

东城区 2017-2018 学年度第二学期初三年级统一测试（二）

数 学 试 卷

2018.5

学校 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 考号 \_\_\_\_\_

考  
生  
须  
知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分.考试时间 120 分钟.
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束，将本试卷、答题卡一并交回.

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的

1. 长江经济带覆盖上海、江苏、浙江、安徽、江西、湖北、湖南、重庆、四川、云南、贵州等 11 省市，面积约 2 050 000 平方公里，约占全国面积的 21%.将 2 050 000 用科学记数法表示应为  
A. 205 万      B.  $205 \times 10^4$       C.  $2.05 \times 10^6$       D.  $2.05 \times 10^7$
2. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，函数  $y = 3x + 1$  的图象经过  
A. 第一、二、三象限      B. 第一、二、四象限  
C. 第一、三、四象限      D. 第二、三、四象限
3. 在圆锥、圆柱、球、正方体这四个几何体中，主视图不可能是多边形的是  
A. 圆锥      B. 圆柱      C. 球      D. 正方体
4. 七年级 1 班甲、乙两个小组的 14 名同学身高（单位：厘米）如下：

甲组	158	159	160	160	160	161	169
乙组	158	159	160	161	161	163	165

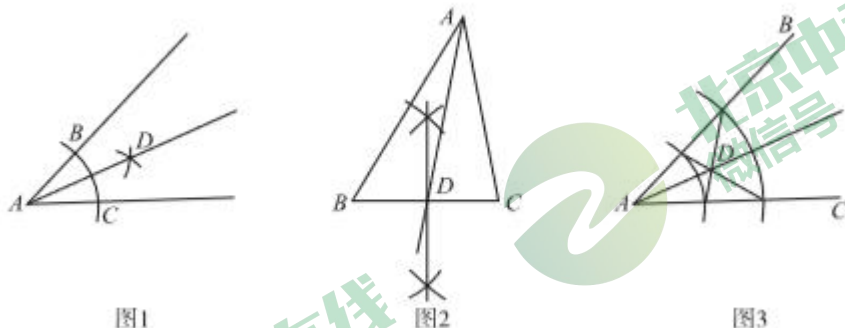
以下叙述错误的是

- A. 甲组同学身高的众数是 160      B. 乙组同学身高的中位数是 161
- C. 甲组同学身高的平均数是 161      D. 两组相比，乙组同学身高的方差大
5. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，若点  $P(3,4)$  在  $\odot O$  内，则  $\odot O$  的半径  $r$  的取值范围是  
A.  $0 < r < 3$       B.  $r > 4$       C.  $0 < r < 5$       D.  $r > 5$

6. 如果  $3a^2 + 5a - 1 = 0$ , 那么代数式  $5a(3a+2) - (3a+2)(3a-2)$  的值是

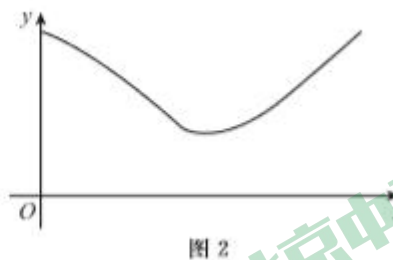
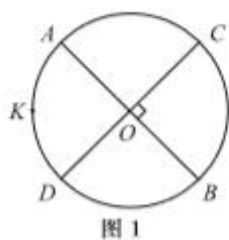
- A. 6                      B. 2                      C. -2                      D. -6

7. 在以下三个图形中, 根据尺规作图的痕迹, 能判断射线  $AD$  平分  $\angle BAC$  的是



- A. 图2                      B. 图1与图2                      C. 图1与图3                      D. 图2与图3

8. 有一圆形苗圃如图1所示, 中间有两条交叉过道  $AB, CD$ , 它们为苗圃  $\odot O$  的直径, 且  $AB \perp CD$ . 入口  $K$  位于  $\overset{\frown}{AD}$  中点, 园丁在苗圃圆周或两条交叉过道上匀速行进. 设该园丁行进的时间为  $x$ , 与入口  $K$  的距离为  $y$ , 表示  $y$  与  $x$  的函数关系的图象大致如图2所示, 则该园丁行进的路线可能是



