，根据题意正确的列出方程，是解题的关键.

11. 【答案】C

【解析】解：根据三棱柱的展开图特点可得C答案可以围成三棱柱，

故选：C.

根据三棱柱的特点可得：侧面展开图是三个长方形，上下两个底面是两个全等的三角形.

此题主要考查了展开图折叠成几何体，关键是掌握几何体的展开图的特特点.

12. 【答案】A

【解析】解： $\because AC = 2a + 1$ ， $BC = a + 4$ ， $AB = 3a$ ，

$\therefore a \geq 0$ ，

\because 互不重合的A、B、C三点在同一直线上，

\therefore 若点A在B、C之间，

则 $AB + AC = BC$ ，

即 $2a + 1 + 3a = a + 4$ ，

解得 $a = \frac{3}{4}$ ，

故A情况存在，

若点B在A、C之间，

则 $BC + AB = AC$ ，

即 $a + 4 + 3a = 2a + 1$ ，



解得 $a = -\frac{3}{2}$,

故 B 情况不存在,

若点 C 在 A 、 B 之间,

则 $BC + AC = AB$,

即 $a + 4 + 2a + 1 = 3a$,

此时无解,

故 C 情况不存在,

故选: A .

用假设法分别计算各选项中的 a 值, 根据 $a \geq 0$ 判断即可.

本题主要考查两点间的距离及整式的加减, 分类讨论和反证法的应用是解题的关键.

13. 【答案】 $44^\circ 29'$

【解析】解: $135^\circ 45' - 91^\circ 16' = 44^\circ 29'$.

故答案为: $44^\circ 29'$.

根据度分秒的计算, 度与度相减, 分与分相减, 进行计算即可得解.

本题考查了度、分、秒的减法计算, 相对比较简单, 注意以60为进制即可.

14. 【答案】 -1

【解析】解: $\because a$ 、 b 互为相反数,

$\therefore a + b = 0$,

$\because c$ 、 d 互为倒数,

$\therefore cd = 1$,

$\therefore 2 + (a + b)^3 - 3(cd)^4 = 2 + 0^3 - 3 \times 1^4 = -1$.

故答案为: -1 .

由 a 、 b 互为相反数可得 $a + b = 0$, 由 c 、 d 互为倒数可得 $cd = 1$, 再代入所求的式子计算即可.

本题考查了相反数的定义、倒数的定义、有理数的加减和代数式求值, 属于基础题型, 熟练掌握基本知识是解题关键.

15. 【答案】 $2x^2 - 5$

【解析】解: $\because A = -x^2 + x - 3$, $B = 3x^2 - 2$,

$\therefore A + B$

$= (-x^2 + x - 3) + (3x^2 - 2)$

$= -x^2 + x - 3 + 3x^2 - 2$

$= 2x^2 + x - 5$,

\therefore 多项式 $A + B$ 的最高次项为 $2x^2$, 最低次项为 -5 ,

\therefore 多项式 $A + B$ 的最高次项与最低次项的和为 $2x^2 - 5$.

故答案为: $2x^2 - 5$.

先计算出 $A + B$, 然后写出多项式 $A + B$ 的最高次项与最低次项的和即可.



本题考查整式的加减，解答本题的关键是明确去括号法则和合并同类项的方法。

16. 【答案】 $0.8a$

【解析】解：实际售价为： $3a \times 0.6 = 1.8a$ ，

所以，每件童装所得的利润为： $1.8a - a = 0.8a$ 。

故答案为： $0.8a$ 。

先表示出用每件童装的实际售价，然后减去进价就是利润的表达式。

本题考查了列代数式，解题的关键在于读懂题意，明白打六折的含义。

17. 【答案】 75

【解析】解： $\because \angle BFC' = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CFC' = 180^\circ - \angle BFC' = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ ，

根据翻折前后两个角相等， $\angle CFE = \frac{1}{2}\angle CFC' = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$ 。

故答案为：75。

根据平角定义求出 $\angle CFC'$ ，再根据翻折的定义可得 $\angle CFE = \frac{1}{2}\angle CFC'$ ，计算即可得解。

