

高一入学分班考试-数学

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 6 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 下列运算正确的是()

A、 $-3^2 = 9$

B、 $(-4)^2 = 8$

C、 $(-3)^2 = -9$

D、 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$



2. 函数 $y = 2x$ 与 $y = \frac{18}{x}$ 的图象相交于 A、B 两点(其中 A 在第一象限)，过 A 作 AC 垂直于 x 轴，垂足为 C，则 $\triangle ABC$ 的面积等于()

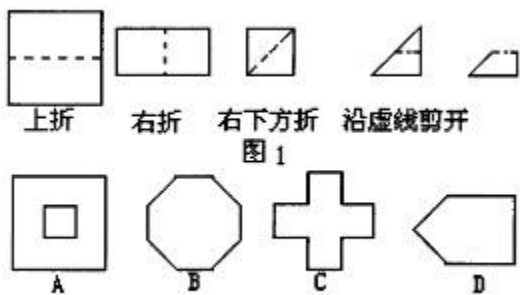
A、18 B、9

C、12 D、6

3. 若 a, b 为实数，满足 $\frac{1+a}{1-a} = \frac{1-b}{1+b}$ ，则 $(1+a+b)(2-a-b)$ 的值是()

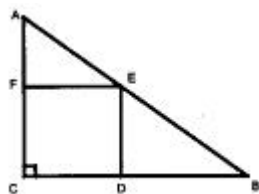
A、-1 B、0 C、1 D、2

4. 如图 1 所示，把一个正方形三次对折后沿虚线剪下，则所得的图形是()



5. 如图，已知直角三角形 ABC 中，斜边 AB=35，一个边长为 12 的正方形 CDEF 内接于 $\triangle ABC$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为()

A、81 B、84 C、85 D、88



6. 有 20 个同学排成一行，若从左往右隔 1 人报数，小李报 8 号，若从右往左隔 2 人报数，小陈报 6 号，那



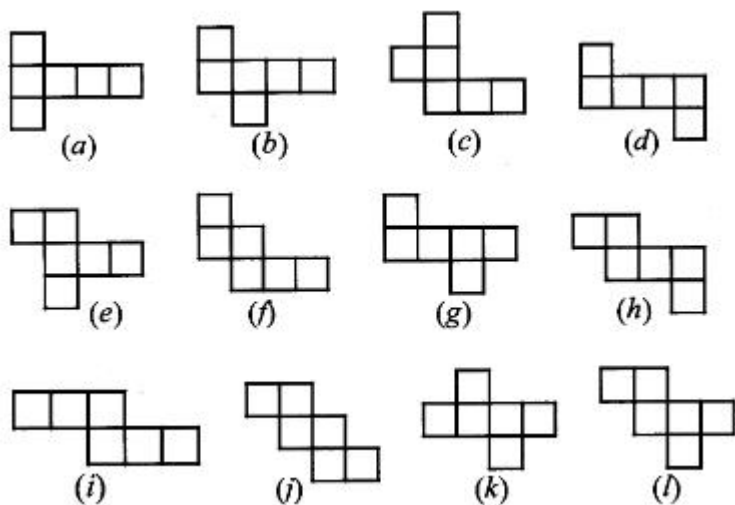


么，小陈开始向小李逐一报数，小李报的号数是()

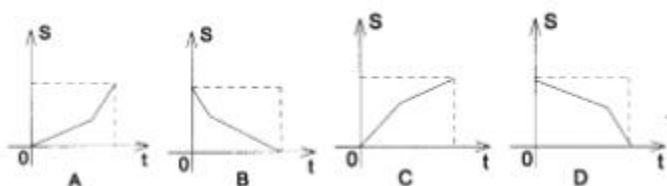
- A、11 B、12 C、13 D、14

7. 图中不是正方形的侧面展开图的个数为()

- A、1 B、2 C、3 D、4



8. 张华同学从家里去学校，开始选匀速步行，走了一段路后，发觉照这样走下去会迟到，于是匀速跑完余下的路程，下面坐标系中，横轴表示该同学从家出发后的时间 t ，纵轴表示张华离学校的路程 S ，则 S 与 t 之间函数关系的图像大致是()



9. 令 $a=0.12345678910111213 \dots\dots 998999$ ，其中的数字是由依次写下正整数 1 至 999 得到的，则小数点右边第 2008 位数字是()

- A、0 B、5 C、7 D、9

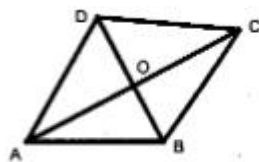
10. 若不等式 $ax^2 + 7x - 1 > 2x + 5$ 对 $-1 \leq a \leq 1$ 恒成立，则 x 的取值范围是()

- A、 $-1 < x < 1$ B、 $-1 \leq x \leq 1$ C、 $2 < x < 3$ D、 $2 \leq x \leq 3$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分. 把答案填在题中横线上.

