2022 北京朝阳初二（下）期末

数　　学

一、选择题（共 24 分，每题 3 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

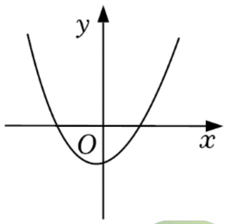
1．下列二次根式中，最简二次根式是(　　)

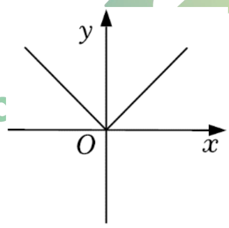
A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{a^2}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D．$\sqrt{27}$

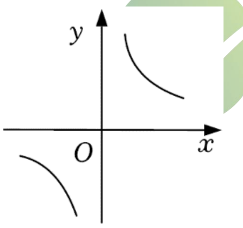
2．以下列各组数为边长的线段，可以组成直角三角形的是(　　)

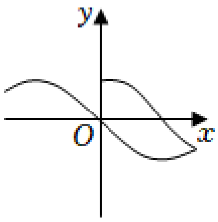
A．2，2，3　　B．4，5，7　　C．5，12，13　　D．10，10，10

3．下列各曲线中，不表示 y 是 x 的函数的是(　　)

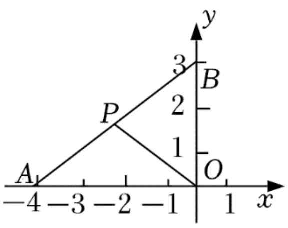
A．

B．

C．

D．

4．如图，平面直角坐标系 xOy 中，$A(-4,0)$，$B(0,3)$，点 P 为线段 AB 的中点，则线段 OP 的长为(　　)



A．$\frac{3}{2}$　　B．2　　C．$\frac{5}{2}$　　D．5

5．某农民统计了自己养鸡场 1000 只鸡出售时质量的数据，如下表：

质量 /kg	1.0	1.2	1.5	1.8	2.0
频数	108	226	325	245	96

这组数据的众数是(　　)

A．1.0　　B．1.5　　C．1.8　　D．2.0

6．若 $\sqrt{63n}$ 是整数，则正整数 n 的最小值是(　　)

A．3　　B．7　　C．9　　D．63

7．小明同学在一次学科综合实践活动中发现，某品牌鞋子的长度 $y$cm 与鞋子的码数 x 之间满足一次函数关系，下表给出 y 与 x 的一些对应值：

码数 x	26	30	34	42
长度 $y cm$	18	20	22	26

根据小明的数据，可以得出该品牌 38 码鞋子的长度为(　　)

A．$24cm$　　B．$25cm$　　C．$26cm$　　D．$38cm$

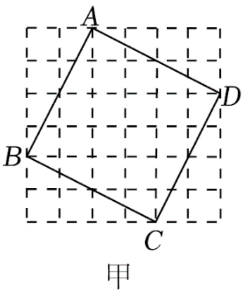
8．如图，在甲、乙两个大小不同的6×6的正方形网格中，正方形$ABCD$，$EFGH$分别在两个网格上，且各顶点均在网格线的交点上．若正方形$ABCD$，$EFGH$的面积相等，甲、乙两个正方形网格的面积分别记为$S_{甲}$，$S_{乙}$，有如下三个结论：

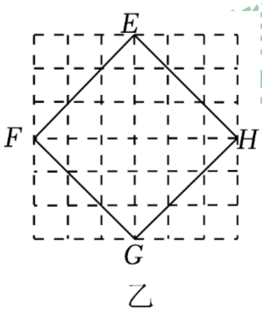
①正方形$ABCD$的面积等于$S_{甲}$的一半；

②正方形$EFGH$的面积等于$S_{乙}$的一半；

③$S_{甲}:S_{乙}=9:10$．

上述结论中，所有正确结论的序号是(　　)





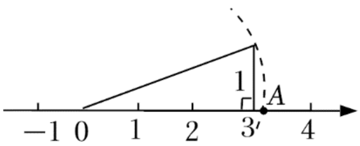
A．①②　　B．②③　　C．③　　D．①②③

二、填空题（共 24 分，每题 3 分）

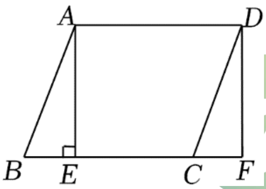
9．计算：$\sqrt{6}\div\sqrt{2}=$____．

10．若$\sqrt{x-4}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是____．

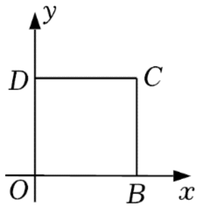
11．如图，在数轴上点A表示的实数是____．



12．如图，在▱$ABCD$中，$AE\perp BC$与点E，点F在BC边的延长线上，只需再添加一个条件即可证明四边形$AEFD$是矩形，这个条件可以是____（写出一个即可）．



13．如图，在平面直角坐标系xOy中，四边形$OBCD$是正方形，点$B(1,0)$，请写出一个图象与该正方形有公共点的函数表达式：____．



14．某市 2021 年和 2022 年 5 月 1 日至 5 日每日最高气温（单位：$^{\circ}C$）如下表：

	1 日	2 日	3 日	4 日	5 日
2021 年	22	22	24	24	25
2022 年	27	26	31	33	30

则这五天的最高气温更稳定的是 ____年（填“2021”或“2022”）.