本题主要考查了翻折的性质，熟记翻折前后两个角相等是解题的关键。

18. 【答案】 $> < >$

【解析】解：由图可知： $-3 < a + b < 0$ ， $a - b > 3$ ，

$\therefore -3 + 3 < a + b + a - b < 0 + 3$ ，

即： $0 < 2a < 3$ ，

$\therefore 0 < a < \frac{3}{2}$ ；

$\because a - b > 3$ ，

$\therefore b < a - 3 < 0$ ，

$\therefore b < 0 < a$ 。

故答案为： $>$ ， $<$ ， $>$ 。

根据点在数轴上的位置，确定取值范围，然后进行求解即可。

本题考查了利用数轴判断式子的正负，以及整式的加法，掌握数轴上点的位置，确定出式子的取值范围是关键。

19. 【答案】解：(1) $2x + 1 = -2 - 3x$ ，

移项，得： $2x + 3x = -2 - 1$ ，

合并同类项，得： $5x = -3$ ，

系数化1，得： $x = -\frac{3}{5}$ ；

(2) $x + \frac{1-2x}{3} = 2 - \frac{x+2}{2}$ ，

方程两边同乘6，得： $6x + 2(1 - 2x) = 12 - 3(x + 2)$ ，

去括号，得： $6x + 2 - 4x = 12 - 3x - 6$ ，

移项，得： $6x + 3x - 4x = 12 - 2 - 6$ ，



合并同类项，得： $5x = 4$ ，

系数化1，得： $x = \frac{4}{5}$ 。

【解析】(1)移项，合并同类项，系数化1，解方程即可；

(2)去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化1，解方程即可。

本题考查了解一元一次方程，掌握解一元一次方程的步骤，是关键。

20. 【答案】解：原式 $= 4x^2 - xy - 4y^2 - 2x^2 + 6xy - 2y^2$
 $= 2x^2 + 5xy - 6y^2$ ；

当 $x = 5$ ， $y = -\frac{1}{2}$ 时，

原式 $= 2 \times 5^2 - 5 \times 5 \times \frac{1}{2} - 6 \times (-\frac{1}{2})^2 = 50 - \frac{25}{2} - \frac{3}{2} = 36$ 。

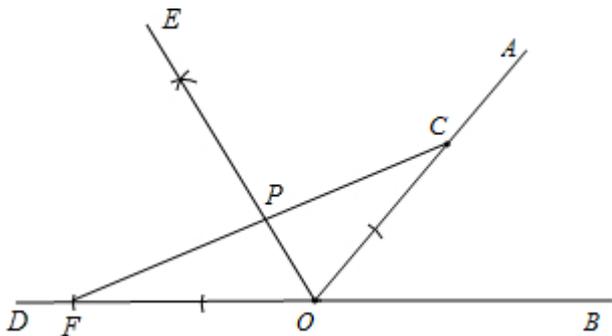
【解析】先去括号，再合并同类项，然后代值求解即可。

本题考查了整式加减中的化简求值，掌握合并同类项法则，正确的进行化简是关键。

21. 【答案】解：(1)如图， OD 、 OE 为所作；

(2)如图，点 F 为所作；

(3)如图，点 P 为所作；



(4)两点之间，线段最短。

【解析】

【分析】

本题考查了作图—复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法。解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作。

(1)、(2)根据几何语言画出对应的几何图形；

(3)连接 CF 交 OE 于 P ；

(4)利用两点之间线段最短求解。

【解答】

解：(1)见答案；

(2)见答案；

(3)见答案；

(4)连接 FC 交 OE 于 P ，则根据两点之间，线段最短可判断此时 $PC + PF$ 最小。



故答案为：两点之间，线段最短.

22. 【答案】2 5或11

【解析】解：(1) $\because D$ 是线段 BC 的中点， $CD = 6$,

$$\therefore BC = 2CD = 12,$$

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AB = 2AC,$$

$$\therefore BC = AC + AB = AC + 2AC = 12,$$

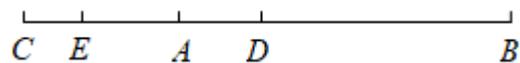
$$\therefore AC = 4,$$

$$\therefore AD = CD - AC = 6 - 4 = 2;$$

故答案为：2;

(2)由(1)可知： $AB = 2AC = 8$,

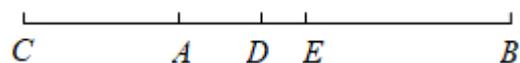
①当 E 在线段 AC 上时，如图：



$$\therefore AE = \frac{1}{2}CD = 3,$$

$$\therefore BE = AB + AE = 8 + 3 = 11;$$

②当 E 在线段 AB 上时，如图：



$$\therefore AE = \frac{1}{2}CD = 3,$$

$$\therefore BE = AB - AE = 8 - 3 = 5;$$

综上： BE 的长为：5或11.

故答案为：5或11.

