东城区 2023—2024 学年度第一学期期末统一检测

高 三 数 学

2024.1

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分(选择题　共 40 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1)已知全集 $U=\{x|0<x<4\}$，集合 $A=\{x|0<x<2\}$，则 $\complement_U A=$

(A)$\{x|2<x<4\}$　(B)$\{x|2<x\leqslant 4\}$　(C)$\{x|2\leqslant x<4\}$　(D)$\{x|2\leqslant x\leqslant 4\}$

(2)若复数 z 满足 $z(1+\mathrm{i})=\mathrm{i}$，则 z 的共轭复数 $\bar{z}=$

(A)$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　(B)$-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　(C)$-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　(D)$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

(3)$(x+\frac{1}{x})^5$ 的展开式中，x 的系数为

(A)1　(B)5　(C)10　(D)20

(4)设等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数．S_n 为其前 n 项和，若 $a_1=2$，$a_2a_3a_4=a_9$，则 $S_3=$

(A)6　(B)8　(C)12　(D)14

(5)已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，对任意实数 λ,μ，下列结论正确的是

(A)$(\lambda\boldsymbol{a}-\mu\boldsymbol{b})\cdot(\lambda\boldsymbol{a}-\mu\boldsymbol{b})=0$　(B)$(\lambda\boldsymbol{a}-\mu\boldsymbol{b})\cdot(\mu\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})=0$

(C)$(\lambda\boldsymbol{a}-\mu\boldsymbol{b})\cdot(\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b})=0$　(D)$(\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b})\cdot(\mu\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})=0$

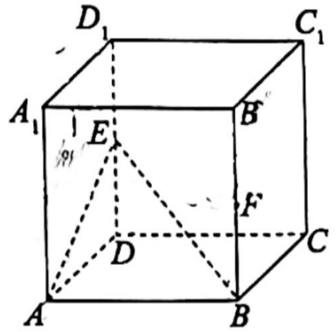
(6)如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，E，F 分别是 DD_1，BB_1 的中点．用过点 F 且平行于平面 ABE 的平面去截正方体，得到的截面图形的面积为

(A)$2\sqrt{5}$

(B)$\sqrt{6}$

(C)$\sqrt{5}$

(D)$\frac{\sqrt{5}}{2}$

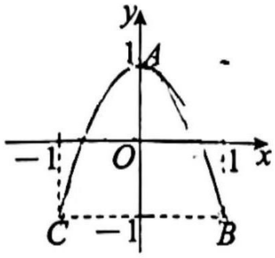


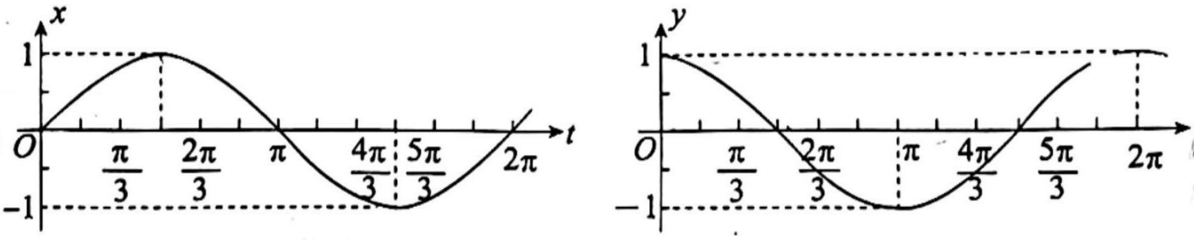
(7)已知 $a>0,b>0$，则“$a^{\frac{1}{2}}>b^{\frac{1}{2}}$”是“$\frac{1}{2^a}<\frac{1}{2^b}$”的

(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

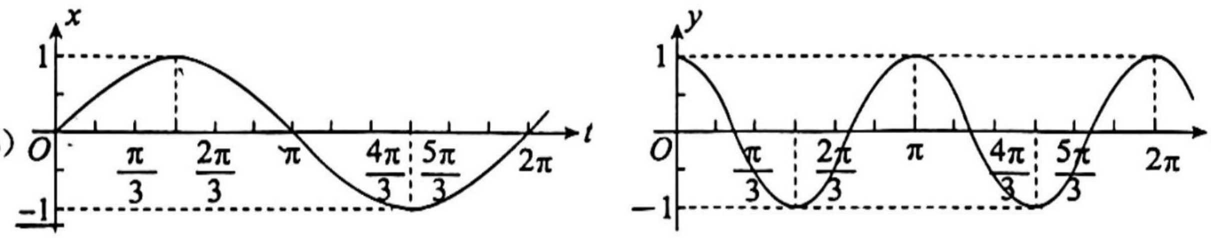
(C)充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

