

2022 北京师达中学初一（下）5 月月考

数 学

一. 选择题（共 10 小题，满分 20 分，每小题 2 分）

1. 在实数， $\sqrt{5}$ ， 0 ， $\frac{6}{7}$ ， π ， $\sqrt[3]{16}$ ， $\sqrt{9}$ 中，无理数一共有（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列图形中， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 为同旁内角 是（ ）



3. 在平面直角坐标系中，点 $B(2, 3)$ 到 x 轴 距离为（ ）

- A. 3 B. 2 C. -3 D. -2

4. 下列调查中，适宜采用抽样调查的是（ ）

- A. 调查某班学生的身高情况
 B. 调查亚运会 100m 游泳决赛运动员兴奋剂的使用情况
 C. 调查某批汽车的抗撞击能力
 D. 调查一架“歼 10”隐形战斗机各零部件的质量

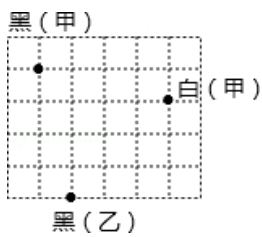
5. 若 $a > b$ ，则下列各式不成立的是（ ）

- A. $2a > a + b$ B. $3 - a < 3 - b$ C. $a^2 > b^2$ D. $a - b > 0$

6. 一个边长为 a 的正方形面积与一个长为 6，宽为 5 的长方形面积相等，则 a 的值（ ）

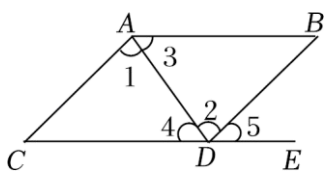
- A. 在 6 与 7 之间 B. 在 5 与 6 之间 C. 在 4 与 5 之间 D. 在 3 与 4 之间

7. 如图，围棋棋盘放在某平面直角坐标系内，已知黑棋(甲)的坐标为 $(-2, 2)$ 黑棋(乙)的坐标为 $(-1, -2)$ ，则白棋(甲)的坐标是（ ）



- A. $(2, 2)$ B. $(0, 1)$ C. $(2, -1)$ D. $(2, 1)$

8. 如图，点 E 在 CD 延长线上，下列条件中能判定 $AC \parallel BD$ 的是（ ）

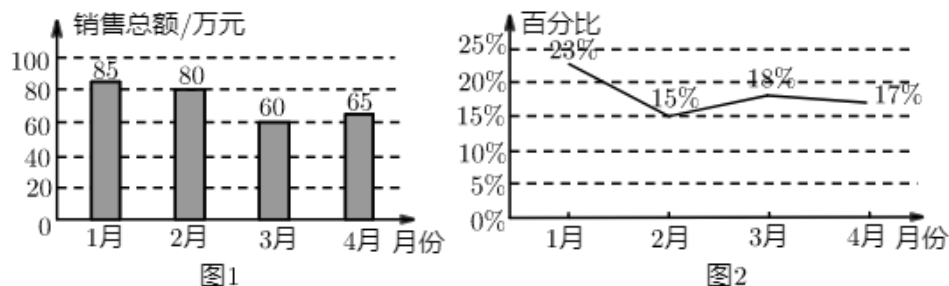


- A. $\angle CAB + \angle C = 180^\circ$ B. $\angle 2 + \angle B = 180^\circ$
 C. $\angle 5 = \angle C$ D. $\angle 3 = \angle 4$

9. 下列命题：①内错角相等；②两个锐角的和是钝角；③ a, b, c 是同一平面内的三条直线，若 $a//b, b//c$ ，则 $a//c$ ；④ a, b, c 是同一平面内的三条直线，若 $a \perp b, b \perp c$ ，则 $a \perp c$ ；其中真命题的个数是（ ）

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

10. 网上一家电子产品店，今年1-4月的电子产品销售总额如图1，其中某一款平板电脑的销售总额占当月电子产品销售总额的百分比如图2.

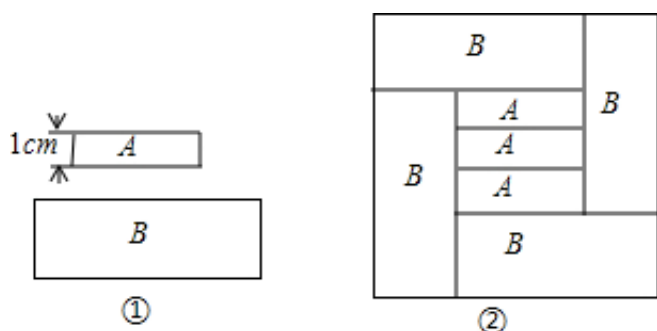


根据图中信息，有以下四个结论，推断不合理的是（ ）

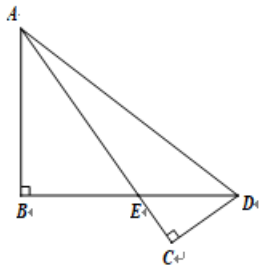
- A. 从1月到4月，电子产品销售总额为290万元
 B. 该款平板电脑4月份的销售总额比3月份有所下降
 C. 今年1-4月中，该款平板电脑售额最低的是3月
 D. 该款平板电脑2至4月的销售总额占当月电子产品销售总额的百分比与1月份相比都下降了

二. 填空题（共8小题，满分24分，每小题3分）

11. 如果 $x^2=64$ ，那么 x 的值是_____。
 12. 写出一个比3大且比5小的无理数_____。
 13. 在平面直角坐标系中，若点 $(-4, 3-a)$ 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等，则 $a=_____$ 。
 14. 若 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} ax-2y=0 \\ 2bx+ay=2 \end{cases}$ 的解，则 $a-b=_____$ 。
 15. 已知 $x>2$ 是关于 x 的不等式 $x-3m+1>0$ 的解集，那么 m 的值为_____。
 16. 用 AB 两种规格的长方形纸板（如图①）无重合，无缝隙地拼接可得到如图②所示的周长为28cm的正方形，已知 A 种长方形的宽为1cm，则 B 种长方形的面积为_____ cm^2 。



17. 如图， $AB \perp BD$ 于点 B ， $AC \perp CD$ 于点 C ，且 AC 与 BD 交于点 E ，已知 $AE=10$ ， $DE=5$ ， $CD=4$ ，则 AB 的长为_____。



18. 为了传承中华文化，激发爱国情怀，提高文学素养，师达中学初一（1）班举办了“古诗词”大赛，现有小关、小雯、小婷三位同学进入了最后冠军的角逐，决赛共分为六轮，规定：每轮分别决出第1，2，3名（没有并列），对应名次的得分都分别为 a, b, c ($a > b > c$ 且 a, b, c 均为正整数)。选手最后得分为各轮得分之和，得分最高者为冠军。下表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况，根据题中所给信息，则小婷同学在这六轮中，共有____轮获得了第三。

	第一轮	第二轮	第三轮	第四轮	第五轮	第六轮	最后得分
小关	a			a			27
小雯		a			b	c	11
小婷		c		b			10

三. 解答题（共 10 小题，满分 56 分，第 19-20 题每题 8 分，第 21 -26 每题 4 分，第 27-28 题每题 8 分）

19. 计算：

$$(1) |\sqrt{10}-3| + |\sqrt{10}-4| + \sqrt[3]{-27};$$

$$(2) |\sqrt{3}-2| + \sqrt[3]{-8} \times \frac{1}{2} + (-\sqrt{3})^2$$

20. 解方程组：

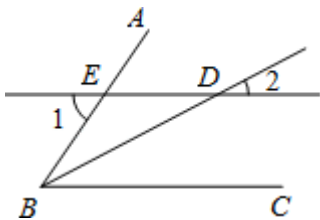
$$(1) \begin{cases} x+y=1 \\ 2x+y=3 \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y+1}{3} = 1 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$$

21. 解不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \leq x+5 \\ \frac{2x-4}{3} + 1 < x \end{cases}$. 并求出不等式组的非负整数解.

22. 完成下面的证明.

已知：如图， D $\angle ABC$ 平分线上一点， $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 E . 求证： $\angle 1 = 2\angle 2$.



证明：∵ $DE \parallel BC$,

∴ $\angle 1 = \angle$ ① (②),

$\angle 2 = \angle$ ③ (④).

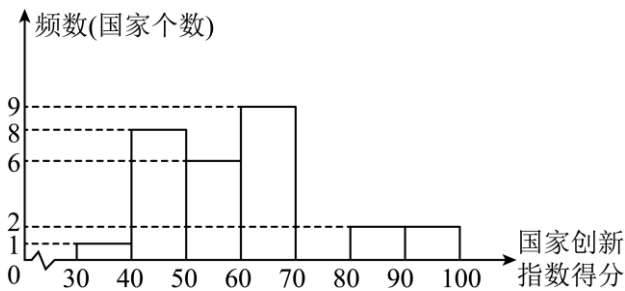
∵ BD 平分 ABC ,

∴ $\angle ABC = 2\angle DBC$.

∴ $\angle 1 = 2\angle 2$.