(1)利用 D 是线段 BC 的中点，求出线段 BC ，再利用 $AC = \frac{1}{2}AB$ ，得到 $AC = \frac{1}{3}BC$ ，进而得到 AC ，利用 $CD - AC$ ，即可得解；

(2)分 E 在线段 AC 上，和 E 在线段 BD 上，两种情况讨论，求解即可.

本题考查了线段的计算，掌握线段的中点将线段分成相等的两部分是关键.

23. 【答案】3或8

【解析】解：(1) $\frac{x+a}{9} - \frac{1-x}{6} = 1$,

$$2(x+a) - 3(1-x) = 18,$$

$$2x + 2a - 3 + 3x = 18,$$

$$\therefore x = \frac{21-2a}{5},$$

$$2[x - 2(x - \frac{a}{7})] = 3x,$$

$$2x - 4x + a = 3x,$$

$$x = \frac{a}{5},$$



由题意得: $\frac{a}{5} = \frac{21-2a}{5}$,

$\therefore a = 7$;

(2)由(1)知方程 $\frac{x+a}{9} - \frac{1-x}{6} = 1$ 的解 $x = \frac{21-2a}{5}$,

$\therefore a, x = \frac{21-2a}{5}$ 都是正整数,

$\therefore 21 - 2a$ 是5的倍数, 且 $21 - 2a < 21$,

当 $21 - 2a = 5$ 时, $a = 8$,

当 $21 - 2a = 10$ 时, $a = 5.5$,

当 $21 - 2a = 15$ 时, $a = 3$,

当 $21 - 2a = 20$ 时, $a = 0.5$,

$\therefore a = 3$ 或 8 .

故答案为: 3或8.

(1)分别求出关于 x 的方程 $\frac{x+a}{9} - \frac{1-x}{6} = 1$ 和 $2[x - 2(x - \frac{a}{4})] = 3x$ 的解, 由题意得 $\frac{a}{5} = \frac{21-2a}{5}$, 即可求出 a 的值;

(2)分情况讨论, 使方程 $\frac{x+a}{9} - \frac{1-x}{6} = 1$ 的解和 a 的值是正整数, 即可求解.

本题考查同解方程, 关键是求 a 的值时, 要分情况讨论.

24.【答案】解: $\because \angle BOC = 3\angle AOB, \angle AOB = 40^\circ$

$\therefore \angle BOC = 3 \times 40^\circ = 120^\circ$,

$$\therefore \angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 40^\circ + 120^\circ$$

$= 160^\circ$,

$\because OD$ 平分 $\angle AOC$,

$\therefore \angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 160^\circ = 80^\circ$.

【解析】先求得 $\angle BOC = 3 \times 40^\circ = 120^\circ$, 再由 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 160^\circ$, 结合 OD 平分 $\angle AOC$ 可得答案.

本题考查了角平分线定义和角的有关计算, 能求出 $\angle AOC$ 的度数和得出 $\angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC$ 是解此题的关键

25.【答案】解: (1)把 $x = -1, a = 2, A = 10$ 代入 $A = 2ax^3 - 3bx + 6$, 得: $10 = 2 \times 2 \times (-1)^3 - 3b \times (-1) + 6$,

整理, 得: $10 = -4 + 3b + 6$,

解得: $b = \frac{8}{3}$;

(2)解: 把 $x = -2, A = 12b - 20a + k$ 代入 $A = 2ax^3 - 3bx + 6$, 得: $12b - 20a + k = 2a \times (-2)^3 - 3b \times (-2) + 6$,

$\therefore 12b - 20a + k = -16a + 6b + 6$,

$\therefore k = -16a + 6b + 6 - 12b + 20a = 4a - 6b + 6$,

\because 当 $x = -1$ 时, A 的值为10,

$\therefore 10 = -2a + 3b + 6$, 即: $2a - 3b = -4$,

$\therefore k = 4a - 6b + 6 = 2(2a - 3b) + 6 = 2 \times (-4) + 6 = -2$;



(3)当 $x = 1$ 时, $A = 2ax^3 - 3bx + 6 = 2a - 3b + 6 = -4 + 6 = 2$, $B = -a + \frac{3}{2}b + n^2 = -\frac{1}{2}(2a - 3b) + n^2 = 2 + n^2$,
 $\therefore n^2 + 2 \geq 2$,
 $\therefore B \geq A$.

