



# 石景山区 2021 年初三统一练习

## 数学试卷

学校 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 准考证号 \_\_\_\_\_

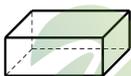
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在答题卡上，选择题、作图题请用 2B 铅笔作答，其他试题请用黑色字迹签字笔作答。在试卷上作答无效。
4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列几何体中，是长方体的为



A



B



C



D

2. 2020 年 11 月 10 日，中国“奋斗者”号载人潜水器在马里亚纳海沟成功坐底，坐底深度 10 909 米，刷新中国载人深潜的新纪录。将 10 909 用科学记数法表示应为

- A.  $0.10909 \times 10^5$     B.  $1.0909 \times 10^5$     C.  $1.0909 \times 10^4$     D.  $10.909 \times 10^3$

3. 实数  $m$ ， $n$  在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



- A.  $m < -1$     B.  $|-2n| < 0$     C.  $m + n < 0$     D.  $n - 2m > 0$

4. 在下列面点烘焙模具中，其图案是中心对称图形的是



A



B



C

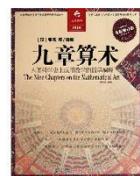


D

5. 若一个多边形的内角和为  $540^\circ$ ，则这个多边形的边数是

- A. 6    B. 5    C. 4    D. 3

6. 《九章算术》是中国传统数学重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架。其中《盈不足》卷记载了一道有趣的数学问题：“今有共买物，人出八，赢三；人出七，不足四。问人数、物价各几何？”译文：“今有人合伙购物，每人出8钱，会多出3钱；每人出7钱，又差4钱。问人数、物价各多少？”设人数为 $x$ 人，物价为 $y$ 钱，根据题意，下面所列方程组正确的是



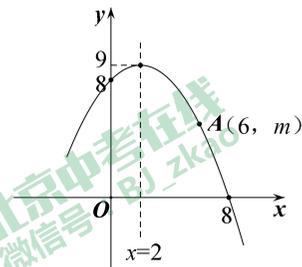
今有共買物人出八盈三人出七不足四問人  
數物價各幾何

- A.  $\begin{cases} 8x+3=y \\ 7x-4=y \end{cases}$       B.  $\begin{cases} 8x-3=y \\ 7x+4=y \end{cases}$   
C.  $\begin{cases} 8x+3=y \\ 7x+4=y \end{cases}$       D.  $\begin{cases} 8x-3=y \\ 7x-4=y \end{cases}$

7. 下列两个变量之间的关系为反比例关系的是  
A. 圆的周长与其半径的关系  
B. 平行四边形面积一定时，其一边长与这边上的高的关系  
C. 销售单价一定时，销售总价与销售数量的关系  
D. 汽车匀速行驶过程中，行驶路程与行驶时间的关系
8. 如图为某二次函数的部分图象，有如下四个结论：



- ①此二次函数表达式为 $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 9$   
②若点 $B(-1, n)$ 在这个二次函数图象上，则 $n > m$   
③该二次函数图象与 $x$ 轴的另一个交点为 $(-4, 0)$   
④当 $0 < x < 6$ 时， $m < y < 8$

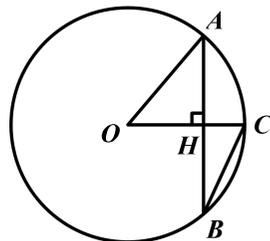


所有正确结论的序号是

- A. ①③      B. ①④      C. ②③      D. ②④

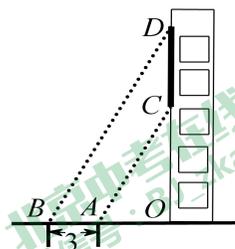
## 二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若二次根式 $\sqrt{x-5}$ 有意义，则 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.
10. 分解因式： $9x^2 - y^2 =$ \_\_\_\_\_.
11. 若 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ，则代数式 $\frac{x-y}{x+2y}$ 的值是\_\_\_\_\_.
12. 不透明的盒子中有3个红球，1个白球，这些球除颜色外无其他差别. 从中随机摸出一个球不放回，再从中随机摸出一个球，两次摸出的恰好都是红球的概率是\_\_\_\_\_.
13. 如图，在 $\odot O$ 中，半径 $OC \perp AB$ 于点 $H$ ，若 $\angle OAB = 40^\circ$ ，则 $\angle ABC =$ \_\_\_\_\_°.