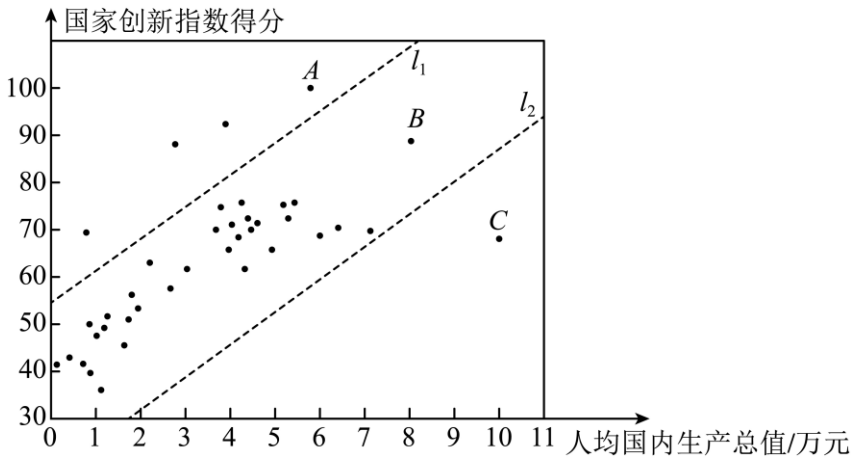
23. 国家创新指数是反映一个国家科学技术和创新竞争力的综合指数. 对国家创新指数得分排名前 40 的国家的有关数据进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息:

a. 国家创新指数得分的频数分布直方图 (数据分成 7 组: $30 \leq x < 40$, $40 \leq x < 50$, $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$);



b. 国家创新指数得分在 $60 \leq x < 70$ 这一组的是: 61.7 62.4 63.6 65.9 66.4 68.5 69.1 69.3 69.5

c. 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图:



d. 中国的国家创新指数得分为 69.5.

(以上数据来源于《国家创新指数报告(2018)》)

根据以上信息, 回答下列问题:

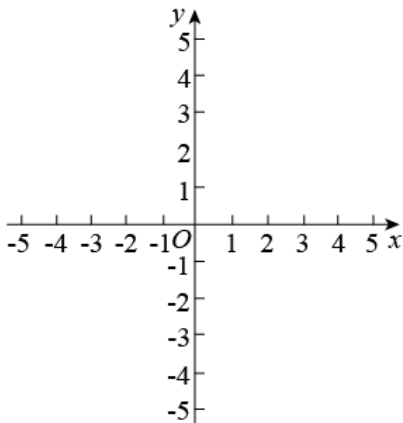
- (1) 补全直方图, 并标注相应频数;
- (2) 中国的国家创新指数得分排名世界第__;
- (3) 在国家创新指数得分比中国高的国家中, 人均国内生产总值的最小值约为__ 万元; (结果保留一位小数)
- (4) 下列推断合理的是__ (填序号).

①相比于点 A, B 所代表的国家, 中国的国家创新指数得分还有一定差距, 中国提出“加快建设创新型国家”的战略任务, 进一步提高国家综合创新能力;

②在国家创新指数得分不低于中国的国家中, 人均国内生产总值最大值约为 5.8 万元;

③相比于点 B , C 所代表的国家, 中国的人均国内生产总值还有一定差距, 中国提出“决胜全面建成小康社会”的奋斗目标, 进一步提高人均国内生产总值.

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 同时将点 $A(-1,0)$ 、 $B(3,0)$ 向上平移 2 个单位长度再向右平移 1 个单位长度, 分别得到 A 、 B 的对应点 C 、 D . 连接 AC , BD , CD .



(1) 求点 C 、 D 坐标, 并描出 A 、 B 、 C 、 D 点, 求四边形 $ABDC$ 面积;

(2) 在 x 坐标轴上是否存在点 P ; 连接 PA 、 PC 使 $S_{\triangle PAC} = S_{\text{四边形}ABDC}$? 若存在, 求点 P 坐标; 若不存在, 请说明理由.

25. 利用方程(组)或不等式(组)解决问题:

“四书五经”是《大学》、《中庸》、《论语》和《孟子》(四书)及《诗经》、《尚书》、《易经》、《礼记》、《春秋》(五经)的总称, 这是一部被中国人读了几千年的教科书, 包含了中国古代的政治理想和治国之道, 是我们了解中国古代社会的一把钥匙. 某学校计划分阶段引导学生读这些书, 先购买《论语》和《孟子》供学生阅读. 已知用 1300 元购买《孟子》和《论语》各 20 本, 《孟子》的单价比《论语》的单价少 15 元.



(1) 求购买《论语》和《孟子》这两种书的单价各是多少元?

(2) 学校为了丰富学生的课余生活, 举行“书香阅读”活动, 根据需要, 学校决定再次购进两种书共 50 本, 正逢书店“优惠促销”活动, 《孟子》单价优惠 4 元, 《论语》的单价打 8 折. 如果此次学校购买书的总费用不超过 1500 元, 且购买《论语》不少于 38 本, 则有几种购买方案? 为了节约资金, 学校应选择哪种方案? 为什么?

26. 已知 $AB \parallel CD$, 点 M 、 N 分别在直线 AB 、 CD 上, $\angle AME$ 与 $\angle CNE$ 的平分线所在的直线相交于点 F .

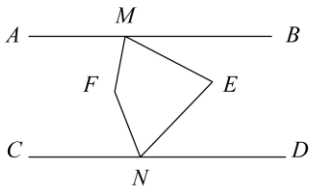


图1

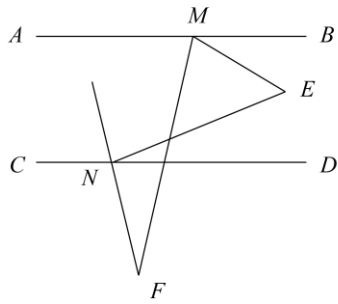


图2

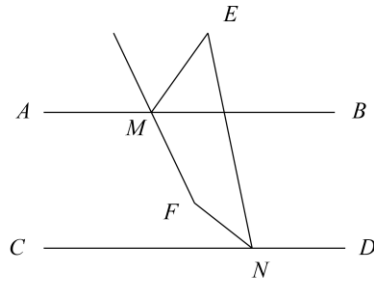


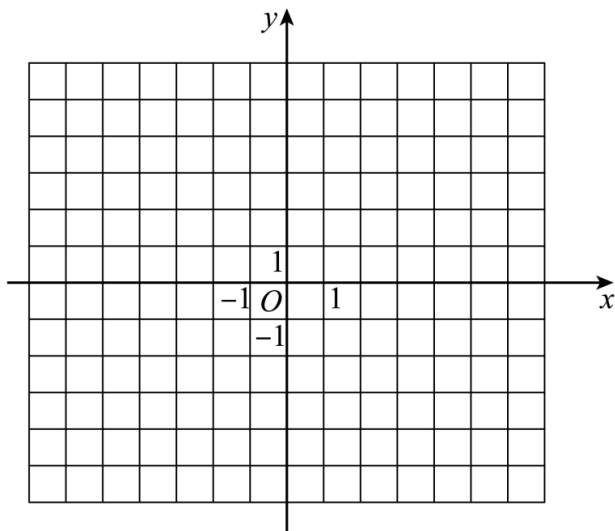
图3

(1) 如图1, 点 E 、 F 都在直线 AB 、 CD 之间且 $\angle MEN = 70^\circ$ 时, $\angle MFN$ 的度数为_____;

(2) 如图2, 当点 E 在直线 AB 、 CD 之间, F 在直线 CD 下方时, 写出 $\angle MEN$ 与 $\angle MFN$ 之间的数量关系, 并证明;

(3) 如图3, 当点 E 在直线 AB 上方, F 在直线 AB 与 CD 之间时, 直接写出 $\angle MEN$ 与 $\angle MFN$ 之间的数量关系.

27. 在平面直角坐标系中, 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 给出如下定义: 对于任意两个整点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, M 与 N 的“直角距离”记为 d_{MN} , $d_{MN} = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. 例如, 点 $M(1, 5)$ 与 $N(7, 2)$ 的“直角距离” $d_{MN} = |1 - 7| + |5 - 2| = 9$.



(1) 已知点 $A(4, -1)$.

①点 A 与点 $B(1, 3)$ 的“直角距离” $d_{AB} = \underline{\quad}$;

②若点 A 与整点 $C(-2, m)$ 的“直角距离” $d_{AC} = 8$, 则 m 的值为_____;

(2) 小明有一项设计某社区规划图的实践作业, 这个社区的街道都是正南正北, 正东正西方向, 并且平行的相邻两条路之间的距离都是相等的, 可近似看作正方形的网格. 小明建立平面直角坐标系画出了此社区的示意图 (如图所示). 为了做好社区消防, 需要在某个整点处建一个消防站 P , 要求是: 消防站与各个火警高危点的“直角距离”之和最小. 目前该社区内有两个火警高危点, 分别是 $D(-2, -1)$ 和 $E(2, 2)$.

①若对于火警高危点 D 和 E , 消防站 P 不仅要满足上述条件, 还需要消防站 P 到 D , E

两个点的“直角距离”之差的绝对值最小, 则满足条件消防站 P 的坐标可以是_____ (写出一个即可), 所有满足条件的消防站 P 的位置共有_____个;

②在设计过程中，如果社区还有一个火警高危点 $F(4, -2)$ ，那么满足与这三个火警高危点的“直角距离”之和最小的消防站 P 的坐标为_____.

