

## 2023-2024 学年度第一学期期中练习题

年级：初三 科目：数学 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

考  
生  
须  
知

1. 本试卷共 6 页，共三道大题 28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。
3. 试题答案一律书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
4. 考试结束后，试卷和答题纸一律上交。



一. 选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）（每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）

1. 把抛物线  $y = x^2$  向左平移 1 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度，得到的抛物线的解析式为（ ）

A.  $y = (x-1)^2 + 3$

B.  $y = (x-1)^2 - 3$

C.  $y = (x+1)^2 + 3$

D.  $y = (x+1)^2 - 3$

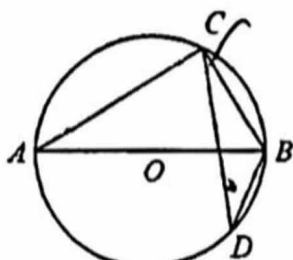
2. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $CD$  是弦，若  $\angle CDB = 32^\circ$ ，则  $\angle CBA =$ （ ）

A.  $32^\circ$

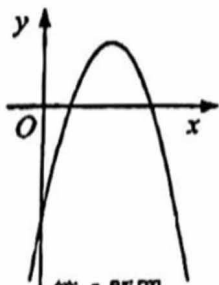
B.  $58^\circ$

C.  $64^\circ$

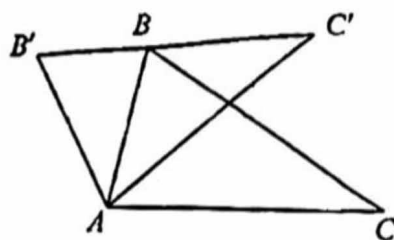
D.  $68^\circ$



第 2 题图



第 5 题图



第 6 题图

3. 已知  $\odot O$  半径为 8，点  $P$  到圆心  $O$  的距离  $d$  为方程  $x^2 - 4x - 5 = 0$  的一个根，则点  $P$ （ ）

A. 在  $\odot O$  的内部

B. 在  $\odot O$  的外部

C. 在  $\odot O$  上或  $\odot O$  的内部

D. 在  $\odot O$  上或  $\odot O$  的外部

4. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 4x - 7 = 0$ ，可变形为（ ）

A.  $(x-2)^2 = 7$

B.  $(x-2)^2 = 11$

C.  $(x+2)^2 = 7$

D.  $(x+2)^2 = 11$

5. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示，则点  $(a, bc)$  在（ ）

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

6. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C' = 35^\circ$ 。将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  至  $\triangle AB'C'$ ，且  $B', B, C'$  三点共线。若  $\angle CDC' = 75^\circ$ ，则  $\angle ABC =$ （ ）

A.  $40^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $70^\circ$

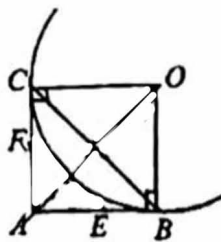
D.  $80^\circ$

如图，过圆外一点  $A$  作  $\odot O$  的切线  $AB, AC$ ，切点分别是  $B, C$ ，连接  $BC$ 。过  $BC$  上点  $D$  作  $\odot O$  的切线，分别交  $AB, AC$  于点  $E, F$ 。若  $\angle A = 90^\circ$ ， $\triangle AEF$  的周长为 4，则  $BC$  的长为 ( )

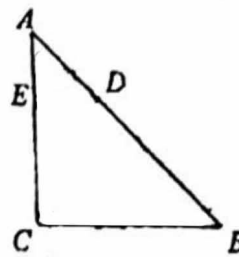
- A. 2                      B.  $2\sqrt{2}$                       C. 4                      D.  $4\sqrt{2}$

8. 如图， $\triangle ABC$  是等腰直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2$ ，点  $D$  为边  $AB$  上一点，过点  $D$  作  $DE \perp AC$ ， $DF \perp BC$ ，垂足分别为  $E, F$ ，点  $D$  从点  $A$  出发沿  $AB$  运动至点  $B$ 。设  $DE = x$ ， $DF = y$ ，四边形  $CFDE$  的面积为  $S$ ，在运动过程中，下列说法正确的是 ( )

- A.  $y$  与  $x$  满足一次函数关系， $S$  与  $x$  满足二次函数关系，且  $S$  存在最大值  
 B.  $y$  与  $x$  满足一次函数关系， $S$  与  $x$  满足二次函数关系，且  $S$  存在最小值  
 C.  $y$  与  $x$  满足反比例函数关系， $S$  与  $x$  满足二次函数关系，且  $S$  存在最大值  
 D.  $y$  与  $x$  满足反比例函数关系， $S$  与  $x$  满足二次函数关系，且  $S$  存在最小值