(8)一粒子在平面上运动的轨迹为抛物线的一部分，在该平面上建立直角坐标系后，该粒子的运动轨迹如图所示. 在 $t=0$ 时刻，粒子从点 $A(0,1)$ 出发，沿着轨迹曲线运动到 $B(1,-1)$，再沿着轨迹曲线途经 A 点运动到 $C(-1,-1)$，之后便沿着轨迹曲线在 B,C 两点之间循环往复运动. 设该粒子在 t 时刻的位置对应点 $P(x,y)$，则坐标 x,y 随时间 $t(t\geqslant 0)$ 变化的图象可能是

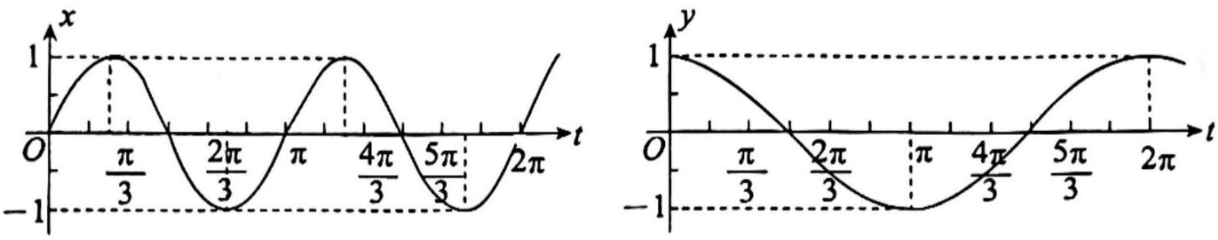


(A)


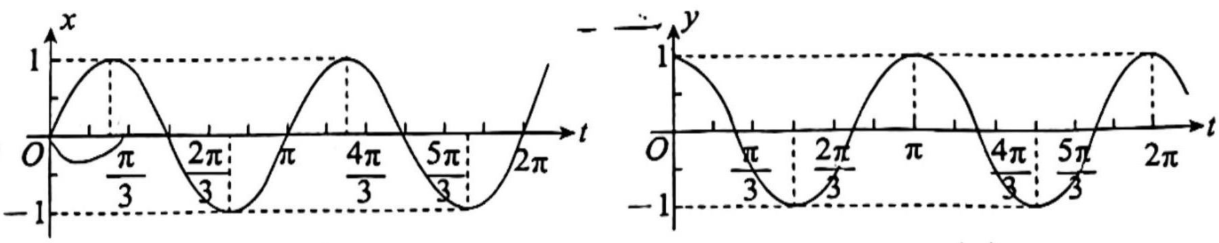
$x=f(t)$　　$y=g(t)$

(B)


$x=f(t)$　　$y=g(t)$

(C)


$x=f(t)$　　$y=g(t)$

(D)


$x=f(t)$　　$y=g(t)$

(9)已知线段 AB 的长度为 10，M 是线段 AB 上的动点(不与端点重合). 点 N 在圆心为 M，半径为 MA 的圆上，且 B,M,N 不共线，则△BMN 的面积的最大值为

(A)$\frac{25}{2}$　　(B)$\frac{25}{4}$　　(C)$\frac{25\sqrt{3}}{2}$　　(D)$\frac{25\sqrt{3}}{4}$

(10)设函数 $f(x)=\cos x+\sqrt{\cos 2x}$，对于下列四个判断：

①函数 $f(x)$ 的一个周期为 π；

②函数 $f(x)$ 的值域是 $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},2\right]$；

③函数 $f(x)$ 的图象上存在点 $P(x,y)$，使得其到点 $(1,0)$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$；

④当 $x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ 时，函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y=2$ 有且仅有一个公共点

正确的判断是

A. ①　　B. ②　　C. ③　　D. ④

第二部分(非选择题　共 110 分)

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11)函数 $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$ 的定义域为________.

