

# 数学试卷

2019.04



考生须知

1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束, 将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

## 一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

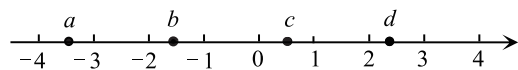
第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 下面的多边形中, 内角和与外角和相等的是



- (A) (B) (C) (D)

2. 实数  $a, b, c, d$  在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是



- (A)  $|a| > 4$  (B)  $a + d > 0$  (C)  $c - b > 0$  (D)  $ad > 0$

3. 2019 年春运期间, 全国铁路有 23 天旅客发送量每天超过 1000 万人次, 那么这 23 天约发送旅客总人次是

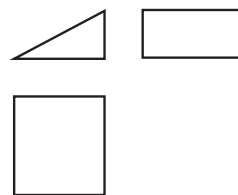
- (A)  $2.3 \times 10^3$  (B)  $2.3 \times 10^4$  (C)  $2.3 \times 10^7$  (D)  $2.3 \times 10^8$

4. 方程组  $\begin{cases} x-y=2, \\ 2x-3y=7 \end{cases}$  的解为

- (A)  $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

5. 右图是某几何体的三视图, 该几何体是

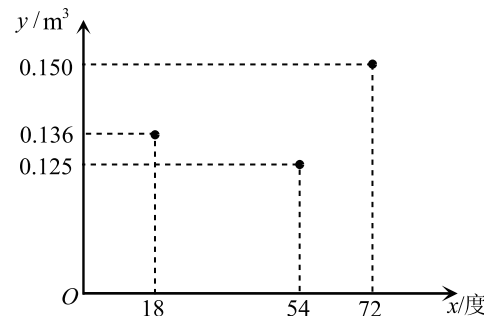
- (A) 三棱锥 (B) 三棱柱  
(C) 长方体 (D) 正方体



6. 如果  $3x - 4y = 0$ , 那么代数式  $(\frac{x^2}{y} - y) \cdot \frac{3}{x+y}$  的值为

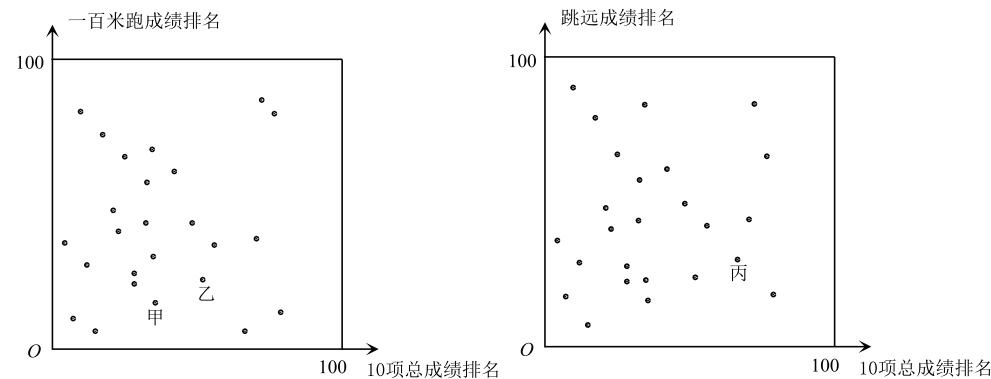
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7. 使用家用燃气灶烧开同一壶水所需的燃气量  $y$  (单位:  $\text{m}^3$ ) 与旋钮的旋转角度  $x$  (单位: 度) ( $0^\circ < x \leq 90^\circ$ ) 近似满足函数关系  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). 如图记录了某种家用燃气灶烧开同一壶水的旋钮角度  $x$  与燃气量  $y$  的三组数据, 根据上述函数模型和数据, 可推断出此燃气灶烧开一壶水最节省燃气的旋钮角度约为



- (A)  $18^\circ$  (B)  $36^\circ$  (C)  $41^\circ$  (D)  $58^\circ$

8. 某市组织全民健身活动, 有 100 名男选手参加由跑、跳、投等 10 个田径项目组成的“十项全能”比赛. 其中 25 名选手的一百米跑成绩排名, 跳远成绩排名与 10 项总成绩的排名情况如图所示,



甲、乙、丙表示三名男选手, 下面有 3 个推断:

- ①甲的一百米跑成绩排名比 10 项总成绩排名靠前;
- ②乙的一百米跑成绩排名比 10 项总成绩排名靠后;
- ③丙的一百米跑成绩排名比跳远成绩排名靠前.

其中合理的是

- (A) ① (B) ② (C) ①② (D) ①③

## 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如果二次根式  $\sqrt{x-2}$  有意义, 那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

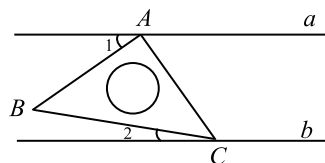
10. 关于  $x$  的不等式  $ax < b$  的解集为  $x > -1$ , 写出一组满足条件的实数  $a, b$  的值:

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

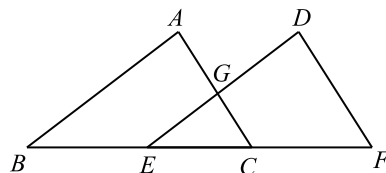
学号  
姓名  
班级  
学校

题  
答  
要  
不  
内  
线  
封  
密

11. 如图，等腰直角三角板的顶点  $A, C$  分别在直线  $a, b$  上. 若  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 35^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为\_\_\_\_\_.
12. 如图，将  $\triangle ABC$  沿  $BC$  所在的直线平移得到  $\triangle DEF$ . 如果  $AB = 7, GC = 2, DF = 5$ , 那么  $GE =$ \_\_\_\_\_.