【解析】(1)把 $x = -1$, $a = 2$, $A = 10$ 代入等式中, 求值即可;

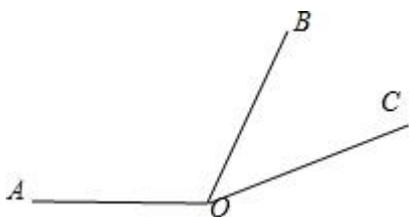
(2)把 $x = -2$, $A = 12b - 20a + k$ 代入等式, 求解即可;

(3)分别求出 $x = 1$ 时, A , B 的值, 即可得解.

本题考查整式的加减, 以及解一元一次方程. 熟练掌握合并同类项法则, 以及解一元一次方程的步骤, 利用整体思想进行求解, 是解题的关键.

26. 【答案】 30° 或 150° 105°

【解析】解: (1)



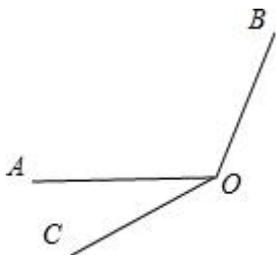
如图, $\because \angle AOB = 120^\circ$, $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 互补,

$$\therefore \angle AOC + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB + \angle BOC + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore 120^\circ + 2\angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 30^\circ;$$



如图, $\because \angle AOB = 120^\circ$, $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 互补,

$$\therefore \angle AOC + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC - \angle AOB + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BOC - \angle AOB = 180^\circ,$$

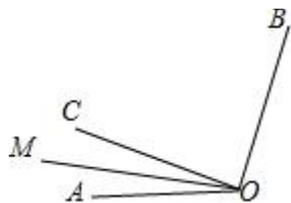
$$\therefore 2\angle BOC - 120 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 150^\circ;$$

$\therefore \angle BOC$ 的值为 30° 或 150° ;

故答案为: 30° 或 150° ;

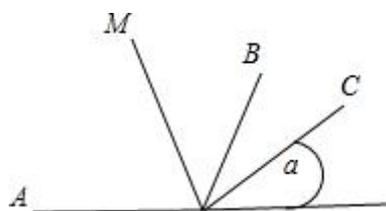
(2)①



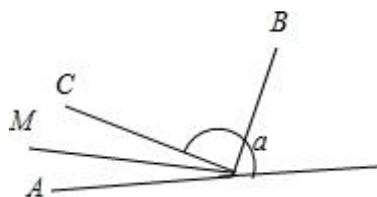
$$\begin{aligned} \because \angle AOB = 120^\circ, \angle BOC = 90^\circ, \\ \therefore \angle AOC = \angle AOB - \angle BOC, \\ \therefore \angle AOC = 30^\circ, \\ \because OM \text{ 平分 } \angle AOC, \\ \therefore \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ, \\ \therefore \angle MOB = \angle COM + \angle BOC = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ, \end{aligned}$$

故答案为：105°；

②存在，理由如下：



$$\begin{aligned} \because \angle MOC \text{ 与 } \angle BOC \text{ 互余}, \\ \therefore \angle MOC + \angle BOC = 90^\circ, \\ \because \angle MOC = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha), \\ \angle BOC = 180^\circ - 120^\circ - \alpha, \\ \therefore \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) + 180^\circ - 120^\circ - \alpha = 90^\circ, \\ \therefore \alpha = 40^\circ; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \because \angle MOC \text{ 与 } \angle BOC \text{ 互余}, \\ \therefore \angle MOC + \angle BOC = 90^\circ, \\ \because \angle MOC = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha), \\ \angle BOC = \angle AOB - \angle AOC = \angle AOB - 2\angle MOC = 120^\circ - 2 \times \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = \alpha - 60^\circ, \\ \therefore \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) + \alpha - 60^\circ = 90^\circ, \\ \therefore \alpha = 120^\circ, \\ \therefore \alpha \text{ 的值为 } 40^\circ \text{ 或 } 120^\circ; \end{aligned}$$

(1)根据题意可知OC的位置有两种情况，分情况讨论计算∠BOC的值；



(2)①读懂题意，确定 OC ， OM 的位置，根据角平分线定义，角的和差，计算 $\angle MOB$ 的度数；

②读懂题意，根据 OC 的两种位置，分情况计算 α 的值。

本题考查了互余角，互补角，角平分线，解题的关键是读懂题意，确定射线位置，分情况讨论解决问题。

27. 【答案】 $\frac{3}{5}$ $r(M_2) < r(M_1) < r(M_3)$ 1或4

【解析】解：(1)①由图可知： $AM_1 = -\frac{1}{2} - (-2) = \frac{3}{2}$ ， $BM_1 = 2 - (-\frac{1}{2}) = \frac{5}{2}$ ，

$$\therefore \frac{AM_1}{BM_1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore r(M_1) = \frac{3}{5}$$