参考答案

一. 选择题 (共 10 小题, 满分 20 分, 每小题 2 分)

1. 在实数, $\sqrt{5}$, 0 , $\frac{6}{7}$, π , $\sqrt[3]{16}$, $\sqrt{9}$ 中, 无理数一共有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

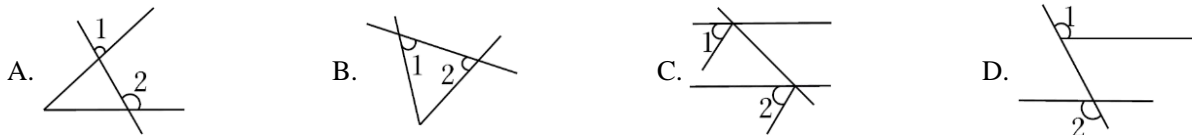
【详解】解: $\sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{9} = 3$ 有理数,

无理数有: $\sqrt{5}$, π , $\sqrt[3]{16}$, 共有 3 个.

故选: C.

【点睛】此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: π , 2π 等; 开方开不尽的数; 以及如 $0.1010010001\dots$, 等有这样规律的数.

2. 下列图形中, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 为同旁内角的是 ()



【答案】B

【解析】

【分析】首先弄清各图中, $\angle 1$, $\angle 2$ 是哪两条直线被另一条直线所截形成的角; 接下来根据互为同旁内角的两角的位置特点, 进行判别即可.

【详解】解: A. $\angle 1$, $\angle 2$ 在截线的同旁, 在两条被截线同方向, 是同位角, 故选项 A 不合题意;

B. $\angle 1$, $\angle 2$ 在截线的同旁, 夹在两条被截线同旁是同旁内角, 故选项 B 符合题意;

C. $\angle 1$, $\angle 2$ 不是两条直线被第三条直线在截线的角, 不是同位角, 内错角, 同旁内角, 故选项 C 不合题意;

D. $\angle 1$, $\angle 2$ 截线两侧, 在两被截直线的外部形成的角, 所以不是同旁内角 (也不是同位角, 更不是内错角) 故选项 D 不合题意.

故选 B.

【点睛】本题考查了同位角、同旁内角、内错角, 熟悉掌握定义是解题关键.

3. 在平面直角坐标系中, 点 $B(2, 3)$ 到 x 轴的距离为 ()

- A. 3 B. 2 C. -3 D. -2

【答案】A

【解析】

【分析】根据点的纵坐标的绝对值是点到 x 轴的距离即可得答案.

【详解】解: 在平面直角坐标系中, 点 $(2, 3)$ 到 x 轴的距离为 3.

故选: A.

【点睛】本题考查了点的坐标，熟练掌握点的纵坐标的绝对值是点到 x 轴的距离是解题的关键.

4. 下列调查中，适宜采用抽样调查的是（ ）

- A. 调查某班学生的身高情况
- B. 调查亚运会 100m 游泳决赛运动员兴奋剂的使用情况
- C. 调查某批汽车的抗撞击能力
- D. 调查一架“歼 10”隐形战斗机各零部件的质量

【答案】C

【解析】

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似解答.

【详解】解：A. 调查某班学生的身高情况，适合全面调查，故本选项不符合题意；

B. 调查亚运会 100m 游泳决赛运动员兴奋剂的使用情况，适合全面调查，故本选项不符合题意；

C. 调查某批汽车的抗撞击能力，适合抽样调查，故本选项符合题意；

D. 调查一架“歼 10”隐形战斗机各零部件的质量，适合全面调查，故本选项不符合题意.

故选：C.

【点睛】本题考查 是抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

5. 若 $a > b$ ，则下列各式不成立 是（ ）

- A. $2a > a + b$
- B. $3 - a < 3 - b$
- C. $a^2 > b^2$
- D. $a - b > 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据不等式的性质逐项判定即可.

【详解】解：A、 $\because a > b$,

$\therefore 2a > a + b$ ，故此选项不符合题意；

B、 $\because a > b$,

$\therefore -a < -b$,

$\therefore 3 - a < 3 - b$ ，故此选项不符合题意；

C、 $\because a > b$ ，当 $a = 1$ ， $b = -1$ 时， $a^2 = b^2$ ，

$\therefore a^2 > b^2$ 错误，故此选项符合题意；

D、 $\because a > b$,

$\therefore a - b > 0$ ，故此选项不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查不等式的性质，熟练掌握不等式的性质：1、不等式两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，不等号的方向不变；2、不等式两边都乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；3、不等式两边都乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变是解题的关键.

6. 一个边长为 a 正方形面积与一个长为 6，宽为 5 的长方形面积相等，则 a 的值（ ）

- A. 在 6 与 7 之间 B. 在 5 与 6 之间 C. 在 4 与 5 之间 D. 在 3 与 4 之间

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意求得 a ，进而根据无理数的大小比较即可求解。

【详解】解：∵ $a^2 = 5 \times 6$ ， $a > 0$ ，

$$\therefore a = \sqrt{30}$$

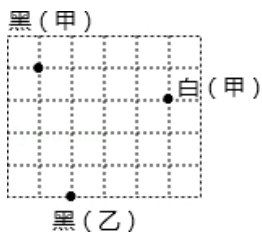
$$\therefore 5 < \sqrt{30} < 6$$

∴ a 的值在 5 与 6 之间。

故选：B。

【点睛】本题考查了求一个数的算术平方根，无理数的大小比较，根据题意求得 a 的值是解题的关键。

7. 如图，围棋棋盘放在某平面直角坐标系内，已知黑棋(甲)的坐标为 $(-2, 2)$ 黑棋(乙)的坐标为 $(-1, -2)$ ，则白棋(甲)的坐标是()



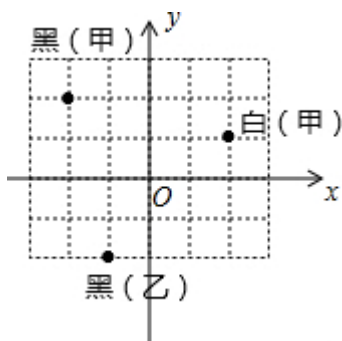
- A. $(2, 2)$ B. $(0, 1)$ C. $(2, -1)$ D. $(2, 1)$

【答案】D

【解析】

【分析】先利用已知两点的坐标画出直角坐标系，然后可写出白棋(甲)的坐标。

【详解】根据题意可建立如图所示平面直角坐标系：

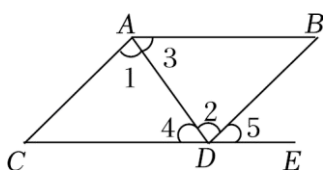


由坐标系知白棋(甲)的坐标是 $(2, 1)$ ，

故选 D。

【点睛】本题考查了坐标确定位置：平面内的点与有序实数对一一对应；记住平面内特殊位置的点的坐标特征。

8. 如图，点 E 在 CD 延长线上，下列条件中能判定 $AC \parallel BD$ 的是 ()



- A. $\angle CAB + \angle C = 180^\circ$ B. $\angle 2 + \angle B = 180^\circ$

C. $\angle 5 = \angle C$

D. $\angle 3 = \angle 4$

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的判定定理对各选项进行一一分析判定即可.

【详解】解: A. $\because \angle CAB + \angle C = 180^\circ, \therefore AB \parallel CD$, 故选项 A 不合题意

B. $\angle 2$ 与 $\angle B$ 是 $\triangle ABD$ 中的两个角且为同旁内角, 但 $\angle 2 + \angle B \neq 180^\circ$, 题干错误, 故选项 B 不会同意;

C. $\because \angle 5 = \angle C$,

$\therefore AC \parallel BD$, 故选项 C 符合题意;

D. $\because \angle 3 = \angle 4$,

$\therefore AB \parallel CD$, 故选项 D 不合题意;

故选 C.

【点睛】本题考查平行线的判定, 掌握平行线的判定定理是解题关键.

9. 下列命题: ①内错角相等; ②两个锐角的和是钝角; ③ a, b, c 是同一平面内的三条直线, 若 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$; ④ a, b, c 是同一平面内的三条直线, 若 $a \perp b, b \perp c$, 则 $a \perp c$; 其中真命题的个数是 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】A

【解析】

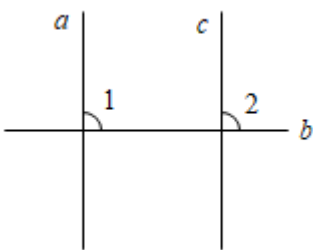
【分析】根据平行线性质的判定①, 根据两锐角的大小求和可判断②, 根据平行公理推论可判断③, 根据垂直定义得出 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$, 然后利用同位角相等, 两直线平行的判定可判断④.

【详解】解: ①两直线平行, 内错角相等, 故①不正确;

②两个锐角的和可以是锐角, 直角, 钝角, 故②不正确;

③ a, b, c 是同一平面内的三条直线, 若 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$, 故③正确;

④ a, b, c 是同一平面内的三条直线, 如图



$\because a \perp b, b \perp c$,

$\therefore \angle 1 = 90^\circ, \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore a \parallel c$, 故④不正确;

\therefore 真命题只有 1 个.

故选 A.

【点睛】本题考查平行线的性质与判定, 两锐角和的大小, 掌握平行线的性质与判定, 锐角定义是解题关键.

10. 网上一家电子产品店，今年1-4月的电子产品销售总额如图1，其中某一款平板电脑的销售额占当月电子产品销售总额的百分比如图2.