第 13 题图

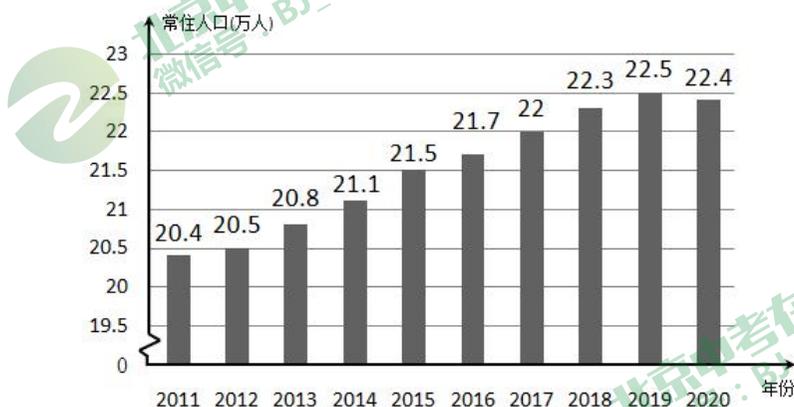
14. 如图，小石同学在  $A$ ， $B$  两点分别测得某建筑物上条幅两端  $C$ ， $D$  两点的仰角均为  $60^\circ$ ，若点  $O$ ， $A$ ， $B$  在同一直线上， $A$ ， $B$  两点间距离为 3 米，则条幅的高  $CD$  为\_\_\_\_\_米（结果可以保留根号）。



第 14 题图



15. 为了解某市常住人口的变化情况，收集并整理了 2011 年至 2020 年的常住人口（单位：万人）数据，绘制统计图如下：



根据统计图，写出一条有关该市常住人口变化情况的信息：\_\_\_\_\_。

16. 某餐厅在客人用餐完毕后收拾餐桌分以下几个步骤：①回收餐具与剩菜、清洁桌面；②清洁椅面与地面；③摆放新餐具。前两个步骤顺序可以互换，但摆放新餐具必须在前两个步骤都完成之后才可进行，每个步骤所花费时间如下表所示：

时间（分钟）\步骤	回收餐具与剩菜、清洁桌面	清洁椅面与地面	摆放新餐具
大桌	5	3	2
小桌	3	2	1

现有三名餐厅工作人员分别负责①回收餐具与剩菜、清洁桌面，②清洁椅面与地面，③摆放新餐具，每张桌子同一时刻只允许一名工作人员进行工作。现有两张小桌和一张大桌需要清理，那么将三张桌子收拾完毕最短需要\_\_\_\_\_分钟。

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{8} + |-5| - 4\cos 45^\circ$ .

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} x+5 > 3, \\ \frac{4x-3}{5} \geq \frac{x}{2}. \end{cases}$$

19. 下面是小景设计的“过直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程.

已知：如图 1，直线  $l$  和  $l$  外一点  $A$ .

求作：直线  $AE$ ，使得  $AE \perp l$  于点  $E$ .

- 作法：①在直线  $l$  上取一点  $B$ ，连接  $AB$ （如图 2）；  
 ②作线段  $AB$  的垂直平分线  $CD$ ，交  $AB$  于点  $O$ ；  
 ③以  $O$  为圆心， $OB$  长为半径作圆，交直线  $l$  于点  $E$ ；  
 ④作直线  $AE$ .

所以直线  $AE$  即为所求作的直线.