故答案为： $\frac{3}{5}$ ；

②由题意，得： $r(M_1) = \frac{AM_1}{BM_1}$ ， $r(M_2) = \frac{AM_2}{BM_2}$ ， $r(M_3) = \frac{AM_3}{BM_3}$ ，

由图可知： $AM_3 > AM_1 > AM_2$ ， $BM_3 < BM_1 < BM_2$ ，

\therefore 分数的分子越大，分母越小，分数就越大，

$$\therefore \frac{AM_3}{BM_3} > \frac{AM_1}{BM_1} > \frac{AM_2}{BM_2}$$

$$\therefore r(M_2) < r(M_1) < r(M_3)$$

故答案为： $r(M_2) < r(M_1) < r(M_3)$ ；

(2) \therefore 点 C 是数轴上点 A 、 B 的“3倍伴随点”，

$$\therefore \frac{AC}{BC} = 3$$

$$\therefore AC = 3BC$$

设： C 点所表示的数为 x ，

当 C 在 AB 中间时： $x - (-2) = 3(2 - x)$ ，解得： $x = 1$ ；

当 C 在 B 的右侧时： $x - (-2) = 3(x - 2)$ ，解得： $x = 4$ ；

综上： C 点表示的数为：1或4；

故答案为：1或4；

(3) 设 D 点表示的数为 a ，

当 D 在 A 点左侧时， $AD = -2 - a$ ， $BD = 2 - a$ ，

\therefore 点 E 、 F 分别为 AD 、 BD 的中点，

$$\therefore AE = \frac{-2-a}{2}$$
， $BF = \frac{2-a}{2}$ ，

$$\therefore AF = |AB - BF| = |4 - \frac{2-a}{2}| = |3 + \frac{a}{2}|$$
，

$$BE = AB + AE = 4 - 1 - \frac{a}{2} = 3 - \frac{a}{2}$$
，

$$\therefore EB + FA = 8$$
，

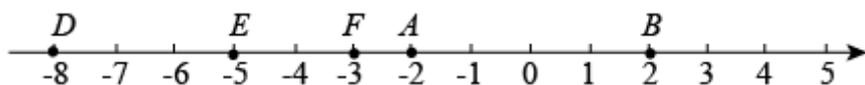
$$\therefore |3 + \frac{a}{2}| + 3 - \frac{a}{2} = 8$$
，

解得： $a = -8$ ，

$$\therefore AD = -2 - (-8) = 6$$
， $BD = 2 - (-8) = 10$ ，



$$\therefore d = \frac{AD}{BD} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5};$$



当D在B点右侧时， $AD = a + 2$ ， $BD = a - 2$ ，

\therefore 点E、F分别为AD、BD的中点，

$$\therefore AE = \frac{2+a}{2} = 1 + \frac{a}{2}, BF = \frac{a-2}{2} = \frac{a}{2} - 1,$$

$$\therefore BE = |AB - AE| = |4 - 1 - \frac{a}{2}| = |3 - \frac{a}{2}|,$$

$$AF = AB + BF = 4 + \frac{a}{2} - 1 = 3 + \frac{a}{2},$$

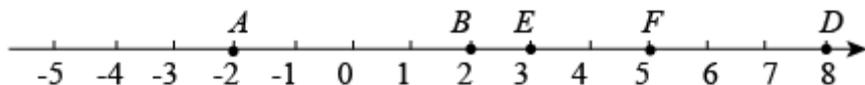
$$\therefore EB + FA = 8,$$

$$\therefore |3 - \frac{a}{2}| + 3 + \frac{a}{2} = 8,$$

解得： $a = 8$ ，

$$\therefore AD = a + 2 = 8 + 2 = 10, BD = a - 2 = 8 - 2 = 6,$$

$$\therefore d = \frac{AD}{BD} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3};$$



综上： $d = \frac{5}{3}$ ，点D表示的数为8； $d = \frac{3}{5}$ 点D表示的数为-8.

(1)①求出 AM_1 ， BM_1 ，根据“ m 倍伴随点”的定义，进行求解即可；

②根据定义，结合点在数轴上的位置，进行比较即可；

(2)根据点C是数轴上点A、B的“3倍伴随点”，结合定义进行求解即可；

(3)分D在A点左侧，和D在B点右侧，进行讨论求解即可.

本题考查了数轴上两点间的距离，一元一次方程的应用，掌握“ m 倍伴随点”的定义是关键.