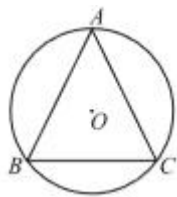
- A.  $A \rightarrow O \rightarrow D$                       B.  $C \rightarrow A \rightarrow O \rightarrow B$                       C.  $D \rightarrow O \rightarrow C$                       D.  $O \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

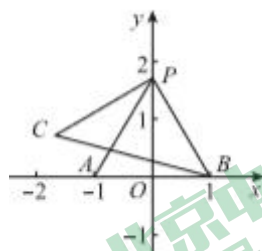
9. 若分式  $\frac{x}{x^2+2}$  的值为正, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $P$  到  $x$  轴的距离为 1, 到  $y$  轴的距离为 2. 写出一个符合条件的点  $P$  的坐标\_\_\_\_\_.

11. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC, BC=8$ .  $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆, 其半径为 5. 若点  $A$  在优弧  $BC$  上, 则  $\tan \angle ABC$  的值为\_\_\_\_\_.

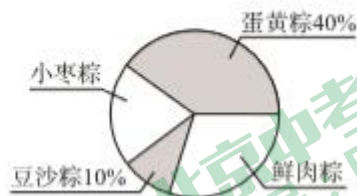
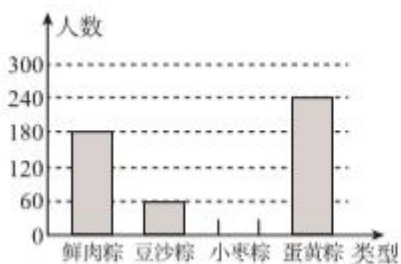


第 11 题图



第 15 题图

12. 抛物线  $y = mx^2 + 2mx + 1$  ( $m$  为非零实数) 的顶点坐标为\_\_\_\_\_.
13. 自 2008 年 9 月南水北调中线京石段应急供水工程通水以来, 截至 2018 年 5 月 8 日 5 时 52 分, 北京市累计接收河北四库来水和丹江口水库来水达 50 亿立方米. 已知丹江口水库来水量比河北四库来水量的 2 倍多 1.82 亿立方米, 求河北四库来水量. 设河北四库来水量为  $x$  亿立方米, 依题意, 可列一元一次方程为\_\_\_\_\_.
14. 每年农历五月初五为端午节, 中国民间历来有端午节吃粽子、赛龙舟的习俗. 某班同学为了更好地了解某社区居民对鲜肉粽、豆沙粽、小枣粽、蛋黄粽的喜爱情况, 对该社区居民进行了随机抽样调查, 并将调查情况绘制成如下两幅统计图 (尚不完整).




分析图中信息, 本次抽样调查中喜爱小枣粽的人数为\_\_\_\_\_ ; 若该社区有 10 000 人, 估计爱吃鲜肉粽的人数约为\_\_\_\_\_.

15. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A$ ,  $P$  分别在  $x$  轴、 $y$  轴上,  $\angle APO = 30^\circ$ . 先将线段  $PA$  沿  $y$  轴翻折得到线段  $PB$ , 再将线段  $PA$  绕点  $P$  顺时针旋转  $30^\circ$  得到线段  $PC$ , 连接  $BC$ . 若点  $A$  的坐标为  $(-1, 0)$ , 则线段  $BC$  的长为\_\_\_\_\_.

16. 阅读下列材料:

数学课上老师布置一道作图题:

已知: 直线  $l$  和  $l$  外一点  $P$ .  
 求作: 过点  $P$  的直线  $m$ , 使得  $m \parallel l$ .