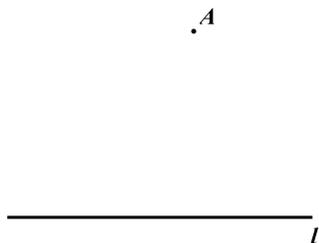


图 1

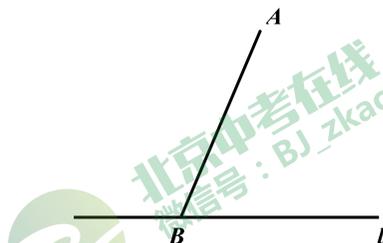


图 2

(1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.

证明： $\because CD$  为线段  $AB$  的垂直平分线，

$\therefore OA = \underline{\hspace{2cm}}$ .

$\therefore AB = 2OB$ .

$\therefore AB$  是  $\odot O$  的直径.

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$ （ $\underline{\hspace{3cm}}$ ）（填推理的依据）.

$\therefore AE \perp l$ .



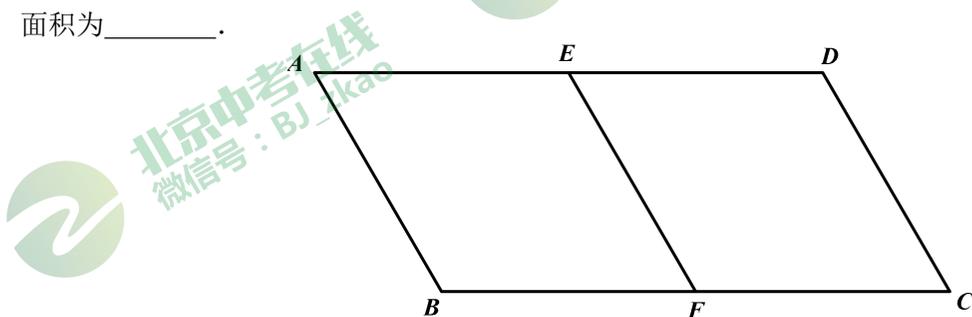


20. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (k+3)x + 3k = 0$ .

- (1) 求证：方程总有两个实数根；
- (2) 若该方程有一个根大于1，求  $k$  的取值范围.

21. 如图，在  $\square ABCD$  中， $BC = 2CD$ ， $E$ ， $F$  分别是  $AD$ ， $BC$  的中点，连接  $EF$ .

- (1) 求证：四边形  $EFCD$  是菱形；
- (2) 连接  $AF$ ，若  $AF = 2\sqrt{3}$ ， $\angle DEF = 60^\circ$ ，则  $EF$  的长为\_\_\_\_\_；菱形  $EFCD$  的面积为\_\_\_\_\_.



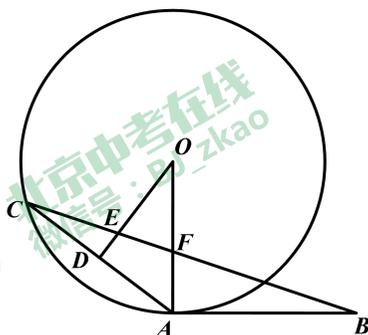
22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $l: y = x - 3$  与函数  $y = \frac{a}{x} (x > 0)$  的图象  $G$  交于点  $P(4, b)$ .

- (1) 求  $a$ ， $b$  的值；
- (2) 直线  $l_1: y = kx (k \neq 0)$  与直线  $l$  交于点  $M$ ，与图象  $G$  交于点  $N$ ，点  $M$  到  $y$  轴的距离记为  $d_1$ ，点  $N$  到  $y$  轴的距离记为  $d_2$ ，当  $d_1 > d_2$  时，直接写出  $k$  的取值范围.