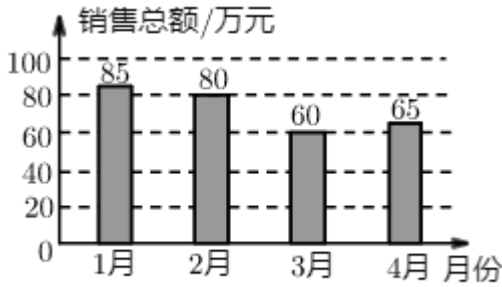


图1

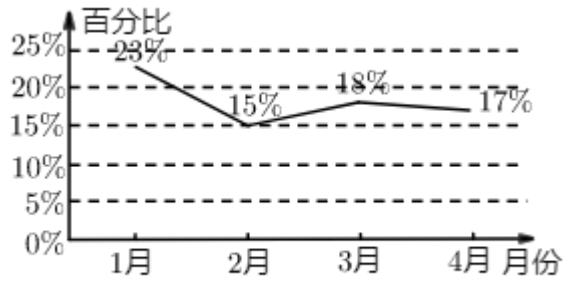


图2

根据图中信息，有以下四个结论，推断不合理的是 ()

- A. 从1月到4月，电子产品销售总额为290万元
- B. 该款平板电脑4月份的销售额比3月份有所下降
- C. 今年1-4月中，该款平板电脑售额最低的是3月
- D. 该款平板电脑2至4月的销售额占当月电子产品销售总额的百分比与1月份相比都下降了

【答案】B

【解析】

【分析】根据统计图中的数据，可以判断各个选项中的说法是否合理，从而可以解答本题.

【详解】解：由图1可得，从1月到4月，电子产品销售总额为 $85+80+60+65=290$ (万元)，故选项A中的说法合理；

由图可知，平板电脑4月份的销售额为 $65 \times 17\% = 11.05$ (万元)，3月份的销售额为 $60 \times 18\% = 10.8$ (万元)，故平板电脑4月份的销售额比3月份有所上升，故选项B中的说法不合理；

平板电脑1月份销售额为 $85 \times 23\% = 19.55$ (万元)，2月份销售额为 $80 \times 15\% = 12$ (万元)，3月份的销售额为 $60 \times 18\% = 10.8$ (万元)，4月份的销售额为 $65 \times 17\% = 11.05$ (万元)，故今年1-4月中，平板电脑售额最低的是3月，故选项C中的说法合理；

由图2可得，平板电脑2-4月的销售额占当月电子产品销售总额的百分比与1月份相比都下降了，故选项D中的说法合理；

故选：B.

【点睛】本题考查条形统计图、折线统计图，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

二. 填空题 (共8小题，满分24分，每小题3分)

11. 如果 $x^2=64$ ，那么 x 的值是_____.

【答案】 ± 8

【解析】

【分析】根据平方根的定义求解即可.

【详解】解： $\because x^2=64$,

$$\therefore x = \pm\sqrt{64} = \pm 8,$$

故答案为： ± 8 .

【点睛】本题考查平方根，一般地，若 $x^2=a$ ，则 x 叫 a 的平方根，表示为 $x=\pm\sqrt{a}$ 。

12. 写出一个比 3 大且比 5 小的无理数 _____.

【答案】答案不唯一，如： π 。

【解析】

【分析】由于 $3=\sqrt{9}, 5=\sqrt{25}$ ，所以可写出一个二次根式，此根式的被开方数大于 9 且小于 25 即可，如 π 等。

【详解】解：写出一个比 3 大且比 4 小的无理数： π （答案不唯一）。

故答案为： π （答案不唯一）。

【点睛】此题主要考查了无理数的定义，注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数为无理数。如 π ，6，0.8080080008...（每两个 8 之间依次多 1 个 0）等形式。

13. 在平面直角坐标系中，若点 $(-4, 3-a)$ 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等，则 $a=_____$ 。

【答案】7 或 -1

【解析】

【分析】根据点 $(-4, 3-a)$ 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等可得 $3-a=-4$ 或 $3-a=4$ ，据此解出 a 的值。

【详解】解： \because 点 $(-4, 3-a)$ 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等，

$\therefore 3-a=-4$ 或 $3-a=4$ ，

解得： $a=7$ 或 $a=-1$ 。

故答案为：7 或 -1。

【点睛】本题考查了点的坐标，关键是掌握到 x 轴的距离等于纵坐标的绝对值，到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值。

14. 若 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} ax-2y=0 \\ 2bx+ay=2 \end{cases}$ 的解，则 $a-b=_____$ 。

【答案】-1

【解析】

【分析】根据二元一次方程组的解的定义得到关于 a 、 b 的二元一次方程组，解方程组即可。

【详解】解：由题意得， $\begin{cases} a+4=0 \\ 2b-2a=2 \end{cases}$ ，

解得， $\begin{cases} a=-4 \\ b=-3 \end{cases}$ ，

$a-b=-1$ ，

故答案为：-1。

【点睛】本题考查的是二元一次方程组的解、二元一次方程组的解法，掌握解二元一次方程组的一般步骤是解题的关键。

15. 已知 $x>2$ 是关于 x 的不等式 $x-3m+1>0$ 的解集，那么 m 的值为_____。

【答案】1

【解析】

【分析】先把 m 看做常数，求出不等式的解集，再根据不等式解集为 $x > 2$ ，建立关于 m 的方程，求解即可。

【详解】解： $x - 3m + 1 > 0$

$$x > 3m - 1,$$

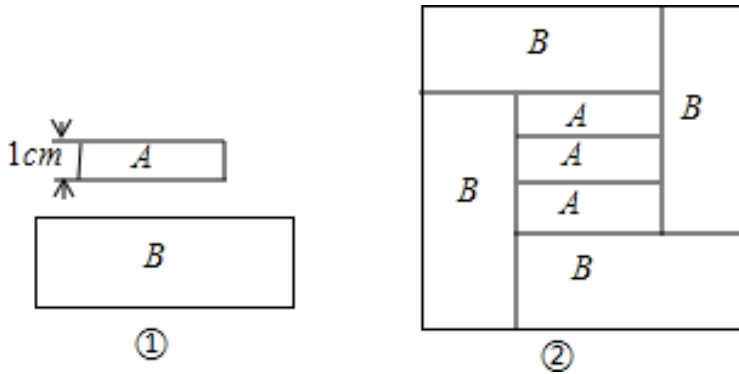
$\because x > 2$ 是关于 x 的不等式 $x - 3m + 1 > 0$ 的解集，

$$\therefore 3m - 1 = 2, \text{ 解得: } m = 1,$$

故答案为：1.

【点睛】本题考查不等式解集和解不等式，熟练掌握求解不等式是解题的关键。

16. 用 AB 两种规格的长方形纸板（如图①）无重合，无缝隙地拼接可得到如图②所示的周长为 28cm 的正方形，已知 A 种长方形的宽为 1cm ，则 B 种长方形的面积为_____ cm^2 。



【答案】10

【解析】

【分析】设 B 种长方形的长是 $x\text{cm}$ ，宽是 $y\text{cm}$ ，根据等量关系：① B 种长方形的长 + B 种长方形的宽 = $28 \div 4$ ；② B 种长方形的宽 $\times 2$ + B 种长方形的 $\times 3 = 28 \div 4$ ；列出方程组求解即可。

【详解】解：设 B 种长方形的长是 $x\text{cm}$ ，宽是 $y\text{cm}$ ，

$$\text{根据题意得} \begin{cases} x + y = 28 \div 4 \\ 2y + 1 \times 3 = 28 \div 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases},$$

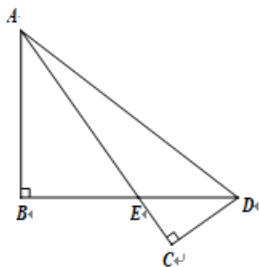
$$5 \times 2 = 10 (\text{cm}^2).$$

答： B 种长方形的面积为 10cm^2 。

故答案为：10.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程组的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解。利用二元一次方程组求解的应用题一般情况下题中要给出 2 个等量关系，准确地找到等量关系并用方程组表示出来是解题的关键。

17. 如图， $AB \perp BD$ 于点 B ， $AC \perp CD$ 于点 C ，且 AC 与 BD 交于点 E ，已知 $AE = 10$ ， $DE = 5$ ， $CD = 4$ ，则 AB 的长为_____。



【答案】8

【解析】

【分析】根据三角形高的定义可判断出边上的高，然后利用三角形面积求解即可.

【详解】解：∵ $AB \perp BD$, $AC \perp CD$,

∴ AB 是 $\triangle AED$ 的边 DE 上的高， CD 是边 AE 上的高，

$$\therefore S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} DE \cdot AB = \frac{1}{2} AE \cdot CD,$$

$$\therefore AB = \frac{AE \cdot CD}{DE} = \frac{10 \times 4}{5} = 8,$$

故答案为：8.

【点睛】本题考查三角形高的定义，三角形的面积等知识，掌握基本概念是解题关键，学会用面积法求线段的长.

18. 为了传承中华文化，激发爱国情怀，提高文学素养，师达中学初一（1）班举办了“古诗词”大赛，现有小关、小雯、小婷三位同学进入了最后冠军的角逐，决赛共分为六轮，规定：每轮分别决出第1, 2, 3名（没有并列），对应名次的得分都分别为 a, b, c ($a > b > c$ 且 a, b, c 均为正整数). 选手最后得分为各轮得分之和，得分最高者为冠军. 下表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况，根据题中所给信息，则小婷同学在这六轮中，共有____轮获得了第三.

	第一轮	第二轮	第三轮	第四轮	第五轮	第六轮	最后得分
小关	a			a			27
小雯		a			b	c	11
小婷		c		b			10

【答案】2

【解析】

【分析】根据三位同学的最后得分情况列出关于 a, b, c 的等量关系式，然后结合 $a > b > c$ 且 a, b, c 均为正整数确定 a, b, c 的值，从而确定小婷同学有几轮获得第三.