11. 计算： $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + (\sqrt{3}-1)^2 - \sqrt{(\tan 60^\circ - 2)^2} =$ _____。

12. 如图，四边形 ABCD 的对角线相交于点 O， $\angle BAD = \angle BCD = 60^\circ$ ， $\angle CBD = 55^\circ$ ， $\angle ADB = 50^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数为_____



13. 内切两圆的半径长是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根, 已知两圆的圆心距是 1, 其中一圆的半径是 3, 则 $p+q=$ _____

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1; \quad \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \sqrt{5}-\sqrt{3}; \quad \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \sqrt{7}-\sqrt{5} \dots\dots$$

14. 观察下列分母有理化的计算:

$$2\left(\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2007}+\sqrt{2009}}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

从计算结果中找出规律, 并利用这一规律计算:

15. 随机抽取某城市 30 天的空气质量状况如下表:

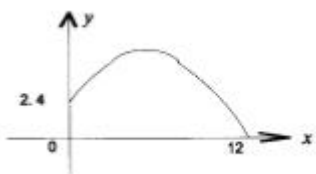
污染指数 (w)	40	70	90	110	120	140
天数 (t)	3	5	10	7	4	1

其中 $w \leq 50$ 时, 空气质量为优; $50 < w \leq 100$ 时, 空气质量为良; $100 < w \leq 150$ 时, 空气质量为轻度污染. 估计该城市一年(以 365 天计)中空气质量达到良以上的有_____天.

16. 为了备战奥运会预选赛, 中国国奥队在一次训练中, 前锋队员在距离球门 12 米处的挑射, 正好击中了 2.4 米

高的球门横梁, 若足球运行的路线是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (如图), 则下列结论: ① $a - b + c > 0$; ② $-\frac{1}{60} < a < 0$;

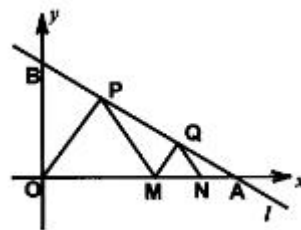
③ $a < -\frac{1}{60}$; ④ $0 < b < -12a$, 其中正确结论的序号是_____。



三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 54 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题 12 分) 已知 $x=3$ 是方程 $\frac{10}{x+2} + \frac{k}{x} = 1$ 的一个根, 求 k 的值和方程其余的根.

18. (本小题 14 分) 如图, 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 经过点 $B(0, \sqrt{3})$, 且与 x 轴的正半轴交于 A 点, 点 P 、 Q 在线段 AB 上, 点 M 、 N 在线段 OA 上, 且 $\triangle POM$ 与 $\triangle QMN$ 是相似比为 3:1 的两个等边三角形.



试求: (1) $\frac{AM}{MO}$ 的值; (2) 直线 l 的解析式

19. (本小题 14 分) 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB=25$. $CD=DA=16$, 问对角线 BD 能否把梯形分成两个相似的三角形? 若不能, 给出证明; 若能, 求出 BC , BD 的长.



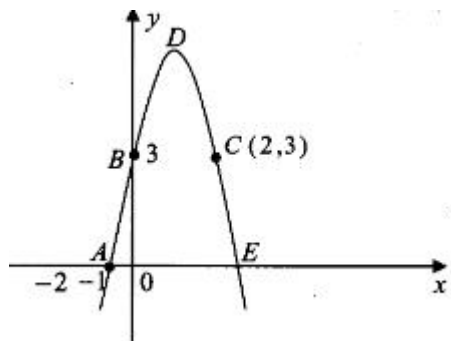
20. (本小题 14 分) 已知: 如图, 抛物线 C_1 经过 A 、 B 、 C 三点, 顶点为 D , 且与 x 轴的另一个交点为 E .

(1) 求抛物线 C_1 的解析式:

(2) 求四边形 $ABDE$ 的面积:

(3) $\triangle AOB$ 与 $\triangle BDE$ 是否相似, 若相似, 请予以证明; 若不相似, 请说明理由:

(4) 设抛物线 C_1 的对称轴与 x 轴交于点 F , 另一条抛物线 C_2 经过点 E (抛物线 C_2 与抛物线 C_1 不重合), 且顶点为 $M(a, b)$ 对称轴与 x 轴交于点 G , 且以 M 、 G 、 E 为顶点的三角形与以 D 、 E 、 F 为顶点的三角形全等, 求 a 、 b 的值。(只须写出结果不必写出解答过程)





参考答案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 6 分，共 60 分.