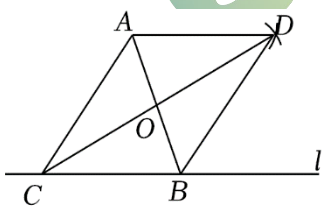
15．已知直线 l 及线段 AB，点 B 在直线上，点 A 在直线外.

如图，(1）在直线 l 上取一点 C（不与点 B 重合），连接 AC；

（2）以点 A 为圆心，BC 长为半径作弧，以点 B 为圆心，AC 长为半径作弧，两弧交于点 D（与点 C 位于直线 AB 异侧）；

（3）连接 CD 交 AB 于点 O，连接 AD，BD.

根据以上作图过程及所作图形，在下列结论①$OA=OB$；②$AD//BC$；③$\angle ACD=\angle ADC$ 中，一定正确的是 ____（填写序号）.



16．我国古代用天干和地支纪年，其中天干有 10 个：甲、乙、丙、丁、戊、已、庚、辛、壬、癸；地支有 12 个：子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥．将天干的 10 个汉字和地支的 12 个汉字分别循环排列成如下两行：

甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸……

子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥……

从左向右第 1 列是甲子，可以表示甲子年，第 4 列是丁卯，可以表示丁卯年……

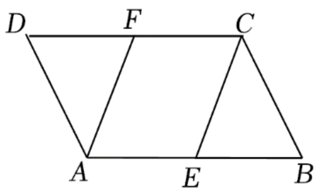
（1）在上面的天干排列中，丙第 n(n 是正整数）次出现，位于从左向右的第 ____列（用含 n 的式子表示）；

（2）2022 年是壬寅年，表示该年的壬寅可以位于从左向右的第 ____列（写出一个即可）.

三、解答题（共 52 分，17-18 题，每题 4 分，19-24 题，每题 5 分，25-26 题，每题 7 分）

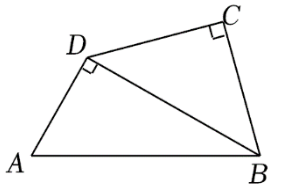
17．(4 分）计算：$\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$.

18．(4 分）如图，在▱$ABCD$ 中，E，F 分别是 AB，CD 的中点，求证：$AF=CE$.



19．(5 分）已知 $x=2+\sqrt{3}$，$y=2-\sqrt{3}$，求代数式 x^2-y^2 的值.

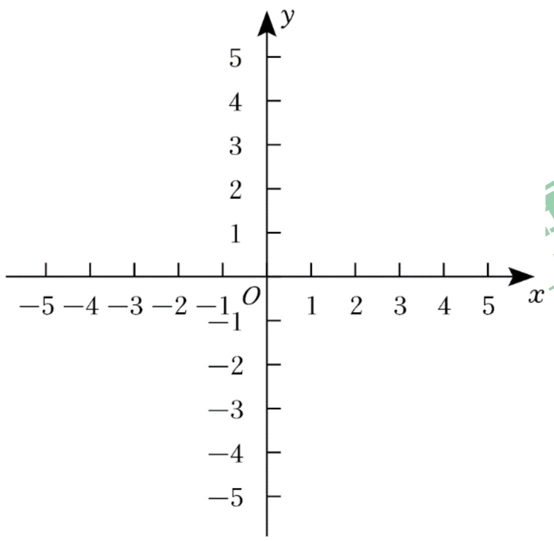
20．（5 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$BC=CD$，$\angle ADB=\angle C=90^\circ$，$\angle A=60^\circ$，$AB=2\sqrt{6}$．求 CD 的长．



21．（5 分）已知一次函数 $y_1=kx-1$ 与 $y_2=-\dfrac{1}{2}x+b$ 的图象都经过点 $(2,1)$．

（1）求 k，b 的值；

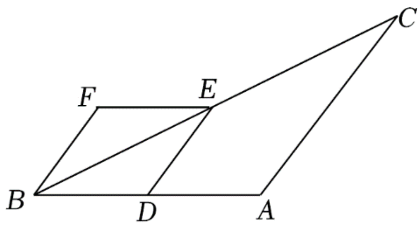
（2）在同一直角坐标系中画出这两个一次函数的图象，并结合函数图象，直接写出当 x 取何值时，$y_1\leqslant y_2$．



22．（5 分）如图，在 ΔABC 中，$AB=AC$，D，E 分别是 AB，BC 的中点，$BF//DE$，$EF//DB$．

（1）求证：四边形 $BDEF$ 是菱形；

（2）连接 DF 交 BC 于点 M，连接 CD，若 $BE=4$，$AC=2\sqrt{5}$，求 DM，CD 的长．



23．（5 分）为了解我国 2022 年第一季度 25 个地区第一季度快递业务收入的情况，收集了这 25 个地区第一季度快递业务收入（单位：亿元）的数据，并对数据进行了整理、描述和分析，给出如下信息．

a．排在前 5 位的地区第一季度快递业务收入的数据分别为：534.9，437.0，270.3，187.7，104.0

b．其余 20 个地区第一季度快递业务收入的数据的频数分布表如下：

快递业务收入 x	$0\leqslant x<20$	$20\leqslant x<40$	$40\leqslant x<60$	$60\leqslant x\leqslant 80$
频数	6	10	1	3

c．第一季度快递业务收入的数据在 $20\leqslant x<40$ 这一组的是：20.2，20.4，22.4，24.2，26.1，26.5，28.5，34.4，39.1，39.8

d．排在前 5 位的地区、其余 20 个地区、全部 25 个地区第一季度快递业务收入的数据的平均数、中位数如下：

	前 5 位的地区	其余 20 个地区	全部 25 个地区

平均数	306.8	29.9	n
中位数	270.3	m	28.5

根据以上信息，回答下列问题：

（1）表中 m 的值为 ____；

（2）在下面的 3 个数中，与表中 n 的值最接近的是 ____（填写序号）；

①30

②85

③150

（3）根据（2）中的数据，预计这 25 个地区 2022 年全年快递业务收入约为 ____亿元．

24．（5 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=2x+1$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B．