第 7 题图



第 8 题图

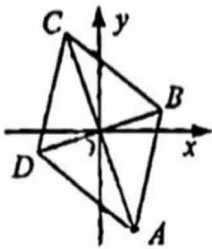


二. 填空题 (本题共 20 分，每小题 2 分)

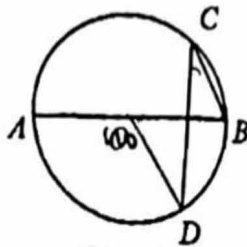
9. 请你写一个二次函数，其图象满足：①开口向下；②与  $x$  轴无交点，这个二次函数可以是 \_\_\_\_\_

10. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + mx - 3 = 0$  有一个根为 1，则  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

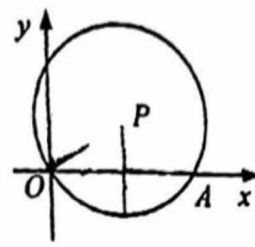
11. 菱形  $ABCD$  的对角线交于点  $O(0,0)$ ，点  $A(1,-3)$ ，则点  $C$  的坐标为 \_\_\_\_\_



第 11 题图



第 13 题图



第 15 题图

12. 抛物线  $y = x^2 - 3mx + m + 3$  经过原点，则  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

13. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $CD$  是弦 (点  $C$  不与点  $A, B$  重合，且点  $C$  与点  $D$  位于直径  $AB$  两侧)，若  $\angle AOD = 110^\circ$ ，则  $\angle BCD =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知二次函数  $y = ax^2 + 2ax - 3 (a > 0)$ ，当自变量  $x$  分别取  $-3, -1, 2$  时，所对应的函数值分别为  $y_1, y_2, y_3$ ，则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为 \_\_\_\_\_ (用“ $>$ ”或“ $<$ ”连接).

15. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $O$  为坐标原点，点  $P$  在第一象限， $\odot P$  与  $x$  轴交于点  $O, A$ ，其中点  $A$  的坐标为  $(6,0)$ ， $\odot P$  的半径为  $\sqrt{13}$ ，则点  $P$  的坐标为 \_\_\_\_\_.



16. 杭州亚运会的三个吉祥物“琮琤”“宸宸”“莲莲”组合名为“江南忆”，出自唐朝诗人白居易的名句“江南忆，最忆是杭州”，它融合了杭州的历史人文、自然生态和创新基因。吉祥物一开售，就深受大家的喜爱。经统计，某商店 4 月份某款亚运会吉祥物的销售量为 256 件，6 月份的销售量为 400 件，设该款吉祥物 4 月份到 6 月份销售量的月平均增长率为  $x$ ，则可列方程\_\_\_\_\_。

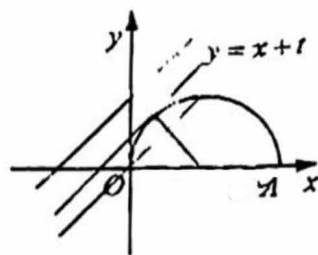
17. 已知一次函数  $y_1 = kx + b (k \neq 0)$  和二次函数  $y_2 = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的部分自变量和对应的函数值如下表：

$x$	...	1	2	3	4	5	...
$y_1$	...	0	1	2	3	4	...
$y_2$	...	0	-1	0	3	8	...

(1) 二次函数的表达式为\_\_\_\_\_；

(2) 关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c < kx + b$  的解集是\_\_\_\_\_。

18. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A$  的坐标为  $(2\sqrt{2}, 0)$ ，以  $OA$  为直径在  $x$  轴上方作半圆，直线  $l$  的解析式为  $y = x + t$ ，若直线  $l$  与半圆只有一个公共点，则  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_。



三. 解答题 (本题共 64 分，19 题 10 分，20 题 5 分，21 题 6 分，22 题 5 分，23—26 题每题 6 分，27、28 题每题 7 分)

19. 解方程：(1)  $x^2 - 2x - 24 = 0$  (2)  $2x^2 + 4x + 1 = 0$

20. 下面是小于同学设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程。

已知：直线  $l$  及直线  $l$  外一点  $P$ 。

求作：直线  $PQ$ ，使得  $PQ \parallel l$ 。

小于同学的作法：如下，

- (1) 在直线  $l$  的下方取一点  $O$ ；
- (2) 以点  $O$  为圆心， $OP$  长为半径画弧， $\odot O$  交直线  $l$  于点  $C, D$  (点  $C$  在左侧)，连接  $CP$ ；
- (3) 以点  $D$  为圆心， $CP$  长为半径画弧，交  $\odot O$  于点  $Q$  (点  $Q$  与点  $P$  位于直线  $l$  同侧)；
- (4) 作直线  $PQ$ ；所以直线  $PQ$  即为所求。