【详解】解：由题意可得： $(a+b+c) \times 6 = 27+11+10 = 48$,

$$\therefore a+b+c=8.$$

$\because a, b, c$ 均为正整数,

若每轮比赛第一名得分 a 为 4, 则最后得分最高的为 $4 \times 6 = 24 < 27$,

$\therefore a$ 必大于 4.

又 $\because a > b > c$,

$\therefore b+c$ 最小取 3,

$\therefore 4 < a < 6$,

$\therefore a=5, b=2, c=1$,

\therefore 小关同学最后得分 27 分, 他 5 轮第一, 1 轮第二;

小雯同学最后得分 11 分, 他 1 轮第一, 1 轮第二, 4 轮第三,

\therefore 小关第二轮为第二, 其余均为第一,

小雯第一、三、四轮均为第三,

\therefore 小婷第一、三、四、六轮均为第二, 第二、五轮均为第三,

\therefore 小婷有 2 轮获得第三, 如下图.

	第一轮	第二轮	第三轮	第四轮	第五轮	第六轮	最后得分
小关	a	b	a	a	a	a	27
小雯	c	a	c	c	b	c	11
小婷	b	c	b	b	c	b	10

故答案为: 2.

【点睛】 本题考查, 一元一次方程的应用, 方程的解逻辑推理能力, 理解题意, 分析数据间的等量关系, 抓住第二轮比赛情况是解题关键.

三. 解答题 (共 10 小题, 满分 56 分, 第 19-20 题每题 8 分, 第 21-26 每题 4 分, 第 27-28 题每题 8 分)

19. 计算:

$$(1) |\sqrt{10}-3| + |\sqrt{10}-4| + \sqrt[3]{-27};$$

$$(2) |\sqrt{3}-2| + \sqrt[3]{-8} \times \frac{1}{2} + (-\sqrt{3})^2$$

【答案】 (1) -2

$$(2) 4 - \sqrt{3}$$

【解析】

【分析】 (1) 先化简绝对值, 并化简根式, 加减计算出结果;

(2) 先化简绝对值, 化简二次根式, 和乘方, 再计算乘法, 最后再加减计算出结果.

【小问 1 详解】

$$\text{解: 原式} = \sqrt{10} - 3 + 4 - \sqrt{10} + (-3)$$

$$= -2.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 原式} = 2 - \sqrt{3} - 1 + 3$$

$$= 4 - \sqrt{3}.$$

【点睛】 本题考查绝对值化简, 二次根式, 乘方运算, 乘法运算, 能够掌握运算顺序是解决本题的关键.

20. 解方程组:

$$(1) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y+1}{3} = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

【答案】 (1) 方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

(2) 方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$.

【解析】

【分析】 (1) 利用加减消元法求解即可;

(2) 方程组整理后, 利用加减消元法求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: (1)} \begin{cases} x + y = 1 \text{①} \\ 2x + y = 3 \text{②} \end{cases},$$

$$\text{②} - \text{①}, \text{得: } x = 2,$$

把 $x=2$ 代入①中, 得 $y=-1$,

$$\text{所以方程组的解为 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y+1}{3} = 1, \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

原方程组可变为:

$$\begin{cases} 3x-2y=8 \text{①} \\ 3x+2y=4 \text{②} \end{cases},$$

①+②得: $6x=12$,

解这个方程得: $x=2$,

把 $x=2$ 代入①中, 得: $y=-1$,

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$.

【点睛】 本题考查了用加减消元法解二元一次方程组, 解二元一次方程组有两种消元方法, 根据方程组的系数特点灵活选取消元的方法是解题的关键.

21. 解不等式组 $\begin{cases} 2x+3 \leq x+5 \\ \frac{2x-4}{3} + 1 < x \end{cases}$. 并求出不等式组的非负整数解.

【答案】 不等式组的解集是 $-1 < x \leq 2$, 非负整数解是 0, 1, 2.

【解析】

【分析】 先求出不等式组的解集, 再求出不等式组的非负整数解即可.

【详解】 解: $\begin{cases} 2x+3 \leq x+5 \text{①} \\ \frac{2x-4}{3} + 1 < x \text{②} \end{cases}$,

解不等式①得 $x \leq 2$,

解不等式②得 $x > -1$,

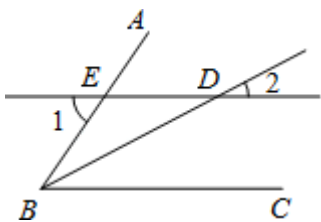
\therefore 不等式组的解集是 $-1 < x \leq 2$,

\therefore 不等式组的非负整数解是 0, 1, 2.

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式组和不等式组的整数解, 能求出不等式组的解集是解此题的关键.

22. 完成下面的证明.

已知: 如图, D 是 $\angle ABC$ 平分线上一点, $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 E . 求证: $\angle 1 = 2\angle 2$.



证明: $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \angle 1 = \angle$ ① (②),

$\angle 2 = \angle$ ③ (④).

$\because BD$ 平分 ABC ,

$\therefore \angle ABC = 2\angle DBC$.

$\therefore \angle 1 = 2\angle 2$.

【答案】 ABC ; 两直线平行, 内错角相等; DBC ; 两直线平行, 同位角相等.

【解析】

【分析】根据题意，利用平行线的性质得出 $\angle 1 = \angle ABC$ ， $\angle 2 = \angle DBC$ ，再根据角平分线得出结论即可。

【详解】证明： $\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle ABC$ （两直线平行，内错角相等），

$\angle 2 = \angle DBC$ （两直线平行，同位角相等）。

$\because BD$ 平分 ABC ，

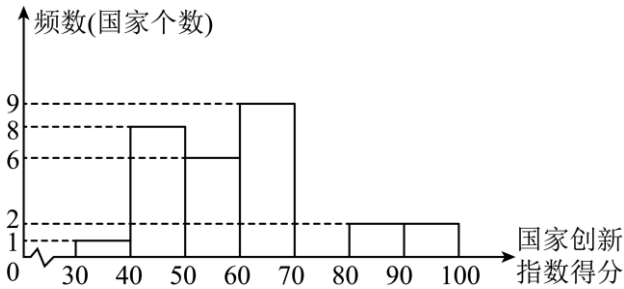
$\therefore \angle ABC = 2\angle DBC$ 。

$\therefore \angle 1 = 2\angle 2$ 。

【点睛】本题主要考查平行线的性质和角平分线的定义，正确运用平行线的性质和角平分线的定义是解答本题的关键。

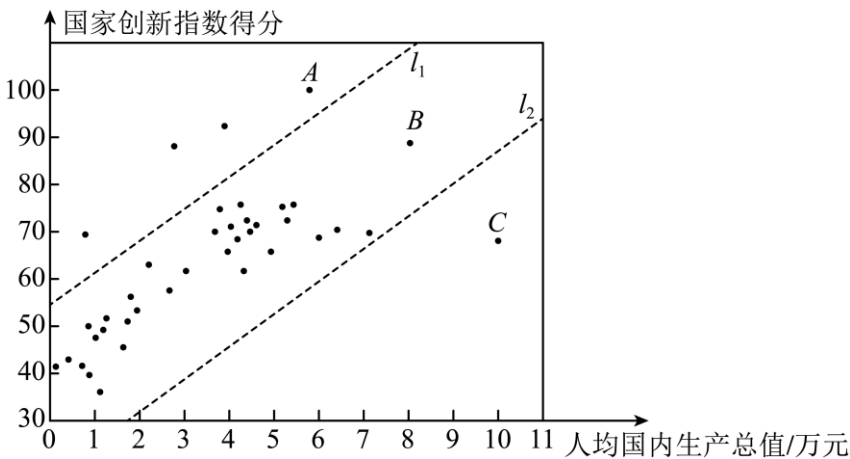
23. 国家创新指数是反映一个国家科学技术和创新竞争力的综合指数。对国家创新指数得分排名前40的国家的有关数据进行收集、整理、描述和分析。下面给出了部分信息：

a. 国家创新指数得分的频数分布直方图（数据分成7组： $30 \leq x < 40$ ， $40 \leq x < 50$ ， $50 \leq x < 60$ ， $60 \leq x < 70$ ， $70 \leq x < 80$ ， $80 \leq x < 90$ ， $90 \leq x \leq 100$ ）；



b. 国家创新指数得分在 $60 \leq x < 70$ 这一组的是：61.7 62.4 63.6 65.9 66.4 68.5 69.1 69.3 69.5

c. 40个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图：



d. 中国的国家创新指数得分为69.5。

（以上数据来源于《国家创新指数报告（2018）》）

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 补全直方图，并标注相应频数；
- (2) 中国的国家创新指数得分排名世界第___；
- (3) 在国家创新指数得分比中国高的国家中，人均国内生产总值的最小值约为___万元；（结果保留一位小数）
- (4) 下列推断合理的是___（填序号）。

①相比于点 A, B 所代表的国家,中国的国家创新指数得分还有一定差距,中国提出“加快建设创新型国家”的战略任务,进一步提高国家综合创新能力;

②在国家创新指数得分不低于中国的国家中,人均国内生产总值最大值约为 5.8 万元;

③相比于点 B, C 所代表的国家,中国的人均国内生产总值还有一定差距,中国提出“决胜全面建成小康社会”的奋斗目标,进一步提高人均国内生产总值.