（1）求点 A，B 的坐标；

（2）点 A 关于 y 轴的对称点为 C，将直线 $y=2x+1$，直线 BC 都沿 y 轴向上平移 $t(t>0)$ 个单位，点 $(-1,m)$ 在直线 $y=2x+1$ 平移后的图形上，点 $(2,n)$ 在直线 BC 平移后的图形上，试比较 m，n 的大小，并说明理由．

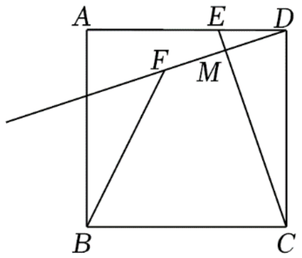
25．（7 分）点 E 在正方形 $ABCD$ 的 AD 边上（不与点 A，D 重合），点 D 关于直线 CE 的对称点为 F，作射线 DF 交 CE 交于点 M，连接 BF．

（1）求证：$\angle ADF=\angle DCE$；

（2）过点 A 作 $AH//BF$ 交射线 DF 于点 H．

①求 $\angle HFB$ 的度数；

②用等式表示线段 AH 与 DF 之间的数量关系，并证明．

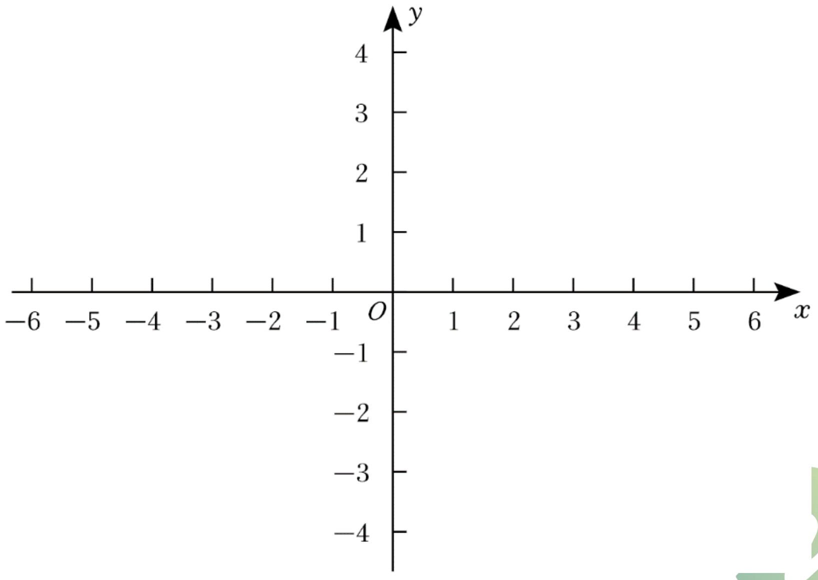


26．（7 分）对于平面直角坐标系 xOy 中的直线 $l:y=\frac{3}{4}x+b$ 与矩形 $OABC$ 给出如下定义：设直线 l 与坐标轴交于点 M，$N(M$，N 不重合)，直线 $y=\frac{3}{4}x-b$ 与矩形 $OABC$ 的两边交于点 P，$Q(P$，Q 不重合)，称线段 MN，PQ 的较小值为直线 l 的关联距离，记作 d_1．特别地，当时 $MN=PQ$ 时，$d_1=MN=PQ$．已知 $A(6,0)$，$B(6,3)$，$C(0,3)$．

（1）若 $b=3$，则 $MN=$ ____，$PQ=$ ____；

（2）若 $d_1=\frac{5}{3}$，$b>0$，则 b 的值为 ____；

（3）若 $b<0$，直接写出 d_1 的最大值及此时以 M，N，P，Q 为顶点的四边形的对角线交点坐标．


y
4
3
2
1
O
x
−6 −5 −4 −3 −2 −1
1 2 3 4 5 6
−1
−2
−3
−4

参考答案

一、选择题（共 24 分，每题 3 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【分析】根据最简二次根式的定义，逐一判断即可解答.

【解答】解：A、$\sqrt{3}$ 是最简二次根式，故 A 符合题意；

B、$\sqrt{a^2}=|a|$，故 B 不符合题意；

C、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故 C 不符合题意；

D、$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$，故 D 不符合题意；

故选：A.

【点评】本题考查了最简二次根式，熟练掌握最简二次根式的定义是解题的关键.

2.【分析】先分别求出两小边的平方和和最长边的平方，再看看是否相等即可.

【解答】解：A. $\because 2^2+2^2\neq 3^2$，

$\therefore$ 以 2，2，3 为边不能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

B. $\because 4^2+5^2\neq 7^2$，

$\therefore$ 以 4，5，7 为边不能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

C. $\because 5^2+12^2=13^2$，

$\therefore$ 以 5，12，13 为边能组成直角三角形，故本选项符合题意；

D. $\because 10^2+10^2\neq 10^2$，

$\therefore$ 以 10，10，10 为边不能组成直角三角形，故本选项不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查了勾股定理的逆定理，能熟记勾股定理的逆定理是解此题的关键，注意：如果一个三角形的两边 a、b 的平方和等于第三边 c 的平方，那么这个三角形是直角三角形.