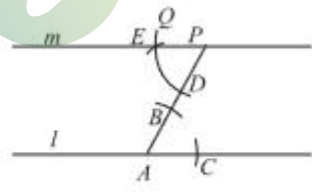


小东的作法如下:

作法: 如图,

- (1) 在直线  $l$  上任取点  $A$ , 连接  $PA$ ;
- (2) 以点  $A$  为圆心, 适当长为半径作弧, 分别交线段  $PA$  于点  $B$ , 直线  $l$  于点  $C$ ;
- (3) 以点  $P$  为圆心,  $AB$  长为半径作弧  $DQ$ , 交线段  $PA$  于点  $D$ ;
- (4) 以点  $D$  为圆心,  $BC$  长为半径作弧, 交弧  $DQ$  于点  $E$ , 作直线  $PE$ .

所以直线  $PE$  就是所求作的直线  $m$ .



老

师说: “小东的作法是正确的.”

请回答: 小东的作图依据是\_\_\_\_\_.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-24 题, 每小题 5 分, 第 25 题 6 分, 第 26-27, 每小题 7 分, 第 28 题 8 分)

17. 计算:  $|-3| - 2 \sin 60^\circ + (-2)^3 + \sqrt{12}$ .

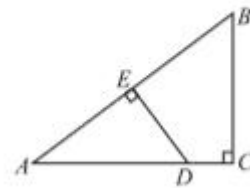
18. 解不等式  $1 - (2 - x) > \frac{4}{3}(x - 2)$ , 并把它的解集表示在数轴上.



19. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB$  的垂直平分线交  $AC$  于点  $D$ , 交  $AB$  于点  $E$ .

(1) 求证:  $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ ;

(2) 当  $AC = 8$ ,  $BC = 6$  时, 求  $DE$  的长.



20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - 6x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根.

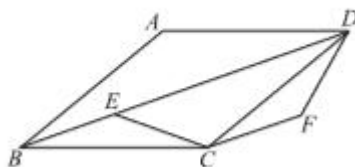
(1) 求实数  $k$  的取值范围;

(2) 写出满足条件的  $k$  的最大整数值, 并求此时方程的根.

21. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle BAD = \alpha$ , 点  $E$  在对角线  $BD$  上. 将线段  $CE$  绕点  $C$  顺时针旋转  $\alpha$ , 得到  $CF$ , 连接  $DF$ .

(1) 求证:  $BE = DF$ ;

(2) 连接  $AC$ , 若  $EB = EC$ , 求证:  $AC \perp CF$ .



22. 已知函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象与函数  $y = kx (k \neq 0)$  的图象交于点  $P(m, n)$ .

(1) 若  $m = 2n$ , 求  $k$  的值和点  $P$  的坐标;

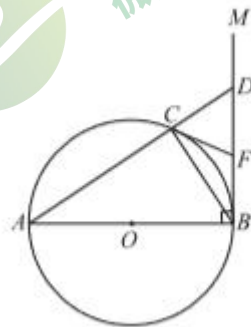
(2) 当  $|m| \leq |n|$  时, 结合函数图象, 直接写出实数  $k$  的取值范围.

23. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 直线  $BM \perp AB$  于点  $B$ . 点  $C$  在  $\odot O$  上, 分别连接  $BC, AC$ , 且  $AC$  的延长线交  $BM$  于点  $D$ .  $CF$  为  $\odot O$  的切线交  $BM$  于点  $F$ .

(1) 求证:  $CF = DF$ ;

(2) 连接  $OF$ . 若  $AB = 10, BC = 6$ ,

求线段  $OF$  的长.



24. 十八大报告首次提出建设生态文明, 建设美丽中国. 十九大报告再次明确, 到 2035 年美丽中国目标基本实现. 森林是人类生存发展的重要生态保障, 提高森林的数量和质量对



生态文明建设非常关键.截止到 2013 年,我国已经进行了八次森林资源清查,其中全国和北京的森林面积和森林覆盖率情况如下:

表 1 全国森林面积和森林覆盖率

清查次数	一 (1976 年)	二 (1981 年)	三 (1988 年)	四 (1993 年)	五 (1998 年)	六 (2003 年)	七 (2008 年)	八 (2013 年)
森林面积 (万公顷)	12200	11500	12500	13400	15894.09	17490.92	19545.22	20768.73
森林覆盖率	12.7%	12%	12.98%	13.92%	16.55%	18.21%	20.36%	21.63%