【答案】(1) 图像见详解;

(2) 第 17 名; (3) 约为 0.9 万元;

(4) ①, ③;

【解析】

【分析】(1) 先计算 70 至 80 之间的国家数,再跟据国家数将频数分布直方图补充完整;

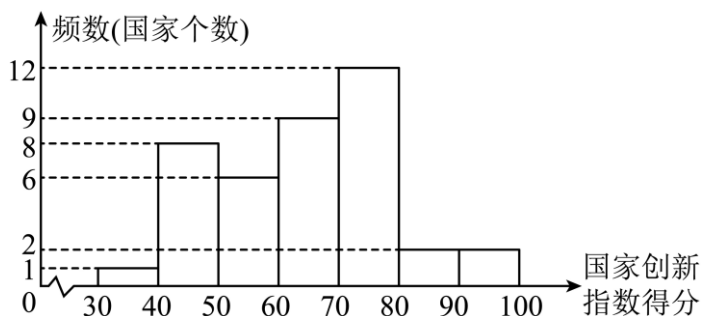
(2) 跟据图象 c 分析出中国国家创新指数得分,并根据图象进行排名即可;

(3) 跟据图象 c 分析出,在国家创新指数得分比中国高的国家中,人均国内生产总值的最小值约为 0.9 万元;

(4) 由图象 c 可知,点 A, B 所代表的国家,国家创新指数得分均比中国高,点 B 所代表的国家的国家创新指数得分高于中国,且点 B 所代表的国家的人均国内生产总值最大值约为 8.0 万元,相比于点 B, C 所代表的国家,中国的人均国内生产总值还有一定差距,根据此可以选出正确答案.

【小问 1 详解】

解: $40-2-2-1-9-8-6=12$,



【小问 2 详解】

解: 中国的得分为: 69.5 分, 位于 $60 \leq x < 70$ 这一组中最后一个,

比中国 国家创新指数得分高的有 $12+2+2=16$ (个),

故中国排名第 17 名;

【小问 3 详解】

由图象 c 可知,在国家创新指数得分比中国高的国家中,人均国内生产总值的最小值约为 0.9 万元;

【小问 4 详解】

由图象 c 可知,点 A, B 所代表的国家,国家创新指数得分均比中国高,故①正确;

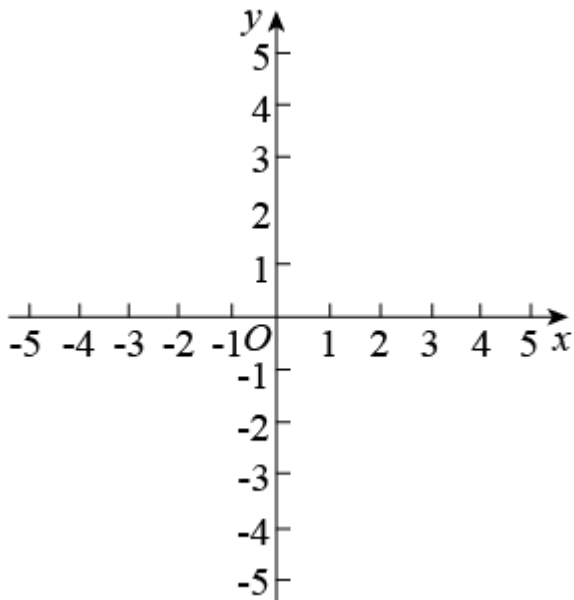
由图象 c 可知,点 B 所代表的国家的国家创新指数得分高于中国,且点 B 所代表的国家的人均国内生产总值最大值约为 8.0 万元,故②错误;

由图象 c 可知,相比于点 B, C 所代表的国家,中国的人均国内生产总值还有一定差距,故③正确,

故答案为: ①, ③.

【点睛】本题考查频数分布直方图,数据的收集与整理,能够根据图象分析出所需的数据是解决本题的关键.

24. 如图,在平面直角坐标系中,同时将点 $A(-1,0)$ 、 $B(3,0)$ 向上平移 2 个单位长度再向右平移 1 个单位长度,分别得到 A、B 的对应点 C、D. 连接 AC, BD, CD.



(1) 求点 C 、 D 的坐标，并描出 A 、 B 、 C 、 D 点，求四边形 $ABDC$ 面积；

(2) 在 x 坐标轴上是否存在点 P ；连接 PA 、 PC 使 $S_{\triangle PAC} = S_{\text{四边形}ABDC}$ ？若存在，求点 P 坐标；若不存在，请说明理由。

【答案】 (1) $C(0, 2)$ 、 $D(4, 2)$ ；见解析；8

(2) 存在，点 P 坐标为 $(7, 0)$ 或 $(-9, 0)$ 。

【解析】

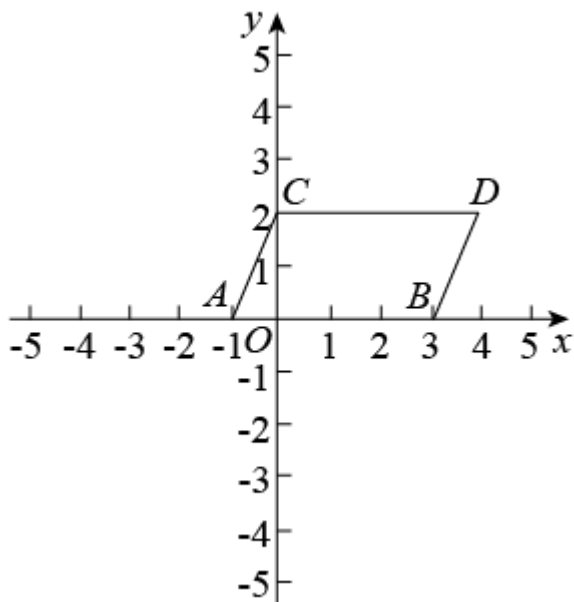
【分析】 (1) 根据向右平移横坐标加，向上平移纵坐标加写出点 C 、 D 的坐标即可，再根据平行四边形的面积公式列式计算即可得解；

(2) 分点 P 在 x 轴和 y 轴上两种情况，依据 $S_{\triangle PAC} = S_{\text{四边形}ABDC}$ 即可求解。

【小问 1 详解】

解：∵ 将点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 向上平移 2 个单位长度再向右平移 1 个单位长度，分别得到 A 、 B 的对应点 C 、 D ，
∴ $C(0, 2)$ 、 $D(4, 2)$ ；

如图，



由平移的性质可知四边形 $ABDC$ 是平行四边形,

$$\therefore S_{\text{四边形}ABDC} = 2 \times 4 = 8.$$

【小问 2 详解】

解: 存在点 P 使 $S_{\triangle PAC} = S_{\text{四边形}ABDC}$.

当点 P 在 x 轴上时,

$$\therefore S_{\triangle PAC} = S_{\text{四边形}ABDC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AP \cdot OC = 8,$$

$$\therefore OC = 2,$$

$$\therefore AP = 8,$$

$$\therefore A(-1, 0)$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 坐标为 } (7, 0) \text{ 或 } (-9, 0).$$

【点睛】 本题考查了坐标与图形性质, 平移的性质, 三角形的面积, 平行四边形的面积, 坐标与图形变化—平移等, 熟记相关性质以及利用分类讨论思想是解题的关键.

25. 利用方程(组)或不等式(组)解决问题:

“四书五经”是《大学》、《中庸》、《论语》和《孟子》(四书)及《诗经》、《尚书》、《易经》、《礼记》、《春秋》(五经)的总称, 这是一部被中国人读了几千年的教科书, 包含了中国古代的政治理想和治国之道, 是我们了解中国古代社会的一把钥匙. 某学校计划分阶段引导学生读这些书, 先购买《论语》和《孟子》供学生阅读. 已知用 1300 元购买《孟子》和《论语》各 20 本, 《孟子》的单价比《论语》的单价少 15 元.



(1) 求购买《论语》和《孟子》这两种书的单价各是多少元？

(2) 学校为了丰富学生的课余生活，举行“书香阅读”活动，根据需要，学校决定再次购进两种书共 50 本，正逢书店“优惠促销”活动，《孟子》单价优惠 4 元，《论语》的单价打 8 折。如果此次学校购买书的总费用不超过 1500 元，且购买《论语》不少于 38 本，则有几种购买方案？为了节约资金，学校应选择哪种方案？为什么？

【答案】 (1) 购买《论语》的单价 40 元，《孟子》的单价是 25 元；

(2) 共有 3 种购买方案，购买《论语》38 本，《孟子》12 本，理由见解析。

【解析】

【分析】 (1) 设购买《论语》的单价是 x 元，则购买《孟子》的单价是 $(x - 15)$ 元，利用总价 = 单价 × 数量，即可得出关于 x 的一元一次方程，解之即可得出购买《论语》的单价，再将其代入 $(x - 15)$ 中即可求出购买《孟子》的单价；

(2) 设购买《论语》 m 本，则购买《孟子》 $(50 - m)$ 本，利用总价 = 单价 × 数量，结合“此次学校购买书 总费用不超过 1500 元，且购买《论语》不少于 38 本”，即可得出关于 m 的一元一次不等式组，解之即可得出 m 的取值范围，结合 m 为正整数，即可得出各购买方案，再求出各方案所需总费用，比较后即可得出结论。

【小问 1 详解】

解：设购买《论语》的单价是 x 元，则购买《孟子》的单价是 $(x - 15)$ 元，

依题意得： $20(x - 15) + 20x = 1300$ ，

解得： $x = 40$ ，

$\therefore x - 15 = 40 - 15 = 25$ 。

答：购买《论语》的单价 40 元，《孟子》的单价是 25 元。

【小问 2 详解】

解：设购买《论语》 m 本，则购买《孟子》 $(50 - m)$ 本，

依题意得：
$$\begin{cases} m \geq 38 \\ 40 \times 0.8m + (25 - 4)(50 - m) \leq 1500 \end{cases}$$

解得： $38 \leq m \leq \frac{450}{11}$ 。

又： m 为正整数，

$\therefore m$ 可以为 38, 39, 40，

\therefore 共有 3 种购买方案，

方案 1：购买《论语》38 本，《孟子》12 本，所需总费用为 $40 \times 0.8 \times 38 + (25 - 4) \times 12 = 1468$ (元)；

方案 2：购买《论语》39 本，《孟子》11 本，所需总费用为 $40 \times 0.8 \times 39 + (25 - 4) \times 11 = 1479$ (元)；

方案 3：购买《论语》40 本，《孟子》10 本，所需总费用为 $40 \times 0.8 \times 40 + (25 - 4) \times 10 = 1490$ (元)。

$\because 1468 < 1479 < 1490$,

\therefore 学校应选择方案 1: 购买《论语》38 本, 《孟子》12 本.