3.【分析】根据函数的概念，对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 都有唯一的值与它对应，即可解答.

【解答】解：A、对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 都有唯一的值与它对应，所以 y 是 x 的函数，故 A 不符合题意；

B、对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 都有唯一的值与它对应，所以 y 是 x 的函数，故 B 不符合题意；

C、对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 都有唯一的值与它对应，所以 y 是 x 的函数，故 C 不符合题意；

D、对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 不是都有唯一的值与它对应，所以 y 不是 x 的函数，故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了函数的概念，熟练掌握函数的概念是解题的关键.

4.【分析】根据坐标求线段的长，利用勾股定理求解.

【解答】解：$\because A(-4,0)$，$B(0,3)$，

$\therefore OA=4$，$OB=3$，

$\because \angle AOB=90^\circ$，

$\therefore AB=5$，

$\because$ 点 P 为线段 AB 的中点，

$\therefore OP=\dfrac{1}{2}AB=2.5$.

故选： C .

【点评】本题考查了坐标和图形的性质，及直角三角形的性质，结合勾股定理求解是解题的关键.

5.【分析】根据众数的定义求解即可.

【解答】解：由表知，这组数据重 1.5 出现次数最多，有 325 次，

所以这组数据的众数为 1.5，

故选： B .

【点评】本题主要考查众数，解题的关键是掌握众数的定义.

6.【分析】因为 $\sqrt{63n}$ 是整数，且 $\sqrt{63n}=\sqrt{7\times 3^2 n}=3\sqrt{7n}$ ，则 $7n$ 是完全平方数，满足条件的最小正整数 n 为 7.

【解答】解： $\because$ $\sqrt{63n}=\sqrt{7\times 3^2 n}=3\sqrt{7n}$ ，，且 $\sqrt{7n}$ 是整数；

$\therefore 3\sqrt{7n}$ 是整数，即 $7n$ 是完全平方数；

$\therefore n$ 的最小正整数值为 7.

故选： B .

【点评】主要考查了乘除法法则和二次根式有意义的条件．二次根式有意义的条件是被开方数是非负数.

7.【分析】根据待定系数法先求出函数解析式，然后将 $x=38$ 代入函数解析式求出相应的 y 的值，即可解答本题.

【解答】解：设 y 与 x 的函数解析式为 $y=kx+b$ ，

$\because$ 点 $(26,18)$ ， $(30,20)$ 在该函数图象上，

$\therefore \begin{cases} 26k+b=18 \\ 30k+b=20 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} k=0.5 \\ b=5 \end{cases}$ ，

即 y 与 x 的函数解析式为 $y=0.5x+5$ ，

当 $x=38$ 时， $y=0.5\times 38+5=24$ ，

故选： A .

【点评】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，求出相应的函数解析式.

8.【分析】①分别求出正方形 $ABCD$ 的面积及正方形网格的面积，再进行比较即可；

②分别求出正方形 $EFGH$ 的面积及正方形网格的面积，再进行比较即可；

③结合①②进行求解即可.

【解答】解：① $S_{正方形ABCD}=4^2+2^2=20$ ，

正方形网格的面积为： $6^2=36$ ，

$\therefore \dfrac{S_{ABCD}}{S_{甲}}=\dfrac{20}{36}=\dfrac{5}{9}$ ，

故①结论错误；

② $S_{正方形EFGH}=3^2+3^2=18$ ，

正方形网格的面积为：$6^2=36$，

$\therefore \dfrac{S_{EFGH}}{S_{乙}}=\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$，

故②结论正确；

③由①得：$\dfrac{S_{ABCD}}{S_{甲}}=\dfrac{5}{9}$，则 $S_{甲}=\dfrac{9}{5}S_{ABCD}$，

由②得：$\dfrac{S_{EFGH}}{S_{乙}}=\dfrac{1}{2}$，则 $S_{乙}=2S_{EFGH}$，

$\therefore \dfrac{S_{甲}}{S_{乙}}=\dfrac{\frac{9}{5}S_{ABCD}}{2S_{EFGH}}$，

$\because$ 正方形 $ABCD$， $EFGH$ 的面积相等，

$\therefore \dfrac{S_{甲}}{S_{乙}}=\dfrac{\frac{9}{5}}{2}=\dfrac{9}{10}$，

故③结论正确．

故选： B．

【点评】本题主要考查二次根式的应用，解答的关键是根据所给的图形表示出相应的图形的面积．

二、填空题（共 24 分，每题 3 分）

9．【分析】根据二次根式的除法法则：$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}(a\geqslant 0,b>0)$ 进行计算即可．

【解答】解：$\sqrt{6}\div\sqrt{2}=\sqrt{6\div 2}=\sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{3}$．

【点评】此题主要考查了二次根式的除法，关键是掌握计算法则．

10．【分析】根据二次根式的被开方数是非负数列出不等式，解不等式得到答案．

【解答】解：由题意得：$x-4\geqslant 0$，

解得：$x\geqslant 4$，

故答案为：$x\geqslant 4$．

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式的被开方数是非负数是解题的关键．

11．【分析】根据勾股定理求出圆弧的半径，再根据点 A 的位置可得答案．

【解答】解：$\because$ 半径 $=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

$\therefore$ 点 A 表示的数为 $\sqrt{10}$，

故答案为：$\sqrt{10}$．

【点评】本题考查了实数与数轴，体现了数形结合的数学思想，解题时注意点 A 在数轴的正半轴上．

12．【分析】由平行四边形的性质得 $AD//BC$， $AD=BC$，再证 $AD=EF$，得四边形 $AEFD$ 是平行四边形，然后证 $\angle AEF=90^\circ$，即可得出结论．