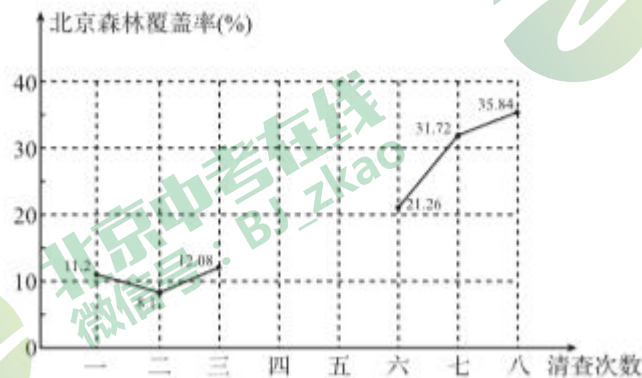
表 2 北京森林面积和森林覆盖率

清查次数	一 (1976 年)	二 (1981 年)	三 (1988 年)	四 (1993 年)	五 (1998 年)	六 (2003 年)	七 (2008 年)	八 (2013 年)
森林面积 (万公顷)					33.74	37.88	52.05	58.81
森林覆盖率	11.2%	8.1%	12.08%	14.99%	18.93%	21.26%	31.72%	35.84%

(以上数据来源于中国林业网)

请根据以上信息解答下列问题:

- 从第\_\_\_\_\_次清查开始,北京的森林覆盖率超过全国的森林覆盖率;
- 补全以下北京森林覆盖率折线统计图,并在图中标明相应数据;



- 第八次清查的全国森林面积 20768.73 (万公顷) 记为  $a$ , 全国森林覆盖率 21.63%

记为  $b$ ，到 2018 年第九次森林资源清查时，如果全国森林覆盖率达到 27.15%，那么全国森林面积可以达到\_\_\_\_\_万公顷（用含  $a$  和  $b$  的式子表示）。

25. 小强的妈妈想在自家的院子里用竹篱笆围一个面积为 4 平方米的矩形小花园，妈妈问九年级的小强至少需要几米长的竹篱笆（不考虑接缝）。

小强根据他学习函数的经验做了如下的探究。下面是小强的探究过程，请补充完整：

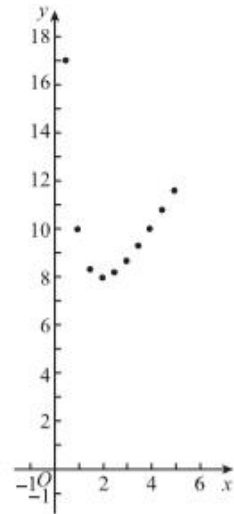
**建立函数模型：**

设矩形小花园的一边长为  $x$  米，篱笆长为  $y$  米。则  $y$  关于  $x$  的函数表达式为\_\_\_\_\_；

**列表（相关数据保留一位小数）：**

根据函数的表达式，得到了  $x$  与  $y$  的几组值，如下表：

$x$	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
$y$	17	10	8.3		8.2	8.7	9.3		10.8	11.6



**描点、画函数图象：**

如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出了以上表中各

对对应值为坐标的点，

根据描出的点画出该函数的图象；

**观察分析、得出结论：**

根据以上信息可得，当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时， $y$  有最小值。

由此，小强确定篱笆长至少为\_\_\_\_\_米。

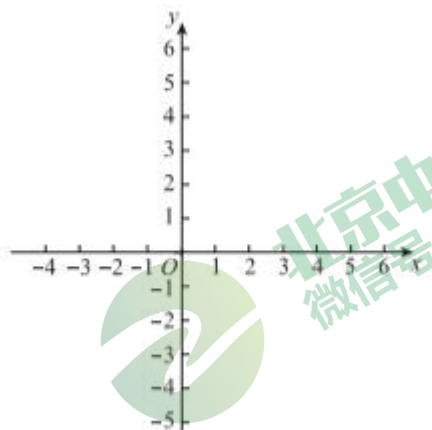
26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = ax^2 + bx - 3$  ( $a \neq 0$ ) 经过点  $A(-1, 0)$  和点  $B(4, 5)$ 。