(12)已知双曲线 C：$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{2}=1$，则双曲线 C 的渐近线方程是________；直线 $x=1$ 与双曲线相交于 M,N 两点，则 $|MN|=$________.

(13)已知函数 $f(x)=\sin(x+\omega)(\varphi>0)$，若 $f(-\frac{\pi}{6})=f(\frac{\pi}{2})$，则 φ 的一个取值为________.

(14)设函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-1, & x<a,\\ x^2+a, & x\geq a.\end{cases}$

①若 $a=-2$，则 $f(x)$ 的最小值为________；

②若 $f(x)$ 有最小值，则实数 a 的取值范围是________

(15)一般地，对于数列 $\{a_n\}$，如果存在一个正整数 t，使得当 n 取每一个正整数时，都有 $a_{n+t}=a_n$，那么数列 $\{a_n\}$ 就叫做周期数列，t 叫做这个数列的一个周期. 给出下列四个判断：

①对于数列 $\{a_n\}$，若 $a_i\in\{1,2\}(i=1,2,3,\cdots)$，则 $\{a_n\}$ 为周期数列；

②若 $\{a_n\}$ 满足：$a_{2n}=a_{2n+2}$，$a_{2n-1}=a_{2n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $\{a_n\}$ 为周期数列；

③若 $\{a_n\}$ 为周期数列，则存在正整数 M，使得 $|a_n|<M$ 恒成立；

④已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为非零整数，S_n 为其前 n 项和，若存在正整数 M，使得 $|S_n|<M$ 恒成立，则 $\{a_n\}$ 为周期数列.

其中所有正确判断的序号是________.

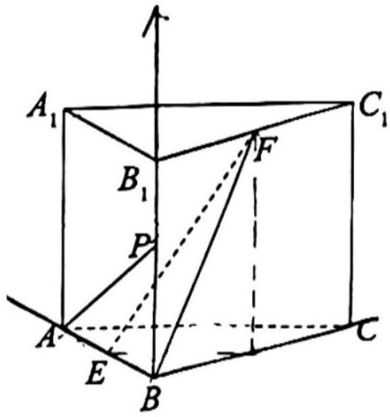
三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16)(本小题 14 分)

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ABC=90°$，$AB=BC=BB_1=2$，E，F 分为 AB，B_1C_1 的中点.

(Ⅰ)求证：EF∥平面 ACC_1A_1；

(Ⅱ)若点 P 是棱 BB_1 上一点，且直线 AP 与平面 BEF 所成角的正弦值为 $\frac{1}{5}$，求线段 BP 的长.



(17)(本小题 13 分)

在△ABC 中，$BC=4$，$AC=\sqrt{13}$，$AB=1$

(Ⅰ)求∠B；

(Ⅱ)若 D 为 BC 边上一点，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使△ABD 存在且唯一确定，求△ABD 的面积.

条件①：$\angle ADB=\frac{\pi}{4}$；

条件②：$AD=\frac{2\sqrt{2}}{3}$；

条件③：△ABD 的周长为 $3+\sqrt{3}$.

注：如果选择的条件不符合要求，第(Ⅱ)问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

(18)(本小题 13 分)

某科目进行考试时，从计算机题库中随机生成一份难度相当的试卷. 规定每位同学有三次考试机会，一旦某次考试通过，该科目成绩合格，无需再次参加考试，否则就继续参加考试，直到用完三次机会. 现从 2022 年和 2023 年这两年的第一次、第二次、第三次参加考试的考生中，分别随机抽取 100 位考生，获得数据如下表：

	2022 年		2023 年	
	通过	未通过	通过	未通过
第一次	60 人	40 人	50 人	50 人
第二次	70 人	30 人	60 人	40 人
第三次	80 人	20 人	m 人	$(100-m)$人

假设每次考试是否通过相互独立.

(Ⅰ)从 2022 年和 2023 年第一次参加考试的考生中各随机抽取一位考生，估计这两位考生都通过考试的概率；

(Ⅱ)小明在 2022 年参加考试，估计他不超过两次考试该科目成绩合格的概率；

(Ⅲ)若 2023 年考生成绩合格的概率不低于 2022 年考生成绩合格的概率，则 m 的最小值为下列数值中的哪一个？(直接写出结果)

m 的值	83	88	93

(19)(本小题 15 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，左、右顶点分别为 A,B，$|AF|=2+\sqrt{3}$，$|BF|=2-\sqrt{3}$.