【解答】解：添加条件为：$BE=CF$，理由如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD//BC$， $AD = BC$，

$\because BE = CF$，

$\therefore BE + CE = CF + CE$，

即 $BC = EF$，

$\therefore AD = EF$，

$\therefore$四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

又$\because AE \perp BC$，

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$，

$\therefore$平行四边形 $AEFD$ 是矩形，

故答案为： $BE = CF$ （答案不唯一）．

【点评】本题考查了矩形的判定、平行四边形的判定与性质等知识，熟练掌握矩形的判定和平行四边形的判定与性质是解题的关键．

13．【分析】由点 B 的坐标及正方形的性质求出点 C 的坐标，设经过点 C 的反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，继而求出反比例函数的解析式即可．

【解答】解：$\because$点 $B(1,0)$，

$\therefore OB = 1$，

$\because$四边形 $OBCD$ 是正方形，

$\therefore OD = OB = 1$， $\angle ODC = \angle OBC = 90^\circ$，

$\therefore C(1,1)$，

设经过点 C 的反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，

$\therefore \frac{k}{1} = 1$，

$\therefore k = 1$，

$\therefore y = \frac{1}{x}$，

故答案为： $y = \frac{1}{x}$．（答案不唯一）

【点评】本题考查了正方形的性质，熟练掌握正方形的性质，反比例函数解析式的特点，待定系数法是解决问题的关键．

14．【分析】分别计算两年的 3 月上旬的平均数和方差，然后根据方差的意义判断．

【解答】解：2021 年 5 月 1 日至 5 日气温的平均数为： $\frac{22+22+24+24+25}{5} = 23.4$，

方差为： $\frac{(22-23.4)^2+(22-23.4)^2+(24-23.4)^2+(24-23.4)^2+(25-23.4)^2}{5} = 1.44$

2022 年 5 月 1 日至 5 日气温的平均数为： $\frac{27+26+31+33+30}{5} = 29.4$，

方差为：$\dfrac{(27-29.4)^2+(26-29.4)^2+(31-29.4)^2+(33-29.4)^2+(30-29.4)^2}{5}=6.64$，

方差越大的数据越不稳定，由于$6.64>1.44$，

所以 2021 年 5 月 1 日至 5 日气温更稳定．

故答案为：2021．

【点评】本题考查了方差，用“先平均，再求差，然后平方，最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差．方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好．

15．【分析】证明四边形$ACBD$是平行四边形，可得结论．

【解答】解：由作图可知，$AD=CB$，$DB=AC$，

$\therefore$四边形$ACBD$是平行四边形，

$\therefore OA=OB$，$AD//CB$，

无法判断$AC=AD$，

$\therefore$③$\angle ACD=\angle ADC$不一定成立，

故答案为：①②；

【点评】本题考查作图$-$复杂作图，平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

16．【分析】（1）$n=1$时，第 3 列，即$3=10-7$；$n=2$时，第 13 列，即$13=2\times10-7$；$n=3$时，第 23 列，即$23=3\times10-7$；由此可得规律；

（2）12 和 10 的最小公倍数是 60，故序号每隔 60 循环一次，列出一组数，找到壬寅年是第 39 列，可以是$60+39=99$，从而可解答．

【解答】解：（1）由题意得：第 1 次出现，位于从左向右第 3 列；

第 2 次出现，位于从左向右第 13 列；

第 3 次出现，位于从左向右第 23 列；

……；

第n次出现，位于从左向右第$(10n-7)$列；

故答案为：$(10n-7)$；

（2）根据题意可得：天干有 10 个，地支有 12 个，12 和 10 的最小公倍数是 60，故序号每隔 60 循环一次，

甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸……

子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥……

2022 年是壬寅年，即壬和寅在一列中，该列的序号可以是从左向右的第 39 列．

故答案为：39（答案不唯一）．

【点评】此题主要考查规律问题的探索与运用，了解天干地支纪年法的基础知识是解题的关键．

三、解答题（共 52 分，17-18 题，每题 4 分，19-24 题，每题 5 分，25-26 题，每题 7 分）

17．【分析】学习二次根式的混合运算应注意以下几点：

①与有理数的混合运算一致，运算顺序先乘方再乘除，最后加减，有括号的先算括号里面的．

②在运算中每个根式可以看作是一个“单项式“，多个不同类的二次根式的和可以看作“多项式“．

【解答】解：原式$=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+2+\sqrt{2}$

$=2$．

【点评】考查了二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍．

18．【分析】方法一：先根据平行四边形的性质及中点的定义得出 $AE=FC$， $AE//FC$，再根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形证出四边形 $AECF$ 是平行四边形，然后根据平行四边形的对边相等得出 $AF=CE$；

方法二：先利用“边角边”证明 $\Delta ADF\cong\Delta CBE$，再根据全等三角形的对应边相等得出 $AF=CE$．

【解答】证明：（证法一）：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AB//CD$， $AB=CD$，