【点睛】 本题考查了一元一次方程的应用以及一元一次不等式组的应用, 解题的关键是: (1) 找准等量关系, 正确列出一元一次方程; (2) 根据各数量之间的关系, 正确列出一元一次不等式组.

26. 已知 $AB \parallel CD$, 点 M 、 N 分别在直线 AB 、 CD 上, $\angle AME$ 与 $\angle CNE$ 的平分线所在的直线相交于点 F .

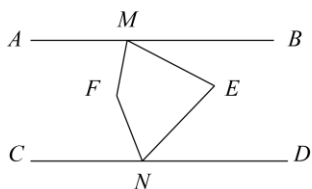


图 1

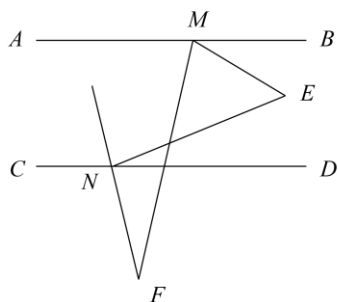


图 2

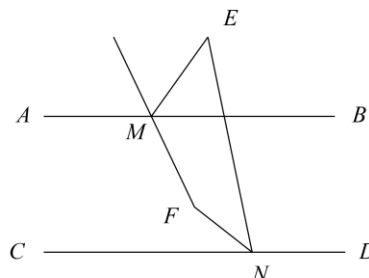


图 3

(1) 如图 1, 点 E 、 F 都在直线 AB 、 CD 之间且 $\angle MEN = 70^\circ$ 时, $\angle MFN$ 的度数为_____;

(2) 如图 2, 当点 E 在直线 AB 、 CD 之间, F 在直线 CD 下方时, 写出 $\angle MEN$ 与 $\angle MFN$ 之间的数量关系, 并证明;

(3) 如图 3, 当点 E 在直线 AB 上方, F 在直线 AB 与 CD 之间时, 直接写出 $\angle MEN$ 与 $\angle MFN$ 之间的数量关系.

【答案】 (1) 145°

(2) $\angle MEN = 2\angle MFN$, 证明见解析

(3) $\frac{1}{2}\angle MEN + \angle MFN = 180^\circ$, 证明见解析

【解析】

【分析】 分析: (1) 过 E 作 $EH \parallel AB$, $FG \parallel AB$, 根据平行线的性质得到结论;

(2) 根据三角形的外角的性质得, 平行线的性质, 角平分线的定义即可得到结论;

(3) 根据平行线的性质得到 $\angle MGE = \angle ENC$, 根据角平分线的定义得到 $\angle MGE = \angle ENC = 2\angle FNG$, $\angle AME = 2\angle 1 = \angle E + \angle MGE = \angle E + 2\angle FNG$, 根据三角形的外角的性质和四边形的内角和即可得到结论.

【小问 1 详解】

解: 如图 1, 过 E 作 $EH \parallel AB$, $FG \parallel AB$

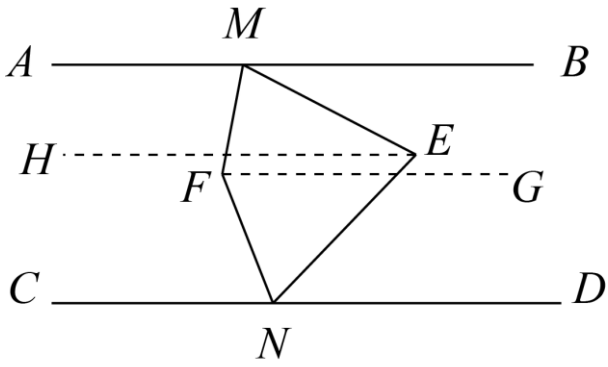


图 1

$\because AB \parallel CD$

$\therefore EH \parallel CD, FG \parallel CD$

$\therefore \angle BME = \angle MEH, \angle DNE = \angle NEH$

$\therefore \angle BME + \angle DNE = \angle MEH + \angle NEH = \angle MEN = 70^\circ$

$\therefore \angle AME + \angle CNE = 360^\circ - (\angle BME + \angle DNE) = 290^\circ$

$\because MF, FN$ 分别平分 $\angle AME$ 和 $\angle CNE$

$\therefore \angle AMF + \angle CNF = \frac{1}{2} \times 290^\circ = 145^\circ$

$\because AB \parallel FG \parallel CD$

$\therefore \angle AMF = \angle MFG, \angle NFG = \angle CNF$

$\therefore \angle MFN = \angle MFG + \angle NFG = \angle AMF + \angle CNF = 145^\circ$

故答案为: 145° ;

【小问 2 详解】

解: $\angle MEN = 2\angle MFN$

理由: 如图 2

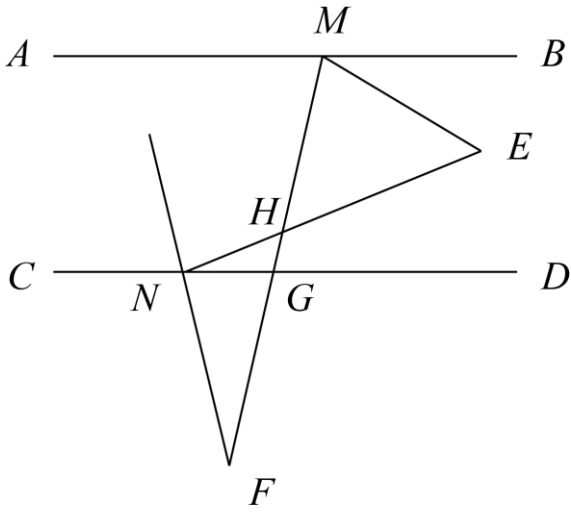


图 2

$$\because \angle MEN = \angle BME + \angle END$$

$$\because MF \text{ 平分 } \angle AME$$

$$\therefore \angle EMH = \frac{1}{2} \angle AME = \angle AMF$$

$$\therefore \angle HME = 180^\circ - \angle MHE - \angle MEN = 180^\circ - \angle AMH - \angle MEN$$

$$\therefore \angle NHG = 180^\circ - \angle END - \angle NGM$$

$$\because \angle NHG = \angle MHE$$

$$\therefore 180^\circ - \angle END - \angle NGM = 180^\circ - \angle EMF - \angle MEN$$

$$\therefore \angle END + \angle NGM = \angle EMF + \angle MEN$$

$$\because FN \text{ 平分 } \angle CNH$$

$$\therefore \angle 5 = \frac{1}{2} \angle CNH$$

$$\therefore \angle DNH = 180^\circ - 2\angle 5$$

$$\because \angle 5 = \angle 2 + \angle F$$

$$\therefore \angle DNH = 180^\circ - 2\angle 2 - 2\angle F$$

$$\because AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle MHG = \angle DNH$$

$$\therefore 180^\circ - \angle E - 2\angle 3 = 180^\circ - 2\angle 2 - 2\angle F$$

$$\because \angle 2 = \angle 3$$

$$\therefore \angle E = 2\angle F$$

【小问 3 详解】

$$\frac{1}{2} \angle MEN + \angle MFN = 180^\circ$$

证明：如图 3

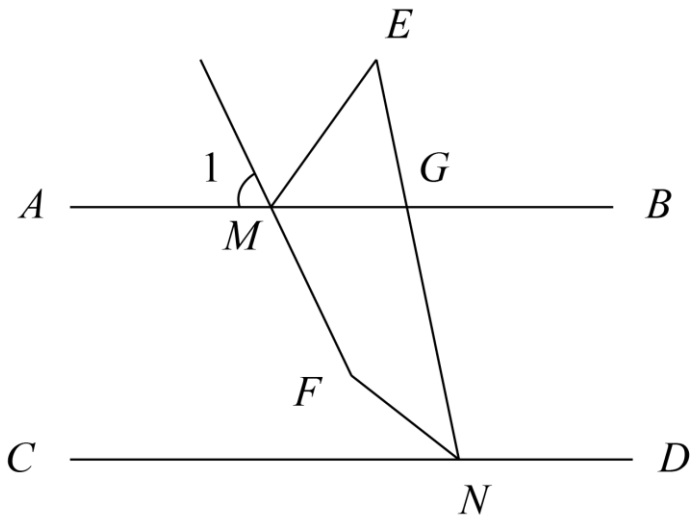


图 3

$\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle MGE = \angle ENC$

$\because NF$ 平分 $\angle ENC$

$\therefore \angle MGE = \angle ENC = 2\angle FNG$

$\because MF$ 平分 $\angle AME$

$\therefore \angle AME = 2\angle 1 = \angle E + \angle MGE = \angle E + 2\angle FNG$