请你依据小于同学设计的尺规作图过程，完成下列问题。  $P$

(1) 使用直尺和圆规，完成作图；(保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明：\_\_\_\_\_

证明：连接  $DP$ ，

$\because CF = DQ$ ，

$\therefore CP = DQ$  \_\_\_\_\_ (填推理的依据)。

$\therefore \angle PDC =$  \_\_\_\_\_

$\therefore PQ \parallel$  \_\_\_\_\_ (填推理的依据)。

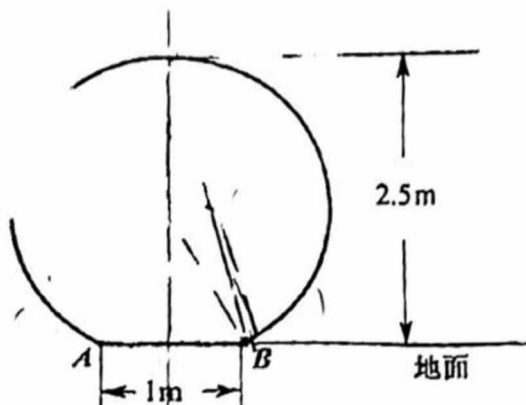


21. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $(m-3)x^2 - (m-4)x - 1 = 0$  ( $m$  为实数).

(1) 若方程有两个不相等的实数根, 求  $m$  的取值范围;

(2) 若  $m$  为整数, 且该方程有一个根是负整数, 求  $m$  的值.

22. “圆”是中国文化的一个重要精神元素, 在中式建筑中有着广泛的应用, 例如古典园林中的门洞. 如图, 某地园林中的一个圆弧形门洞的高为  $2.5\text{m}$ , 地面入口宽为  $1\text{m}$ , 求该门洞的半径.



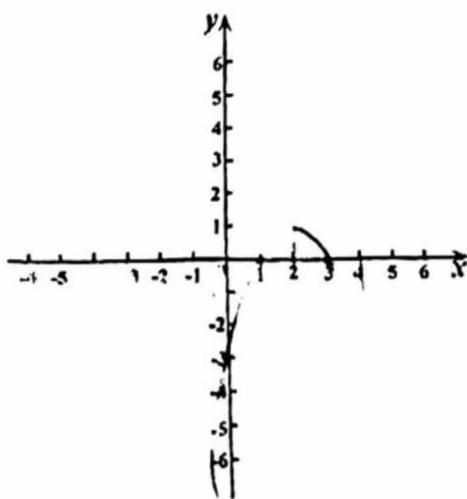
23. 已知二次函数  $y = -x^2 + 4x - 3$

(1) 将  $y = -x^2 + 4x - 3$  化成  $y = a(x-h)^2 + k$  的形式: \_\_\_\_\_;

(2) 补全表格, 则  $m =$  \_\_\_\_\_,  $n =$  \_\_\_\_\_ ( $m < n$ ), 并在坐标系中利用描点法画出二次函数的图象;

$x$	...	0	$m$	2	$n$	4	...
$y$	...	-3	0	$k$	0	-3	...

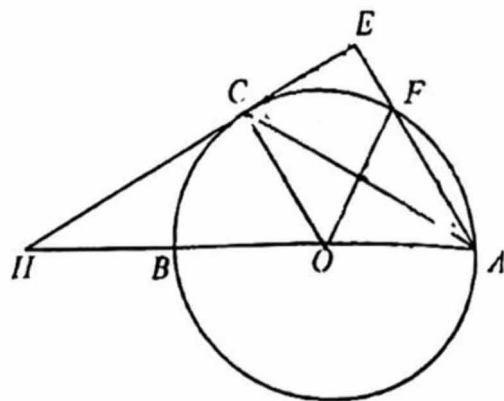
(3) 若关于  $x$  的方程  $-x^2 + 4x - 3 - t = 0$  在  $0 < x < 3$  的范围内有解, 则  $t$  的取值范围是 \_\_\_\_\_



24. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $C$  为  $\odot O$  上一点,  $AE \perp CE$  于点  $E$ , 交  $\odot O$  于点  $F$ , 直线  $CE$  与直线  $AB$  交于点  $H$ ,  $AC$  平分  $\angle EAH$ .