(Ⅰ)求椭圆 C 的方程；

(Ⅱ)设 O 是坐标原点，M,N 是椭圆 C 上不同的两点，且关于 x 轴对称，E,G 分别为线段 OM,MB 的中点，直线 AE 与椭圆 C 交于另一点 D. 证明：D,G,N 三点共线.

(20)(本小题 15 分)

已知函数 $f(x)=\frac{x-1}{x+1}-ke^x,k>0$.

(Ⅰ)若 $k=1$，求曲线 $y=f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(Ⅱ)若 $1\leqslant k<2$，求证：函数 $y=f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有极大值 m，且 $-3<m<1$.

(21)(本小题 15 分)

若有穷数列 $A:a_1,a_2,\cdots,a_n(n>4)$ 满足：$a_i+a_{n+1-i}=c(c\in\mathbf{R},i=1,2,\cdots,n)$，则称此数列具有性质 P_c.

(Ⅰ)若数列 $A:-2,a_2,a_3,2,6$ 具有性质 P_c，求 a_2,a_3,c 的值；

(Ⅱ)设数列 A 具有性质 P_0，且 $a_1<a_2<\cdots<a_n$，n 为奇数，当 $a_i,a_j>0(1\leqslant i,j\leqslant n)$ 时，存在正整数 k，使得 $a_j-a_i=a_k$，求证：数列 A 为等差数列；

(Ⅲ)把具有性质 P_c，且满足 $|a_{2k-1}+a_{2k}|=m(k\in\mathbf{N}^*,k\leqslant\frac{n}{2},m$ 为常数$)$的数列 A 构成的集合记作 $T_c(n,m)$. 求出所有的 n，使得对任意给定的 m,c，当数列 $A\in T_c(n,m)$ 时，数列 A 中一定有相同的两项，即存在 $a_i=a_j(i\neq j,1\leqslant i,j\leqslant n)$.

东城区 2023—2024 学年度第一学期期末统一检测

高三数学参考答案及评分标准　　　　2024.1

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

（1）C	（2）D	（3）C	（4） D	（5） B
（6） A	（7）C	（8）B	（9） A	（10）D

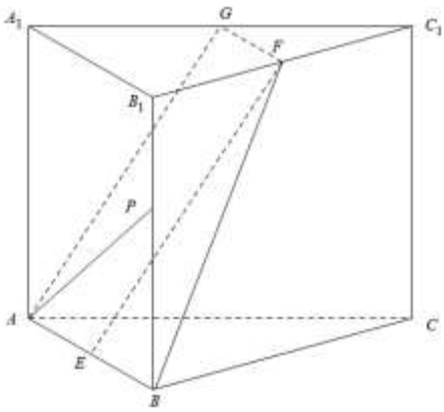
二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

（11）$(0,1)\cup(1,+\infty)$　　（12） $y=\pm\sqrt{2}x$　$2\sqrt{6}$　　（13） $\dfrac{\pi}{3}$ (答案不唯一)

（14）① -2　② $(-\infty,-1]$　　（15）②③

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（共 14 分）



解：（I）取 A_1C_1 中点 G，连接 FG, AG .

在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，

因为 E,F,G 分别为 AB,B_1C_1，A_1C_1 的中点，

所以 $AE\parallel A_1B_1, GF\parallel A_1B_1$, $GF=\dfrac{1}{2}A_1B_1$, $AE=\dfrac{1}{2}A_1B_1$.

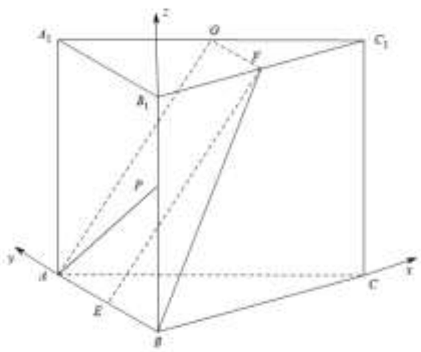
所以 $GF\parallel AE$，$GF=AE$.