23. 如图,  $OA$  是  $\odot O$  的半径,  $AB$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ , 点  $C$  在  $\odot O$  上且  $AC = AB$ ,  $D$  为  $AC$  的中点, 连接  $OD$ , 连接  $CB$  交  $OD$  于点  $E$ , 交  $OA$  于点  $F$ .

(1) 求证:  $OE = OF$ ;

(2) 若  $OE = 3$ ,  $\sin \angle AOD = \frac{3}{5}$ , 求  $BF$  的长.



24. 阅读下面材料:

小石遇到这样一个问题: 如图1,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $D, E$  分别是  $\angle ABC$  的边  $BA, BC$  上的动点 (不与点  $B$  重合),  $\angle ADE$  与  $\angle DEC$  的角平分线交于点  $P$ ,  $\triangle DBE$  的周长为  $a$ , 过点  $P$  作  $PM \perp BA$  于点  $M$ ,  $PN \perp BC$  于点  $N$ , 求  $PM + PN$  与  $\triangle DBE$  的周长  $a$  的数量关系.

小石通过测量发现了垂线段  $PM$  与  $PN$  的数量关系, 从而构造全等三角形和直角三角形, 经过推理和计算使问题得到解决.

请回答: 线段  $PM$  与  $PN$  的数量关系为\_\_\_\_\_;

$PM + PN$  与  $a$  的数量关系是\_\_\_\_\_.

参考小石思考问题的方法, 解决问题:

如图2, 当  $\angle ABC = 60^\circ$  时, 其它条件不变, 判断点  $P$  到  $DE$  的距离  $PH$  与  $\triangle DBE$  的周长  $a$  的数量关系, 并简要说明理由.

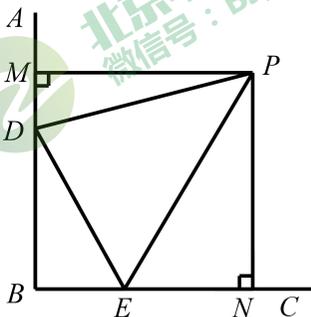


图 1

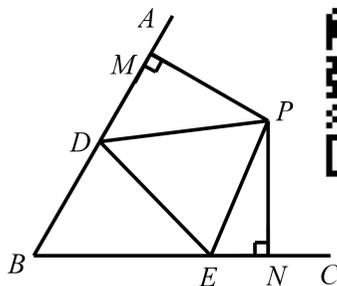


图 2



25. 某校举行“云端好声音”线上歌唱比赛活动丰富同学们的居家生活. 由1至4号的专业评委和5至10号的大众评委进行评分.

例如 A 节目演出后各个评委所给分数如下:

评委编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
评分/分	7.2	7.5	7.8	7.5	8.2	9.7	7.9	6.7	8.5	9.4

评分方案如下:

**方案一:** 取各位评委所给分数的平均数, 则该节目的得分为

$$\bar{x} = \frac{7.2+7.5+7.8+7.5+8.2+9.7+7.9+6.7+8.5+9.4}{10} = 8.04.$$

**方案二:** 从评委所给的分数中先去掉一个最高分和一个最低分, 再取其余八位评委所给分数的平均数, 则该节目的得分为

$$\bar{x} = \frac{7.2+7.5+7.8+7.5+8.2+7.9+8.5+9.4}{8} = 8.00.$$

回答下列问题:

- (1) 小乐认为“方案二”比“方案一”更合理, 你\_\_\_\_\_小乐的说法吗(填“同意”或“不同意”) ? 理由是\_\_\_\_\_;
- (2) 小乐认为评分既要突出专业评审的权威性又要尊重大众评审的喜爱度, 因此设计了“方案三”: 先计算1至4号评委所给分数的平均数  $\bar{x}_1 = 7.5$ , 5至10号评委所给分数的平均数  $\bar{x}_2 = 8.4$ , 再根据比赛的需求设置相应的权重 ( $f_1$  表示专业评委的权重,  $f_2$  表示大众评委的权重, 且  $f_1 + f_2 = 1$ ).