(1) 求证:  $EH$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $F$  为  $AC$  中点,  $\odot O$  半径为 2, 求  $CE$  长.



25. 第 19 届杭州亚运会成功举办, 中国女篮在最后时刻取得了令人振奋的胜利, 黄思静在最后一秒稳稳地抢下后场篮板, 最后由王思雨完成绝杀, 以 74 比 72 险胜日本成功卫冕亚运会冠军. 如图 1, 球场上, 一名 1.85 米的运动员, 当跳离地面的高度 0.25 米时, 球在头顶上方 0.15 米处出手, 然后准确落入篮框. 已知篮框中心到地面的距离为 3.05 米, 当球与篮框的水平距离为 1.5 米时, 达到最大高度 3.5 米.

- (1) 篮球出手处距离地面的高度是\_\_\_\_\_米;  
 (2) 运动员投篮时站在三分线内还是三分线外, 并说明理由 (图 2 为篮球场平面示意图, 三分线与篮框的水平距离是 6.75 米)

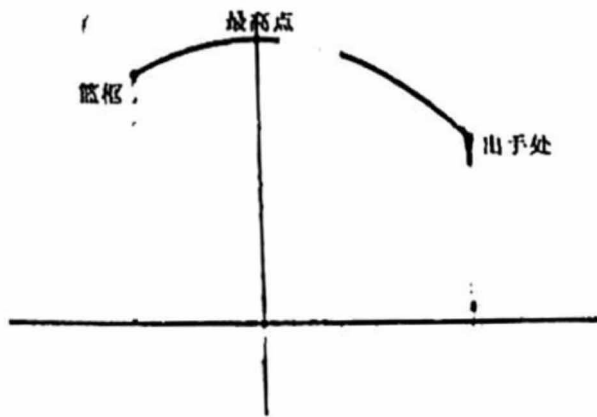


图 1

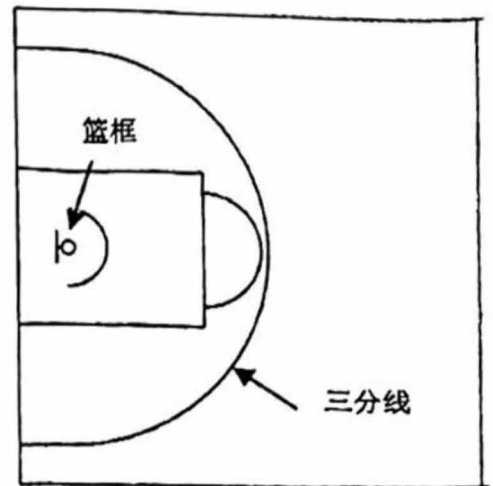


图 2

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $(-2, -2)$  在抛物线  $y = ax^2 + bx - 2 (a > 0)$  上.

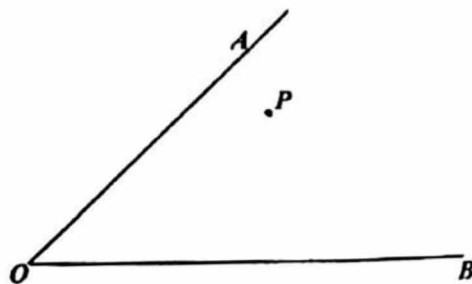
(1) ① 抛物线的对称轴为直线  $x =$  \_\_\_\_\_;

② 当  $-3 < x < -2$  时, 抛物线在  $x$  轴下方, 当  $1 < x < 2$  时, 抛物线在  $x$  轴上方, 求此时抛物线的表达式;

(2) 若抛物线上存在点  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$ , 其中  $x_1, x_2$  满足  $0 < x_1 < x_2 < 4$  且  $x_2 - x_1 = 1$ , 求得  $|y_1 - y_2| < 1$ , 求  $a$  的取值范围.

27. 在学习旋转时, 老师提出这样一个问题:

已知  $\angle AOB$ , 点  $P$  为其内部一点, 在  $OA$  与  $OB$  上分别求作点  $M, N$ , 使得  $\triangle MNP$  为等腰直角三角形, 其中  $MP = NP$ ,  $\angle MPN = 90^\circ$ .