又 $\because E$、F 是 AB、CD 的中点，

$\therefore AE=$

1
2

AB， $CF=$

1
2

CD，

$\therefore AE=CF$， $AE//CF$，

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形，

$\therefore AF=CE$．

（证法二）：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AB=CD$， $AD=BC$， $\angle B=\angle D$，

又 $\because E$、F 是 AB、CD 的中点，

$\therefore BE=$

1
2

AB， $DF=$

1
2

CD，

$\therefore BE=DF$，

$\therefore \Delta ADF \cong \Delta CBE(SAS)$，

$\therefore AF = CE$．

【点评】本题考查了证明两条线段相等的方法，一般来说，可以证明这两条线段是一个平行四边形的一组对边，也可以证明这两条线段所在的三角形全等．注意根据题目的已知条件，选择合理的判断方法．

19．【分析】直接利用平方差公式计算进而得出答案．

【解答】解：$\because x = 2+\sqrt{3}$，$y = 2-\sqrt{3}$，

$\therefore x+y=4$，$x-y=2\sqrt{3}$，

$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)=4\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$．

【点评】此题主要考查了二次根式的化简求值，正确应用平方差公式是解题关键．

20．【分析】由含30度角的直角三角形的性质，得出$BD=3\sqrt{2}$，由$BC=CD$及勾股定理即可求出CD的长度．

【解答】解：$\because \angle ADB = 90°$，$\angle A = 60°$，

$\therefore \angle ABD = 30°$，

$\therefore AD = \frac{1}{2}AB$，

$\because AB = 2\sqrt{6}$，

$\therefore AD = \sqrt{6}$，

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2-(\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{2}$，

$\because \angle C = 90°$，

$\therefore CD^2 + BC^2 = BD2$，

$\because BC = CD$，

$\therefore 2CD^2 = (3\sqrt{2})^2$，

解得：$CD = 3$或-3（不符合题意，舍去），

$\therefore CD$的长为3．

【点评】本题考查了含30度角的直角三角形，勾股定理，掌握含30度角的直角三角形的性质，勾股定理是解决问题的关键．

21．【分析】(1）利用待定系数法求得即可；

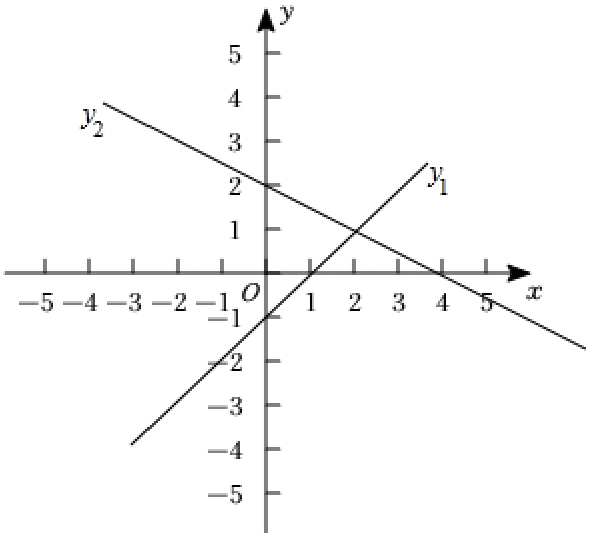
（2）观察图象即可得出结论．

【解答】解：(1）一次函数$y_1 = kx-1$与$y_2 = -\frac{1}{2}x+b$的图象都经过点$(2,1)$，

$\therefore 1 = 2k-1$，$1 = -\frac{1}{2}\times 2+b$，

$\therefore k=1$，$b=2$；

（2）画出函数$y_1 = x-1$和函数$y_2 = -\frac{1}{2}x+2$的图象如图，



观察图象，当$x \leqslant 2$时，$y_1 \leqslant y_2$．

【点评】本题考查了待定系数法求一次函数的解析式，一次函数的图象和性质，一次函数与不等式的关系，数形结合是解题的关键．

22．【分析】(1）先证明四边形$BDEF$是平行四边形，再由直角三角形斜边上的中线性质得出$DE=\frac{1}{2}AB=BD$，即可得出四边形$BDEF$是菱形；

（2）由菱形的性质得出$BE \perp DF$，$BM=ME=2$，由勾股定理可求出答案．

【解答】(1）证明：如图1，连接AE，

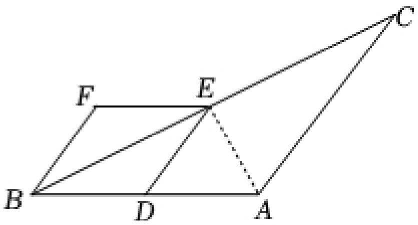


图1

$\because BF//DE$，$EF//DB$，

$\therefore$四边形$BDEF$是平行四边形，

$\because AB=AC$，E是BC的中点，

$\therefore AE \perp BC$，

$\therefore \angle AEB=90^\circ$，

$\because$点D是AB的中点，

$\therefore DE=\frac{1}{2}AB=BD$，

$\therefore$四边形$BDEF$是菱形；

（2）解：如图2，

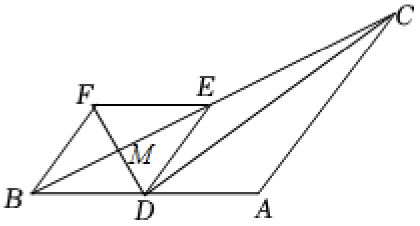


图2

$\because$ 四边形 $BDEF$ 是菱形， $BE=4$，

$\therefore BE\perp DF$， $BM=ME=2$，

$\because D$， E 分别是 AB， BC 的中点，

$\therefore DE=\frac{1}{2}AC=\sqrt{5}$，

$\therefore DM=\sqrt{DE^2-ME^2}=\sqrt{5-4}=1$，

又 $\because BE=CE=4$，

$\therefore MC=6$，

$\therefore CD=\sqrt{CM^2+DM^2}=\sqrt{6^2+1^2}=\sqrt{37}$.