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 求直线  $AB$  关于  $x$  轴的对称直线的表达式；

(3) 点  $P$  是  $x$  轴上的动点，过点  $P$  作垂直于  $x$  轴的直线  $l$ ，直线  $l$  与该抛物线交于点

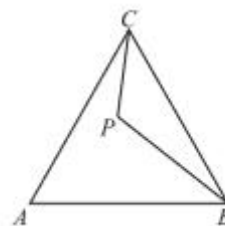
$M$ ，与直线  $AB$  交于点  $N$ 。当  $PM < PN$  时，求点  $P$  的横坐标  $x_p$  的取值范围。



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

27. 如图所示, 点  $P$  位于等边  $\triangle ABC$  的内部, 且  $\angle ACP = \angle CBP$ .

- (1)  $\angle BPC$  的度数为 \_\_\_\_\_°;
- (2) 延长  $BP$  至点  $D$ , 使得  $PD = PC$ , 连接  $AD, CD$ .



①依题意, 补全图形;

②证明:  $AD + CD = BD$ ;

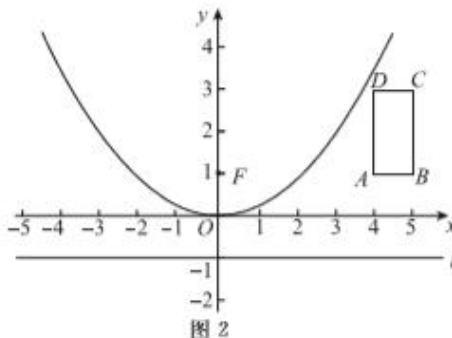
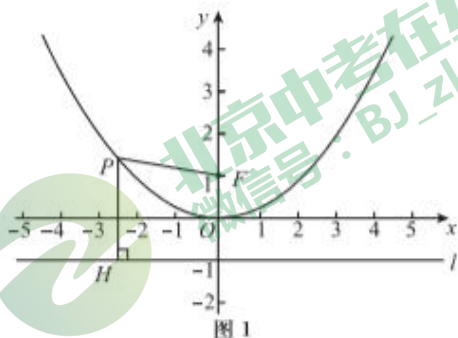
(3) 在(2)的条件下, 若  $BD$  的长为 2, 求四边形  $ABCD$  的面积.

28. 研究发现, 抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  上的点到点  $F(0, 1)$  的距离与到直线  $l: y = -1$  的距离相等.

如图 1 所示, 若点  $P$  是抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  上任意一点,  $PH \perp l$  于点  $H$ , 则  $PF = PH$ .

基于上述发现, 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $M$ , 记点  $M$  到点  $P$  的距离与点  $P$  到点  $F$  的距离之和的最小值为  $d$ , 称  $d$  为点  $M$  关于抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联距离; 当  $2 \leq d \leq 4$  时,

称点  $M$  为抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联点.





(1) 在点  $M_1(2,0)$ ,  $M_2(1,2)$ ,  $M_3(4,5)$ ,  $M_4(0,-4)$  中, 抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联点是 \_\_\_\_\_ ;

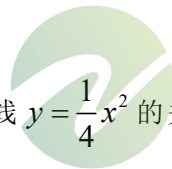
(2) 如图 2, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $A(t,1)$ , 点  $A(t+1,3)$   $C(t$ .

①若  $t=4$ , 点  $M$  在矩形  $ABCD$  上, 求点  $M$  关于抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联距离  $d$  的取值范围;

②若矩形  $ABCD$  上的所有点都是抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的关联点, 则  $t$  的取值范围是 \_\_\_\_\_ .



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

东城区 2017-2018 学年度第二学期初三年级统一测试 (二)

数学试题卷参考答案及评分标准 2018.5

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	C	D	D	A	C	B

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9.  $x > 0$     10.  $(2,1), (2, -1), (-2,1), (-2, -1)$  (写出一个即可)    11. 2

12.  $(-1, 1-m)$     13.  $x + (2x + 1.82) = 50$     14. 120 ; 3 000    15.  $2\sqrt{2}$

16. 三边分别相等的两个三角形全等; 全等三角形的对应角相等; 两点确定一条直线;  
内错角相等两直线平行.