1、D 2、A 3、D 4、C 5、B 6、A 7、B 8、D 9、C 10、C

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分.

11、4 12、 80° 13、1 或 5 14、 $\sqrt{2009}-1$ 15、219 16、③④

三、解答题：本大题共 4 小题，共 54 分.

17、(本小题 12 分)

解：∵ $x=3$ 是方程 $\frac{10}{x+2} + \frac{k}{x} = 1$ 的一个根，

$$\therefore \frac{10}{3+2} + \frac{k}{3} = 1 \Rightarrow k = -3$$

$$\text{则 } \frac{10}{x+2} + \frac{-3}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 3 \text{ 或 } x_2 = 2$$

所以方程的另一根为 2.

18、(本小题 14 分)

$$\text{解：(1) } MQ \parallel PO \Rightarrow \triangle AOP \sim \triangle QOM \Rightarrow \frac{AO}{AM} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{AO-AM}{AM} = \frac{3-1}{1} \quad \text{即 } \frac{AM}{MO} = \frac{1}{2}$$

不妨设其为 $y=kx+b$ ，求待定系数 k 、 b 的值. 作 $PC \perp OA$ 交 OA 于点 C .

∵ $\triangle OPM$ 是等边三角形，

$$\therefore \text{设 } oc = a, \text{ 则 } OM = 2a, OA = 3a, PC = \sqrt{3}a.$$

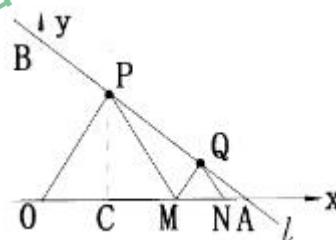
$$\therefore \frac{PC}{OB} = \frac{AC}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

则 A 点坐标为 $(2, 0)$

又∵ A 、 B 两点都在直线 l 上.

$$\text{得方程组 } \begin{cases} 2k+b=0 \\ b=\sqrt{3} \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{2} \\ b=\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{所以直线 } l \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \sqrt{3}$$





19、(本小题 14 分)

解:①若 AD 与 DC 成对应边, 则由 AD=DC 可知 $\triangle ABD \cong \triangle DBC$,

$\therefore \angle ABD = \angle DBC$, 但已知 $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABD = \angle BDC$,

$\therefore \angle BDC = \angle DBC$

$\therefore \triangle DBC$ 为等腰三角形,

$\therefore BD = 16$ 或 25 ,

这都与 $\triangle ABD \cong \triangle DBC$ 矛盾

②若 AD 与 BD 成对应边, 则 $\angle ABD = \angle BCD$, 但已知 $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABD = \angle BDC$,

$\therefore \angle BCD = \angle BDC$

$\therefore \triangle DBC$ 为等腰三角形,

$\therefore BD = 16$ 或 25 ,

当 $BD = 16$ 时, $\triangle DBC$ 为正三角形, 与 $\triangle ABD \sim \triangle DBC$ 矛盾,

当 $BD = 25$ 时, $BC = 25$, 与 $AB \parallel CD$ 矛盾

③若 AD 与 BC 成对应边,

则只有 $\frac{BC}{AD} = \frac{CD}{BD} = \frac{BD}{AB}$

$\therefore \frac{BC}{16} = \frac{16}{BD} = \frac{BD}{25}$

$\therefore BD = \sqrt{16 \times 25} = 20, BC = \frac{16^2}{BD} = \frac{64}{5}$

所以, 对角线 BD 能把梯形分成两个相似的三角形, BC, BD 的长分别为 $\frac{64}{5}$ 和 20

20、(本小题 14 分)

解(1): 设 C_1 的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 则图像可知: C_1 经过 A (-1, 0)、B (0, 3)、C (2, 3) 三点