以下是同学们思考后的两种正确作法:





作法 1: 如图 1, 作  $PC \perp OB$  于  $C$ , 以  $P$  为旋转中心将线段  $PC$  顺时针旋转  $90^\circ$  到  $PD$ , 作  $DM \perp OB$  交  $OA$  于  $M$ , 连接  $PM$ . 在  $OC$  延长线确定一点  $N$ , 使得  $CN = DM$ , 连接  $PN, MN$ , 则  $\triangle MPN$  即为所求.

作法 2: 如图 2, 过点  $P$  作  $PC \perp OB$  于点  $C$ , 以  $C$  为圆心,  $CP$  为半径作圆, 交  $OB$  于点  $D, E$ , 连接  $PE, PD$ . 作  $DM \perp OB$  交  $OA$  于  $M$ , 连接  $PM$ . 作  $PN \perp PM$  交  $OB$  于  $N$ , 连接  $MN$ , 则  $\triangle MPN$  即为所求.

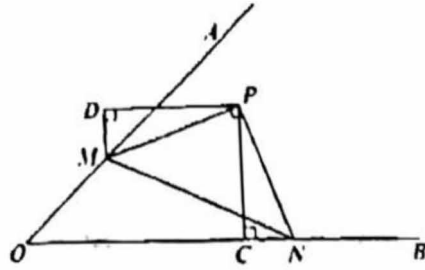


图 1

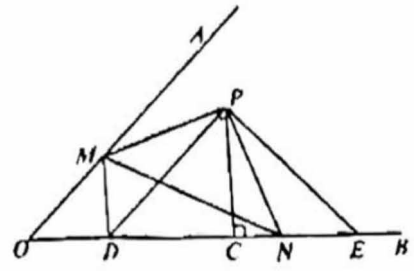


图 2

- (1) 请选择其中的一个作法, 证明它是正确的.
- (2) 从下列题目任选题作答, 如果两个均选, 按①计分. 其中①满分 5 分 (此时卷面满分 100 分), ②满分 7 分 (此时卷面满分 102 分, 总分超过 100 分按 100 分计)
- ①如图 3, 若  $\angle AOB = 45^\circ$ , 在图 1 中, 连接  $CD$ , 交  $MN$  于点  $Q$ .  
求证:  $MQ = NQ$ ;
- ②如图 4, 若  $\angle AOB = 45^\circ$ , 在图 2 中, 过点  $C$  作  $CF \perp OA$ , 交  $MN$  于点  $Q$ .  
求证:  $MQ = NQ$ .

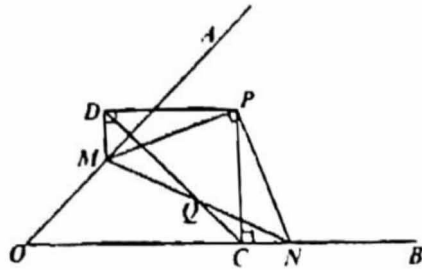


图 3

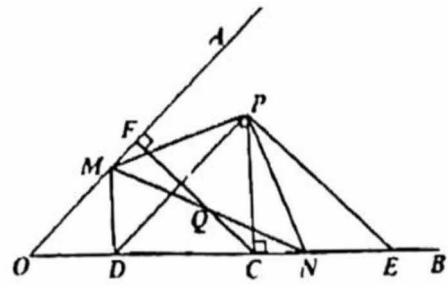


图 4

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P$  (不在坐标轴上) 给出如下定义: 以  $P$  为圆心,  $PO$  为半径的  $\odot P$  与  $y$  轴的另一个交点为  $Q$ , 若在线段  $OQ$ ,  $\odot P$  上分别存在点  $M, N$ , 使得  $\triangle MNP$  为等腰直角三角形, 其中  $\angle PMN = 90^\circ$ , 则称点  $P$  是完美点.

如图, 若点  $P$  的坐标为点  $(1, 3)$ , 则在线段  $OQ$ ,  $\odot P$  上分别存在点  $M(0, 5), N(2, 6)$ , 使得  $\triangle MNP$  为等腰直角三角形, 其中  $\angle PMN = 90^\circ$ , 所以点  $P(1, 3)$  是完美点.

(1) 下列点中是完美点的有 \_\_\_\_\_ (填序号):

①  $A(3, 1)$ ; ②  $B(2, 2)$

(2) 已知  $P(m, n)$  为抛物线  $y = x^2$  上一点, 若  $P$  为完美点, 求  $m$  的取值范围:

(3) 已知直线  $l: y = x + 2$ , 点  $A$  为直线  $l$  上一点, 若以  $A(x_0, y_0)$  为圆心, 半径为 1 的  $\odot A$  上无完美点, 求  $x_0$  的取值范围.