三、解答题 (本题共 68 分, 17-24 题, 每题 5 分, 第 25 题 6 分, 26-27 题, 每小题 7 分, 第 28 题 8 分)

17. 解: 原式  $= 3 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 + 2\sqrt{3}$  -----4 分

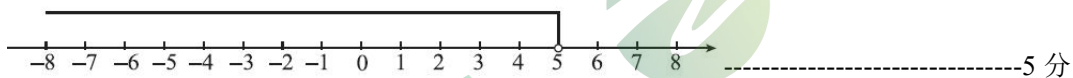
$= \sqrt{3} - 5$  -----5 分

18. 解: 移项, 得  $\frac{1}{3}(x-2) < 1$ ,

去分母, 得  $x-2 < 3$ ,

移项, 得  $x < 5$ .

$\therefore$  不等式组的解集为  $x < 5$ . -----3 分



19. 证明: (1)  $\because DE$  垂直平分  $AB$ ,

$\therefore \angle AED = 90^\circ$ .

$\therefore \angle AED = \angle C$ .

$\therefore \angle A = \angle A$ ,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ . -----2 分

(2)  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $AC = 8$ ,  $BC = 6$ ,

$\therefore AB = 10$ .

$\therefore DE$  平分  $AB$ ,

$\therefore AE = 5.$

$\because \triangle ADE \sim \triangle ABC,$

$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}.$

$\therefore \frac{DE}{6} = \frac{5}{8}.$

$\therefore DE = \frac{15}{4}.$

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

20. 解: (1) 依题意, 得  $\begin{cases} k \neq 0, \\ \Delta = (-6)^2 - 4k > 0, \end{cases}$

解得  $k < 9$  且  $k \neq 0.$

(2)  $\because k$  是小于 9 的最大整数,

$\therefore k = 8.$

此时的方程为  $8x^2 - 6x + 1 = 0.$

解得  $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{4}.$

21. (1) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,  
 $\therefore BC = DC, \angle BAD = \angle BCD = \alpha.$

$\therefore \angle ECF = \alpha,$

$\therefore \angle BCD = \angle ECF.$

$\therefore \angle BCE = \angle DCF.$

$\because$  线段  $CF$  由线段  $CE$  绕点  $C$  顺时针旋转得到,

$\therefore CE = CF.$

在  $\triangle BEC$  和  $\triangle DFC$  中,

$$\begin{cases} BC = DC, \\ \angle BCE = \angle DCF, \\ CE = CF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DFC (SAS).$

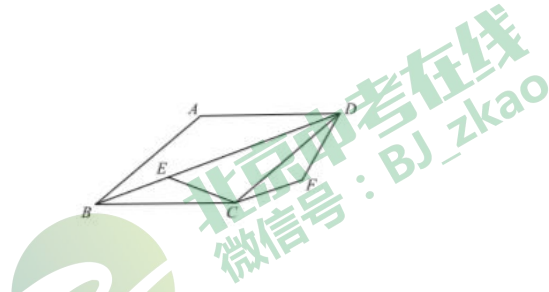
$\therefore BE = DF.$

(2) 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,

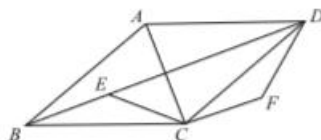
$\therefore \angle ACB = \angle ACD, AC \perp BD.$

$\therefore \angle ACB + \angle EBC = 90^\circ.$

$\therefore EB = EC,$



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



$\therefore \angle EBC = \angle BCE .$

由 (1) 可知,

$\therefore \angle EBC = \angle DCF ,$

$\therefore \angle DCF + \angle ACD = \angle EBC + \angle ACB = 90^\circ .$

$\therefore \angle ACF = 90^\circ .$

$\therefore AC \perp CF .$  -----5 分

22. 解: (1)  $k = \frac{1}{2}, P\left(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right),$  或  $P\left(-\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right);$  -----3 分

(2)  $k \geq 1.$  -----5 分

23. (1) 证明:  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ .$

$\therefore \angle DCB = 90^\circ .$

$\therefore \angle CDB + \angle FBC = 90^\circ .$

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $MB \perp AB ,$

$\therefore MB$  是  $\odot O$  的切线.