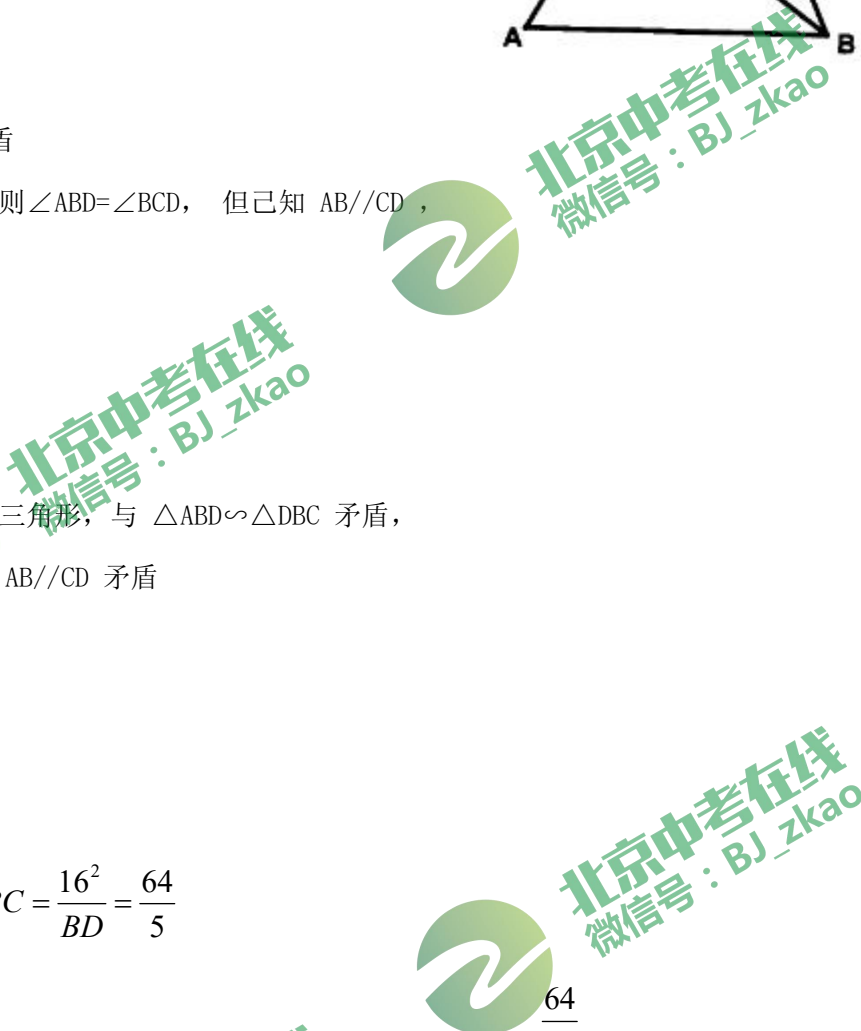
$$\therefore \begin{cases} a - b + c = 0 \\ c = 3 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

\therefore 抛物线 C_1 的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$ (2) $\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4$

\therefore 抛物线 C_1 的顶点坐标为 D (1, 4)

过 D 作 $DF \perp x$ 轴于 F, 由图像可知, $OA = 1, OB = 3, OF = 1, DF = 4$

令 $y = 0$, 则 $-x^2 + 2x + 3 = 0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = 3$





∴ OE=3, 则 EF=2

$$S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} AO \cdot BO = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}$$

$$S_{\triangle DFE} = \frac{1}{2} DF \cdot FE = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

$$S_{\text{梯形}BOFD} = \frac{1}{2} (BO + DF) \cdot OF = \frac{1}{2} \times (3 + 4) \times 1 = \frac{7}{2}$$

$$S_{\text{四边形}ABDE} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle DFE} + S_{\text{梯形}BOFD} = \frac{3}{2} + 4 + \frac{7}{2} = 9$$

(3) 如图: 过 B 作 $BK \perp DF$ 于 K, 则 $BK=OF=1$

∴ $DK=DF - OB=4-3=1$,

$$\therefore BD = \sqrt{DK^2 + BK^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{又} \because DE = \sqrt{DF^2 + FE^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, AB = \sqrt{10}, BE = 3\sqrt{2}$$

在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle BDE$ 中,

$$\because AO=1, BO=3, AB=\sqrt{10}; BD=\sqrt{2}, BE=3\sqrt{2}, DE=2\sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{AO}{BD} = \frac{BO}{BE} = \frac{AB}{DE} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

∴ $\triangle AOB \sim \triangle DBE$ 12分

$$(4) \begin{cases} a_1 = 5 \\ b_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} a_2 = 5 \\ b_2 = -4 \end{cases}, \begin{cases} a_3 = 7 \\ b_3 = 2 \end{cases}, \begin{cases} a_4 = 7 \\ b_4 = -2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} a_5 = 1 \\ b_5 = -4 \end{cases}, \begin{cases} a_6 = -1 \\ b_6 = -2 \end{cases}, \begin{cases} a_7 = -1 \\ b_7 = 2 \end{cases} \dots\dots\dots 14分$$