所以四边形 $EFGA$ 为平行四边形，

所以 $EF\parallel AG$.

又因为 $EF\not\subset$ 平面 ACC_1A_1，$AG\subset$ 平面 ACC_1A_1，

所以 $EF\parallel$ 平面 ACC_1A_1 .　　…………………………6 分



（II）在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $BB_1\perp$ 平面 ABC .

而 $BA\subset$ 平面 ABC，$BC\subset$ 平面 ABC，

所以 $BB_1\perp BA$，$BB_1\perp BC$

因为 $\angle ABC=90^\circ$，$BA\perp BC$，

所以 BA，BC , BB_1 两两互相垂直.

如图，建立空间直角坐标系 $B-xyz$.

则 A（0，2，0），B（0，0，0），C（2，0，0），E（0，1，0），F（1，0，2）.

设 P（0，0，m）, $m\in[0,2]$，

则 $\overrightarrow{AP}=(0,-2,m)$，$\overrightarrow{BE}=(0,1,0)$，$\overrightarrow{BF}=(1,0,2)$.

设平面 BEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

所以$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BE}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}y=0,\\ x+2z=0.\end{cases}$

设$z=-1$，则$\boldsymbol{n}=(2,0,-1)$

设AP与平面BEF所成的角为θ，

则$\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{AP},\boldsymbol{n}\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{AP}\cdot\boldsymbol{n}\right|}{\left|\overrightarrow{AP}\right|\cdot\left|\boldsymbol{n}\right|}=\dfrac{|-m|}{\sqrt{5}\sqrt{(-2)^2+m^2}}=\dfrac{1}{5}$.

解得$m^2=1,m=\pm1$.因为$m\in[0,2]$，所以$m=1$.

于是，$BP=1$. ……………………………………………………………………14 分

（17）（本小题 13 分）

解：（I）在$\triangle ABC$中,由余弦定理得

$$\cos B=\frac{BC^2+AB^2-AC^2}{2BC\cdot AB}$$

又因为$BC=4$，$AC=\sqrt{13}$，$AB=1$，

所以$\cos B=\dfrac{4^2+1^2-(\sqrt{13})^2}{2\times4\times1}=\dfrac{1}{2}$.

又$B\in(0,\pi)$,所以$\angle B=\dfrac{\pi}{3}$. ……………………………………… ………………………5 分

（II）选择条件①：$\angle ADB=\dfrac{\pi}{4}$.

在$\triangle ADB$中，由正弦定理 $\dfrac{AD}{\sin B}=\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}$，得 $\dfrac{AD}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$，

所以$AD=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

所以$\sin\angle BAD=\sin(\angle B+\angle ADB)$

$=\sin B\cos\angle ADB+\cos B\sin\angle ADB$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

所以$S_{\Delta ABD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot AD\sin\angle BAD$.

$=\dfrac{1}{2}\times1\times\dfrac{\sqrt{6}}{2}\times\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$=\dfrac{3+\sqrt{3}}{8}$. ………………………………………………………………13 分

选择条件③：由余弦定理 $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD\cos B$，$AB + BD + AD = 3\sqrt{3}$，

得 $\left(2+\sqrt{3}-BD\right)^2 = 1 + BD^2 - BD$，

解得 $BD = 2$，

所以 $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2}AB \cdot BD\sin B = \frac{1}{2}\times 1\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. ....13 分

(18)（本小题 13 分）

解：(I) 由表格中的数据可知：

2022 年 100 名参加第一次考试的考生中有 60 名通过考试，所以估计考生第一次考试通过的概率为 $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$；

2023 年 100 名参加第一次考试的考生中有 50 名通过考试，所以估计考生第一次考试通过的概率为 $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$；

从 2022 年、2023 年第一次参加考试的考生中各随机抽取一位考生，这两位考生都通过考试的概率为 $\frac{3}{5}\times\frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ . ...4 分

(II) 记“2022 年考生在第 i 次考试通过”为事件 $A_i (i = 1,2,3)$，

“小明 2022 年参加考试，他通过不超过两次考试该科目成绩合格”为事件 A，

则 $P(A_1) = \frac{3}{5}, P(A_2) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}, P(A_3) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}.$