$\because CF$  是  $\odot O$  的切线,

$\therefore FC = FB .$

$\therefore \angle FCB = \angle FBC .$

$\because \angle FCB + \angle DCF = 90^\circ ,$

$\therefore \angle CDB = \angle DCF .$

$\therefore CF = DF .$  -----3 分

(2) 由 (1) 可知,  $\triangle ABC$  是直角三角形, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AB=10, BC=6,$

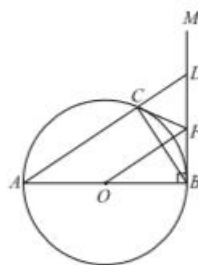
根据勾股定理求得  $AC=8 .$

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  和  $\text{Rt}\triangle ADB$  中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle A, \\ \angle ACB = \angle ABD, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle ADB .$

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB} .$



$$\therefore \frac{10}{AD} = \frac{8}{10}$$

$$\therefore AD = \frac{25}{2}$$

由(1)知,

$$\because CF=DF, CF=BF,$$

$$\therefore DF=BF.$$

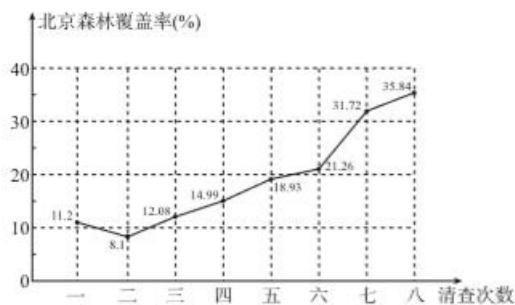
$$\because AO=BO,$$

$\therefore OF$  是  $\triangle ADB$  的中位线.

$$\therefore OF = \frac{1}{2}AD = \frac{25}{4} \text{-----5分}$$

24. 解: (1)四; -----1分

(2) 如图: -----3分



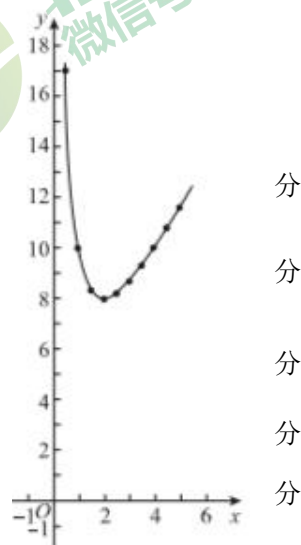
(3)  $\frac{543a}{2000b}$  -----5

25. 解:  $y = 2\left(x + \frac{4}{x}\right)$ ; -----1

8, 10; -----3

如图; -----4

2, 8. -----5





26. 解：（1）把点 $(-1,0)$ 和 $(4,5)$ 分别代入 $y = ax^2 + bx - 3(a \neq 0)$ ,

$$\text{得} \begin{cases} 0 = a - b - 3, \\ 5 = 16a + 4b - 3, \end{cases}$$

解得 $a = 1, b = -2$ .

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = x^2 - 2x - 3$ . -----2

分

（2）设点 $B(4,5)$ 关于 $x$ 轴的对称点为 $B'$ ,

则点 $B'$ 的坐标为 $(4, -5)$ .

$\therefore$ 直线 $AB$ 关于 $x$ 轴的对称直线为直线 $AB'$ .

设直线 $AB'$ 的表达式为 $y = mx + n$ ,

把点 $(-1, 0)$ 和 $(4, -5)$ 分别代入 $y = mx + n$ ,

$$\text{得} \begin{cases} 0 = -m + n, \\ -5 = 4m + n, \end{cases}$$

解得 $m = -1, n = -1$ .

$\therefore$ 直线 $AB'$ 的表达式为 $y = -x - 1$ .

即直线 $AB$ 关于 $x$ 轴的对称直线的表达式为 $y = -x - 1$ . -----4分

（3）如图，直线 $AB'$ 与抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 交于点 $C$ .