【点评】本题考查了菱形的判定与性质、等腰三角形的性质、直角三角形斜边上的中线性质、勾股定理等知识；熟练掌握菱形的判定与性质是解题的关键.

23.【分析】（1）根据中位数的定义进行计算即可；

（2）由平均数的计算法则进行计算即可；

（3）利用（2）中的结果进行计算即可.

【解答】解：（1）将这 20 个地区的第一季度快递业务收入从小到大排列，处在中间位置的两个数的平均数为 $\frac{24.2+26.1}{2}=25.15$，即中位数 $m=25.15$，

故答案为：25.15；

（2） $n=\frac{306.8\times5+29.8\times20}{5+20}=85.24\approx85$，

故答案为：②；

（3） $85\times4=340$ （亿元），

故答案为：340.

【点评】本题考查频数分布表，平均数、中位数、众数以及样本估计总体，掌握平均数、中位数、众数的定义及计算方法是正确解答的前提.

24.【分析】（1）令 $x=0$ 和 $y=0$ 时，代入解析式得出坐标即可；

（2）求得直线 BC 的解析式为 $y=-2x+1$，根据平移的规律得到 $y=2x+1+t$ 、 $y=-2x+1+t$ ，由图象上点的坐标特征得到 $m=-2+1+t=-1+t$ ， $n=-4+1+t=-3+t$ ，由 $m-n=2>0$，即可得出 $m>n$.

【解答】解：（1） $\because$ 直线 $y=2x+1$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B .

将 $x=0$ 代入 $y=2x+1$，得到： $y=1$，

$\therefore B(0,1)$ ，

将 $y=0$ 代入 $y=2x+1$，得到 $2x+1=0$ ，

解得：$x=-\frac{1}{2}$，

$\therefore A(-\frac{1}{2}，0)$；

（2）$\because$ 点 A 关于 y 轴的对称点为 C，

$\therefore C(\frac{1}{2}，0)$，

$\therefore$ 直线 BC 为 $y=-2x+1$，

将直线 $y=2x+1$，直线 BC 都沿 y 轴向上平移 $t(t>0)$ 个单位，得到 $y=2x+1+t$、$y=-2x+1+t$，

$\because$ 点 $(-1,m)$ 在直线 $y=2x+1+t$ 上，

$\therefore m=-2+1+t=-1+t$，

$\because$ 点 $(2,n)$ 在直线 $y=-2x+1+t$ 上，

$\therefore n=-4+1+t=-3+t$，

$\because m-n=-1+t-(-3+t)=2>0$，

$\therefore m>n$．

【点评】本题考查一次函数图象上点的坐标特征，一次函数图象与几何变换，图象上点的坐标适合解析式是解答此题的关键．

25．【分析】（1）利用等角的余角相等证明即可；

（2）①连接 CF，证明 $CB=CF=CD$，证明 $\angle BFD=135^{\circ}$，可得结论；

②结论：$DF=\sqrt{2}AH$．过点 A 作 $AT\perp DH$ 于点 T．证明 $\Delta CMD\cong\Delta DTA(AAS)$，推出 $DM=AT$，再证明 $AT=\frac{\sqrt{2}}{2}AH$，$DM=FM$，可得结论．

【解答】（1）证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ADC=90^{\circ}$，

$\because D$，F 关于 CE 对称，

$\therefore CE\perp DF$，

$\therefore \angle ECD+\angle CDM=90^{\circ}$，$\angle ADF+\angle CDM=90^{\circ}$，

$\therefore \angle ADF=\angle DCE$；

（2）解：①连接 CF．

$\because D$，F 关于 CE 对称，

$\therefore CD=CF$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore CD=CB$，$\angle DCB=90^{\circ}$，

$\therefore CB=CEF=CD$，

$\therefore \angle CBF=\angle CFB$，$\angle CDF=\angle CFD$，

$\because \angle CBF+\angle BFD+\angle CDF+\angle BCD=360^{\circ}$，

$\therefore 2\angle CFB+2\angle CFD=270^{\circ}$，

$\therefore \angle CFB+\angle CFD=135^{\circ}$，

$\therefore \angle BFD=135^{\circ}$，

$\therefore \angle HFB=180^{\circ}-\angle BFD=45^{\circ}$；

②结论：$DF=\sqrt{2}AH$．

理由：过点 A 作 $AT\perp DH$ 于点 T．

$\because AH//BF$，

$\therefore \angle AHT=\angle HFB=45^{\circ}$，

$\because AT\perp TH$，

$\therefore AT=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AH$，

$\because \angle CMD=\angle DTA=90^{\circ}$，$\angle ADT=\angle DCM$，$DC=AD$，

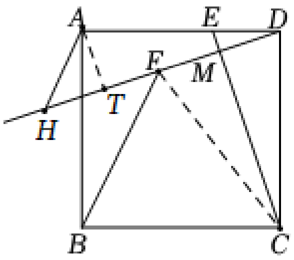
$\therefore \Delta CMD\cong \Delta DTA(AAS)$，