小明一次考试该科目成绩合格的概率 $P(A_1) = \frac{3}{5}$，

小明两次考试该科目成绩合格的概率

$P(\overline{A_1}A_2) = (1-\frac{3}{5})\times\frac{7}{10} = \frac{7}{25}$，

所以小明不超过两次考试该科目成绩合格的概率

$P(A) = P(A_1 \cup \overline{A_1}A_2) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) = \frac{3}{5} + \frac{7}{25} = \frac{22}{25}$ . ...10 分

(III) 88. ....13 分

(19)（本小题 15 分）

解：(Ⅰ) 由题意得 $\begin{cases} a + c = 2+\sqrt{3}, \\ a - c = 2-\sqrt{3}, \\ a^2 = b^2 + c^2, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a = 2, \\ b = 1, \\ c = \sqrt{3}. \end{cases}$

所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. ....5 分

（II）证明：由（Ⅰ）得，$A(-2,0),B(2,0)$.

设$M(m,n)$，则$N(m,-n)$，且满足$m^2+4n^2=4$.

因为E为线段OM的中点，所以$E\left(\frac{m}{2},\frac{n}{2}\right)$.

所以直线$AE: y=\frac{n}{m+4}(x+2)$.

设$D(x_1,y_1)$,

由$\begin{cases} y=\frac{n}{m+4}(x+2) \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$ 得 $\left[(m+4)^2+4n^2\right]x^2+16n^2x+16n^2-4(m+4)^2=0$.

因为$m^2+4n^2=4$，所以 $(2m+5)x^2+(4-m^2)x-(2m^2+8m+12)=0$.

所以$-2x_1=-\frac{2m^2+8m+12}{2m+5}$， 解得$x_1=\frac{m^2+4m+6}{2m+5}$，则$y_1=\frac{n(m+4)}{2m+5}$，

所以$D\left(\frac{m^2+4m+6}{2m+5},\frac{n(m+4)}{2m+5}\right)$.

因为G为线段MB的中点，所以$G\left(\frac{m+2}{2},\frac{n}{2}\right)$.

所以直线GN的方程为$y+n=-\frac{3n}{m-2}(x-m)$，

代入D点坐标，得

左式=$\frac{n(m+4)}{2m+5}+n=\frac{3n(m+3)}{2m+5}$，

右式=$\frac{3n}{2-m}\left(\frac{m^2+4m+6}{2m+5}-m\right)=\frac{3n(m+3)}{2m+5}$.

所以左式=右式.

所以D,G,N三点共线. 15分

（20）（本小题 15 分）

解：（I）若$k=1$，则$f(x)=\frac{x-1}{x+1}-e^x$，

所以$f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}-e^x$，

所以$f'(0)=\frac{2}{(0+1)^2}-e^0=1$，

又因为$f(0)=\frac{0-1}{0+1}-e^0=-2$，

所以曲线$y=f(x)$在$(0,f(0))$处的切线方程为$y-(-2)=(x-0)$，

即 $y=x-2$. ………… ……………………………………………………………6 分

（II）若$1\le k<2$，因为 $f'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}-ke^x$，

设函数 $g(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}-ke^x$，

则 $g'(x)=-\dfrac{4}{(x+1)^3}-ke^x<0\ (x\in(0,+\infty))$

所以 $f'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}-ke^x$ 为$(0,+\infty)$上的减函数.

当时$1\le k<2$时， $f'(0)=\dfrac{2}{(0+1)^2}-ke^0=2-k\le 0$，

$f'(\dfrac{1}{2})=\dfrac{2}{(\dfrac{1}{2}+1)^2}-ke^{\frac{1}{2}}=\dfrac{8}{9}-ke^{\frac{1}{2}}<\dfrac{8}{9}-e^{\frac{1}{2}}<0$，

所以存在 $x_0\in(0,\dfrac{1}{2})$，使得 $f'(x_0)=0$，即 $\dfrac{2}{(x_0+1)^2}-ke^{x_0}=0$.

当 x 变化时有

x	$(0,x_0)$	x_0	$(x_0,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	极大值	↘

所以当$1\le k<2$时，函数 $y=f(x)$ 在$(0,+\infty)$上有极大值.