设直线 $l$ 与直线 $AB'$ 的交点为 $N'$ ,

则  $PN' = PN$ .

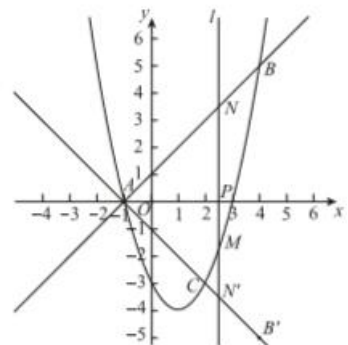
$\therefore PM < PN$ ,

$\therefore PM < PN'$ .

$\therefore$ 点 $M$ 在线段 $NN'$ 上（不含端点）.

$\therefore$ 点 $M$ 在抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 夹在点 $C$ 与点 $B$ 之间

数学试卷 第14页（共16页）



的部分上.

联立  $y = x^2 - 2x - 3$  与  $y = -x - 1$ ,

可求得点  $C$  的横坐标为 2.

又点  $B$  的横坐标为 4,

$\therefore$  点  $P$  的横坐标  $x_p$  的取值范围为  $2 < x_p < 4$ .

分

27. 解 : (1) 120

-----2 分

(2) ①  $\because$  如图 1 所示.

② 在等边  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle ACP + \angle BCP = 60^\circ$ .

$\therefore \angle ACP = \angle CBP$ ,

$\therefore \angle CBP + \angle BCP = 60^\circ$ .

$\therefore \angle BPC = 180^\circ - (\angle CBP + \angle BCP) = 120^\circ$ .

$\therefore \angle CPD = 180^\circ - \angle BPC = 60^\circ$ .

$\therefore PD = PC$ ,

$\therefore \triangle CDP$  为等边三角形.

$\therefore \angle ACD + \angle ACP = \angle ACP + \angle BCP = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle ACD = \angle BCP$ .

在  $\triangle ACD$  和  $\triangle BCP$  中,

$$\begin{cases} AC = BC, \\ \angle ACD = \angle BCP, \\ CD = CP, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCP$  (SAS).

$\therefore AD = BP$ .

$\therefore AD + CD = BP + PD = BD$ . -----4 分

(3) 如图 2, 作  $BM \perp AD$  于点  $M$ ,  $BN \perp DC$  延长线于点  $N$ .

$\therefore \angle ADB = \angle ADC - \angle PDC = 60^\circ$ ,

数学试卷 第 15 页 (共

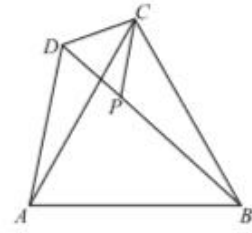


图 1

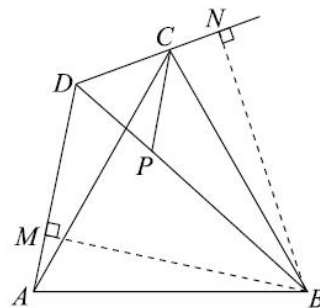


图 2

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = 60^\circ.$$

$$\therefore BM = BN = \frac{\sqrt{3}}{2}BD = \sqrt{3}.$$

又由 (2) 得,  $AD + CD = BD = 2$ ,

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}AD \cdot BM + \frac{1}{2}CD \cdot BN = \frac{\sqrt{3}}{2}(AD + CD)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}.$$

-----7分

28. (1)  $M_1, M_2$ ; -----2分

(2) ①当  $t = 4$  时,  $A(4,1), B(5,1), C(5,3), D(4,3)$ ,

此时矩形  $ABCD$  上的所有点都在抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的下方,

$$\therefore d = MF.$$

$$\therefore AF \leq d \leq CF.$$

$$\because AF = 4, CF = \sqrt{29},$$

$$\therefore 4 \leq d \leq \sqrt{29}. \text{-----5分}$$

$$\textcircled{2} -2\sqrt{3} \leq t \leq 2\sqrt{3} - 1. \text{-----8分}$$