$\therefore DM=AT$，

$\because D$，F 关于 CE 对称，

$\therefore DM=FM$，

$\therefore DF=2DM=2AT=\sqrt{2}AH$．



【点评】本题属于几何变换综合题，考查了正方形的性质，轴对称变换，等腰直角三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考压轴题．

26．【分析】（1）当 $b=3$ 时，分别根据直线解析式求出 M 点 N 点的坐标，P 点和 Q 点的坐标，进而求出 MN 和 PQ 即可；

（2）若 $d_1=\dfrac{5}{3}$，则分 $MN=\dfrac{5}{3}$ 和 $PQ=\dfrac{5}{3}$ 两种情况分别计算 b 的值即可；

（3）若 $b<0$，则 PQ 交矩形 OC 和 BC 边上，分别用 b 的代数式表示出 PQ 和 MN，当 $MN=PQ$ 时，d_1 有最大值，此时四边形 $MNPQ$ 是平行四边形，用中点坐标公式求出对角线交点坐标即可．

【解答】解：（1）$\because b=3$，

$\therefore y=\dfrac{3}{4}x+3$，

令 $x=0$ 则 $y=3$；令 $y=0$ 则 $x=-4$，

$\therefore M(0,3)$，$N(-4,0)$，

$\therefore MN=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\because$ 直线 $PQ: y=\frac{3}{4}x-3$，

$\therefore$ 当 $y=0$ 时，$x=4$，当 $x=6$ 时 $y=\frac{3}{2}$，

$\therefore P(4,0)$，$Q(6,\frac{3}{2})$，

$\therefore PQ=\sqrt{2^2+(\frac{3}{2})^2}=\frac{5}{2}$，

故答案为：5，$\frac{5}{2}$；

（2）若 $MN=d_1=\frac{5}{3}$，

$\because$ 直线 $l: y=\frac{3}{4}x+b$，

当 $x=0$ 时，$y=b$，当 $y=0$ 时，$x=-\frac{4}{3}b$，

$\therefore M(0,b)$，$N(-\frac{4}{3}b$，$0)$，

$\therefore MN=\sqrt{b^2+(-\frac{4}{3}b)^2}=\frac{5}{3}b=\frac{5}{3}$，

$\therefore b=1$，

此时，$PQ: y=\frac{3}{4}x-1$，

当 $y=0$ 时，$x=\frac{4}{3}$，当 $y=3$ 时，$x=\frac{16}{3}$，

$\therefore P(\frac{4}{3}$，$0)$，$Q(\frac{16}{3}$，$3)$，

$\therefore PQ=\sqrt{(\frac{16}{3}-\frac{4}{3})^2+3^2}=5>MN$，符合题意；

若 $PQ=d_1=\frac{5}{3}$，

则直线与矩形的交点在 OA，AB 上，

$\because$ 直线 $PQ: y=\frac{3}{4}x-b$，

当 $y=0$ 时，$x=\frac{4}{3}b$，当 $x=6$ 时，$y=\frac{9}{2}-b$，

$\therefore P(\frac{4}{3}b$，$0)$，$Q(6,\frac{9}{2}-b)$，

$\therefore PQ=\sqrt{(6-\frac{4}{3}b)^2+(\frac{9}{2}-b)^2}=\frac{5}{3}$，

解得 $b=\frac{7}{2}$，

此时直线l的解析式为：$y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{2}$，

$y=0$时，$x=\frac{14}{3}$，当$x=0$时，$y=\frac{7}{2}$，

$\therefore M(0,\frac{7}{2})$，$N(\frac{14}{3}$，$0)$，

$\therefore MN=\sqrt{(\frac{7}{2})^2+(\frac{14}{3})^2}=\frac{35}{6}>\frac{5}{3}$，符合题意，

故答案为：1 或$\frac{7}{2}$；

（3）$\because b<0$，

$\therefore PQ$交矩形必在OC，BC上，

$\because$直线PQ的解析式为：$y=\frac{3}{4}x-b$，

当$x=0$时，$y=-b$，当$y=3$时，$x=\frac{4}{3}b+4$，

$\therefore P(0,-b)$，$Q(\frac{4}{3}b+4$，$3)$，

$\therefore PQ=\sqrt{(\frac{4}{3}b+4)^2+(3+b)^2}=\frac{5}{3}b+5$，

由（2）得，$M(0,b)$，$N(-\frac{4}{3}b$，$0)$，

$\therefore MN=\sqrt{b^2+(-\frac{4}{3}b)^2}=-\frac{5}{3}b$，

$\therefore$当$MN=PQ$时，d_1有最大值，

即$\frac{5}{3}b+5=-\frac{5}{3}b$，

解得$b=-\frac{3}{2}$，

$\therefore d_1$最大值为$\frac{5}{2}$，

此时$P(0,\frac{3}{2})$，$Q(2,3)$，$M(0,-\frac{3}{2})$，$N(2,0)$，

$\therefore$四边形$PQNM$是平行四边形，

$\therefore$对角线的交点为P，N的中点，

即$(\frac{2+0}{2}$，$\frac{\frac{3}{2}+0}{2})$，

$\therefore$对角线交点为$(1,\frac{3}{4})$，

综上所述，d_1最大值为$\frac{5}{2}$，对角线交点为$(1,\frac{3}{4})$．

【点评】本题主要考查一次函数的图象和性质，熟练掌握一次函数的图象和性质，平行四边形的性质等知识是解题的关键.