$m=f(x_0)=\dfrac{x_0-1}{x_0+1}-ke^{x_0}$，

由 $\dfrac{2}{(x_0+1)^2}-ke^{x_0}=0$，得 $m=\dfrac{x_0-1}{x_0+1}-\dfrac{2}{(x_0+1)^2}=-\dfrac{2}{(x_0+1)^2}-\dfrac{2}{x_0+1}+1$.

因为 $x_0>0$，所以 $\dfrac{1}{x_0+1}\in(0,1)$.

得 $-3<m<1$. ……………………………………………15 分

(21)（本小题 15 分）

解：(I) 由于数列 A: -2，a_2，a_3，2，6 具有性质 P_c，

所以 $a_1+a_5=-2+6=4=c$.

由 $a_2+a_4=4$ 以及 $a_4=2$，得 $a_2=2$.

由 $a_3+a_3=4$，得 $a_3=2$. ....4 分

（Ⅱ）由于数列 A 具有性质 P_0，且 $a_1<a_2<\cdots<a_n$，n 为奇数，令 $n=2k+1$，可得 $a_{k+1}=0$，

设 $a_1<a_2<\cdots<a_k<a_{k+1}=0<a_{k+2}<a_{k+3}<\cdots<a_{2k+1}$.

由于当 a_i，$a_j>0\,(1\le i，j\le n)$ 时，存在正整数 k，使得 $a_j-a_i=a_k$，

所以 $a_{k+3}-a_{k+2}$，$a_{k+4}-a_{k+2}$，$a_{k+5}-a_{k+2}$，$\cdots$，$a_{2k+1}-a_{k+2}$ 这 $k-1$ 项均为数列 A 中的项,

且 $0<a_{k+3}-a_{k+2}<a_{k+4}-a_{k+2}<a_{k+5}-a_{k+2}<\cdots<a_{2k+1}-a_{k+2}<a_{2k+1}$，因此一定有

$a_{k+3}-a_{k+2}=a_{k+2}$，$a_{k+4}-a_{k+2}=a_{k+3}$，$a_{k+5}-a_{k+2}=a_{k+4}$，$\cdots$，$a_{2k+1}-a_{k+2}=a_{2k}$，

即：$a_{k+3}-a_{k+2}=a_{k+2}$，$a_{k+4}-a_{k+3}=a_{k+2}$，$a_{k+5}-a_{k+4}=a_{k+2}$，$\cdots$，$a_{2k+1}-a_{2k}=a_{k+2}$，

这说明：a_{k+2}，a_{k+3}，$\cdots$，a_{2k+1} 为公差为 a_{k+2} 的等差数列，再由数列 A 具有性质 P_0，以及

$a_{k+1}=0$ 可得，数列 A 为等差数列. ....9 分

（III）（1）当 $n=4k+2(k\in\mathbf{N}^*)$ 时，

设 $A: a_1$，a_2，$\cdots$，a_{2k-1}，a_{2k}，a_{2k+1}，a_{2k+2}，a_{2k+3}，a_{2k+4}，$\cdots$，a_{4k+1}，a_{4k+2}.

由于此数列具有性质 P_c，且满足 $|a_{2k+1}+a_{2k+2}|=m$，

由 $|a_{2k+1}+a_{2k+2}|=m$ 和 $a_{2k+1}+a_{2k+2}=c$ 得 $c=\pm m$.

① $c=m$ 时，不妨设 $a_1+a_2=m$，此时有：$a_2=m-a_1$，$a_{4k+1}=a_1$，此时结论成立.

② $c=-m$ 时，同理可证.

所以结论成立.

(2)当 $n=4k(k\in\mathbf{N}^*)$ 时，不妨设 $c=0$，$m=1$. 反例如下：

$-2k, 2k-1, -2k+2, 2k-3, \cdots, 1, -1, 2, \cdots, -2k+3, 2k-2, -2k+1, 2k$.

(3)当 $n=2k+3(k\in\mathbf{N}^*)$ 时，不妨设 $c=0$，$m=1$. 反例如下：

$(-1)^{k+1}\cdot(k+1), (-1)^k\cdot k, (-1)^{k-1}\cdot(k-1), \cdots, -1, 0, 1, -2, \cdots, (-1)^{k-2}\cdot(k-1)$,

$(-1)^{k-1}\cdot k, (-1)^k\cdot(k+1)$

综上所述，$n=4k+2(k\in \mathbf{N}^*)$ 符合题意. ....15 分.