如 当  $f_1 = 0.7$  时, 则  $f_2 = 1 - 0.7 = 0.3$ .

该节目的得分为  $\bar{x} = f_1 \bar{x}_1 + f_2 \bar{x}_2 = 0.7 \times 7.5 + 0.3 \times 8.4 = 7.77$ .

I. 当按照“方案三”中  $f_1 = 0.6$  评分时, A 节目的得分为\_\_\_\_\_;

II. 关于评分方案, 下列说法正确的有\_\_\_\_\_.

- ① 当  $f_1 = 0.5$  时, A 节目按照“方案三”和“方案一”评分结果相同;
- ② 当  $f_1 > 0.4$  时, 说明“方案三”评分更注重节目的专业性;
- ③ 当  $f_1 = 0.3$  时, A 节目按照“方案三”评分的结果比“方案一”和“方案二”都高.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A$  是抛物线  $y = -x^2 + 2mx - m^2 + 2m + 1$  的顶点.

- (1) 求点  $A$  的坐标 (用含  $m$  的代数式表示);
- (2) 若射线  $OA$  与  $x$  轴所成的锐角为  $45^\circ$ , 求  $m$  的值;
- (3) 将点  $P(0,1)$  向右平移 4 个单位得到点  $Q$ , 若抛物线与线段  $PQ$  只有一个公共点, 直接写出  $m$  的取值范围.

27. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ ). 点  $E$  是  $\triangle ABC$  内一动点, 连接  $AE$ ,  $CE$ , 将  $\triangle AEC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $\alpha$ , 使  $AC$  边与  $AB$  重合, 得到  $\triangle ADB$ , 延长  $CE$  与射线  $BD$  交于点  $M$  (点  $M$  与点  $D$  不重合).

- (1) 依题意补全图 1;
- (2) 探究  $\angle ADM$  与  $\angle AEM$  的数量关系为\_\_\_\_\_;
- (3) 如图 2, 若  $DE$  平分  $\angle ADB$ , 用等式表示线段  $MC$ ,  $AE$ ,  $BD$  之间的数量关系, 并证明.

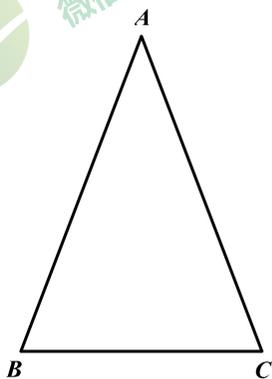


图 1

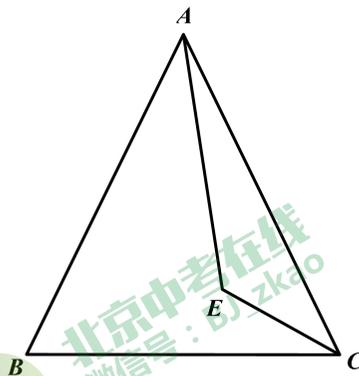


图 2

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P$  和线段  $ST$ , 我们定义点  $P$  关于线段  $ST$  的

$$\text{线段比 } k = \begin{cases} \frac{PS}{ST} & (PS < PT), \\ \frac{PT}{ST} & (PS \geq PT). \end{cases}$$

- (1) 已知点  $A(0,1)$ ,  $B(1,0)$ .
  - ① 点  $Q(2,0)$  关于线段  $AB$  的线段比  $k =$ \_\_\_\_\_;
  - ② 点  $C(0,c)$  关于线段  $AB$  的线段比  $k = \sqrt{2}$ , 求  $c$  的值.
- (2) 已知点  $M(m,0)$ , 点  $N(m+2,0)$ , 直线  $y = x + 2$  与坐标轴分别交于  $E$ ,  $F$  两点, 若线段  $EF$  上存在点使得这一点关于线段  $MN$  的线段比  $k \leq \frac{1}{4}$ , 直接写出  $m$  的取值范围.