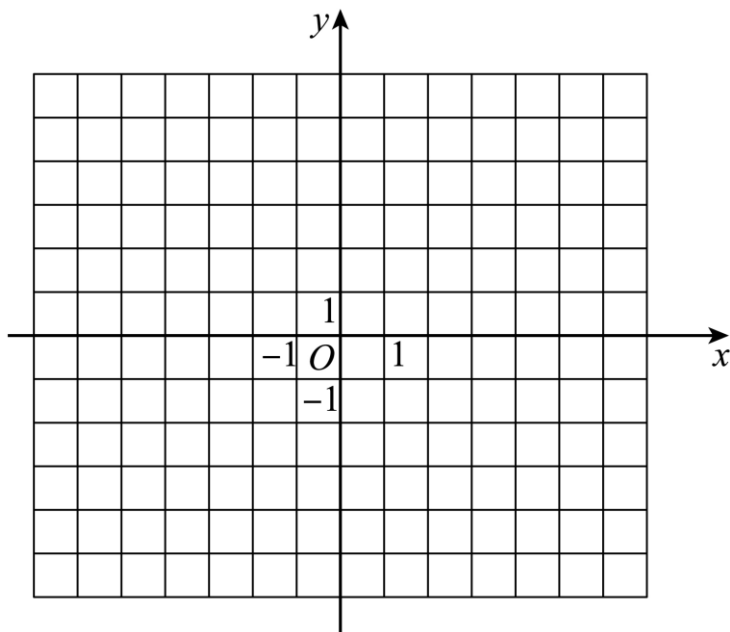
$\therefore \angle FMG = \angle 1 = \frac{1}{2} \angle E + \angle FNG$

$\because \angle E + \angle MFN = 360^\circ - \angle FNG - \angle FMG - \angle EMG = 360^\circ - \angle FNG - (180^\circ - \angle E - 2\angle FNG) - (\frac{1}{2} \angle E + \angle FNG) = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle E$

$\therefore \angle MFN + \frac{1}{2} \angle MEN = 180^\circ$.

【点睛】 本题考查了平行线的性质，三角形的外角的性质，角平分线的定义，正确的识别图形，找到角与角之间的关系是解题的关键。

27. 在平面直角坐标系中，横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 给出如下定义：对于任意两个整点 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ ， M 与 N 的“直角距离”记为 d_{MN} ， $d_{MN} = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. 例如，点 $M(1, 5)$ 与 $N(7, 2)$ 的“直角距离” $d_{MN} = |1 - 7| + |5 - 2| = 9$.



(1) 已知点 $A(4, -1)$.

①点 A 与点 $B(1, 3)$ 的“直角距离” $d_{AB} = \underline{\quad}$;

②若点 A 与整点 $C(-2, m)$ 的“直角距离” $d_{AC} = 8$, 则 m 的值为 $\underline{\quad}$;

(2) 小明有一项设计某社区规划图的实践作业, 这个社区的街道都是正南正北, 正东正西方向, 并且平行的相邻两条路之间的距离都是相等的, 可近似看作正方形的网格. 小明建立平面直角坐标系画出了此社区的示意图 (如图所示). 为了做好社区消防, 需要在某个整点处建一个消防站 P , 要求是: 消防站与各个火警高危点的“直角距离”之和最小. 目前该社区内有两个火警高危点, 分别是 $D(-2, -1)$ 和 $E(2, 2)$.

①若对于火警高危点 D 和 E , 消防站 P 不仅要满足上述条件, 还需要消防站 P 到 D, E 两个点的“直角距离”之差的绝对值最小, 则满足条件消防站 P 的坐标可以是 $\underline{\quad}$ (写出一个即可), 所有满足条件的消防站 P 的位置共有 $\underline{\quad}$ 个;

②在设计过程中, 如果社区还有一个火警高危点 $F(4, -2)$, 那么满足与这三个火警高危点的“直角距离”之和最小的消防站 P 的坐标为 $\underline{\quad}$.

【答案】 (1) ①7; ②1 或 -3

(2) ①(-1, 1); 8; ②(2, -1)

【解析】

【分析】 (1) ①根据直角距离的定义直接解答即可;

②根据直角距离的定义直接解答即可;

(2) ①先根据直角距离的定义求出直角距离 DE, PD 和 PE 的长, 根据它们之差的绝对值最小求出点 P 的坐标, 确定点 P 的个数;

②首先求出满足与这三个火警高危点的“直角距离”之和最小值为 10, 再求出消防站 P 点的坐标即可.

【小问 1 详解】

① $\because A(4, -1), B(1, 3)$,

\therefore 直角距离 $d_{AB} = |4-1| + |-1-3| = 7$;

②根据题意可得 $d_{AC} = |4+2| + |-1-m| = 8$ ，即 $|1+m| = 2$ ，

$\therefore 1+m = 2$ 或 -2 ，

解得： $m = 1$ 或 -3 ；

故答案为：①7；②1 或 -3 ；

【小问2详解】

① $\because D(-2,-1)$ ， $E(2,2)$ ，

\therefore 直角距离 $d_{DE} = |-2-2| + |-1-2| = 4+3 = 7$ ，

\therefore 点 P 到 D ， E 两个点的“直角距离”之和最小值为 7，

\therefore 点 P 到 D ， E 两个点的“直角距离”之差的绝对值最小，

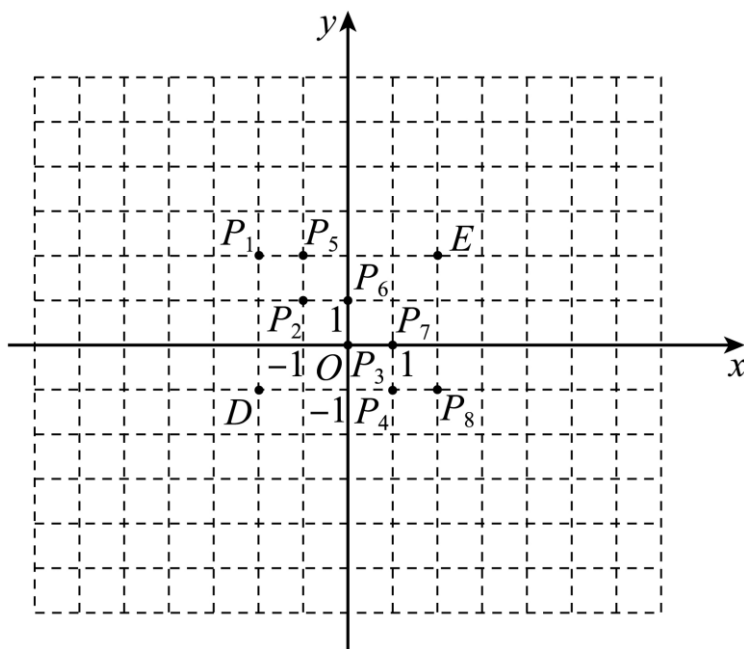
$$\therefore \begin{cases} d_{PD} = 3 \\ d_{PE} = 4 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} d_{PD} = 4 \\ d_{PE} = 3 \end{cases},$$

\therefore 点 P 的坐标可以是 $(0,0)$ 或 $(0,1)$ 或 $(-1,1)$ ，

\therefore 满足条件的消防站 P 点的位置如图所示，

\therefore 满足条件的消防站 P 点的位置共有 8 个；

故答案为： $(-1, 1)$ ；8；



②如图，

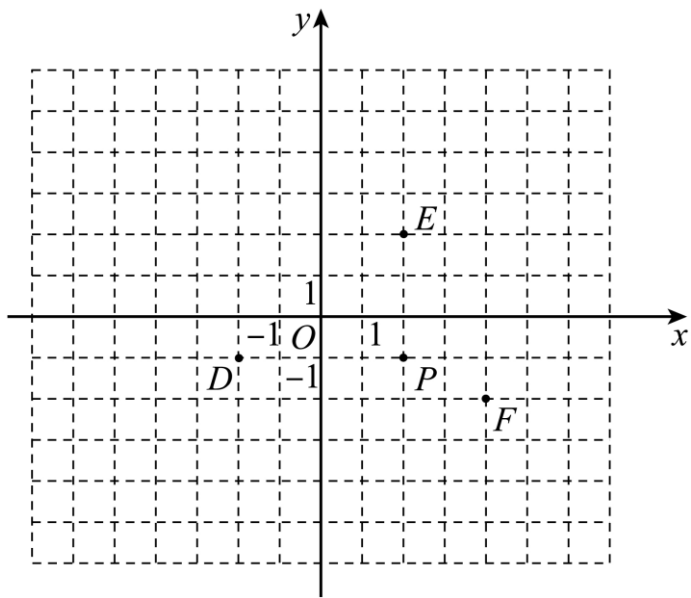
$\because D(-2,-1)$ ， $E(2,2)$ ， $F(4,-2)$ ，

$\therefore |4-(-2)| = 6$ ， $|2-(-2)| = 4$ ，

\therefore 满足到这三个火警高危点的“直角距离”之和最小值为 $6+4 = 10$ ，

\therefore 消防站 P 的坐标为 $(2, -1)$ ，

故答案为： $(2, -1)$ 。



【点睛】此题主要考查了坐标与图形，熟练掌握“直角距离”的定义是解答此题的关键.