(第 11 题图)



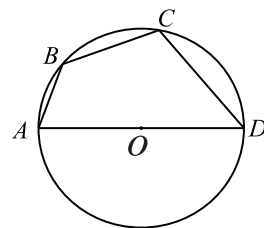
(第 12 题图)

13. 为了解同学们对网络游戏的喜好和作业量多少的相关性，小明随机对年级 50 名同学进行了调查，并将调查的情况进行了整理，如下表：

作业量多少 \ 网络游戏的喜好	认为作业多	认为作业不多	合计
喜欢网络游戏	18	9	27
不喜欢网络游戏	8	15	23
合计	26	24	50

如果小明再随机采访一名同学，那么这名同学是“喜欢网络游戏并认为作业多”的可能性\_\_\_\_\_“不喜欢网络游戏并认为作业不多”的可能性.  
(填“>”, “=”或“<”)

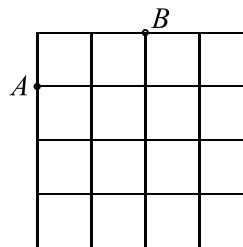
14. 如图，点  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上，且  $AD$  为直径，如果  $\angle BAD = 70^\circ, \angle CDA = 50^\circ, BC = 2\sqrt{5}$ , 那么  $AD =$ \_\_\_\_\_.



15. 京张高铁是 2022 年北京冬奥会的重要交通保障设施. 京张高铁设计时速 350 公里，建成后，乘高铁从北京到张家口的时间将缩短至 1 小时. 如图，京张高铁起自北京北站，途经昌平、八达岭长城、怀来等站，终点站为河北张家口南，全长 174 公里. 如果按此设计时速运行，设每站（不计起始站和终点站）停靠的平均时间是  $x$  分钟，那么依题意，可列方程为\_\_\_\_\_.



16. 如图是  $4 \times 4$  的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1 且顶点称为格点，点  $A, B$  均在格点上. 在网格中建立平面直角坐标系，且  $A(-1, 1), B(1, 2)$ . 如果点  $C$  也在此  $4 \times 4$  的正方形网格的格点上，且  $\triangle ABC$  是等腰三角形，那么当  $\triangle ABC$  的面积最大时，点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_.

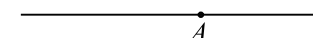


- 三、解答题 (本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27, 28 题，每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 下面是小东设计的“过直线上一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程.

已知：直线  $l$  及直线  $l$  上一点  $A$ .

求作：直线  $AB$ ，使得  $AB \perp l$ .



作法：①以点  $A$  为圆心，任意长为半径画弧，交直线  $l$  于  $C, D$  两点；

②分别以点  $C$  和点  $D$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}CD$  长为半径画弧，

两弧在直线  $l$  一侧相交于点  $B$ ；

③作直线  $AB$ .

所以直线  $AB$  就是所求作的垂线.

根据小东设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明： $\because AC =$  \_\_\_\_\_,  $BC =$  \_\_\_\_\_,

$\therefore AB \perp l$  (\_\_\_\_\_). (填推理的依据)

18. 计算： $2^{-1} - 2\cos 30^\circ + |-\sqrt{12}| + (3.14 - \pi)^0$ .

19. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+3)x + m+2 = 0$ .

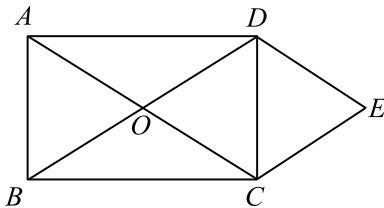
(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程两个根的绝对值相等，求此时  $m$  的值.

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x-1) < 2x+1, \\ \frac{x-1}{2} \leq x+4. \end{cases}$$

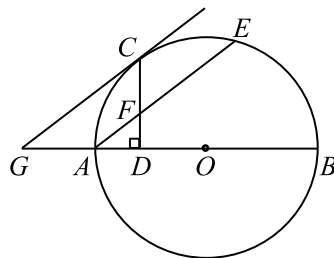


21. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 点  $O$  关于直线  $CD$  的对称点为  $E$ , 连接  $DE, CE$ .



- (1) 求证: 四边形  $ODEC$  为菱形;  
 (2) 连接  $OE$ , 若  $BC = 2\sqrt{2}$ , 求  $OE$  的长.

22. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AE$  是弦,  $C$  是  $\widehat{AE}$  的中点, 过点  $C$  作  $\odot O$  的切线交  $BA$  的延长线于点  $G$ , 过点  $C$  作  $CD \perp AB$  于点  $D$ , 交  $AE$  于点  $F$ .

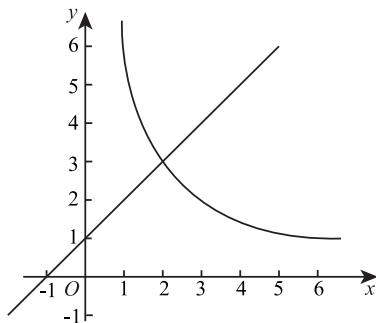


- (1) 求证:  $GC \parallel AE$ ;  
 (2) 若  $\sin \angle EAB = \frac{3}{5}$ ,  $OD = \sqrt{3}$ , 求  $AE$  的长.

23. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l: y = x + 1$  与  $y$  轴交于点  $A$ , 与函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象交于点  $B(2, a)$ .

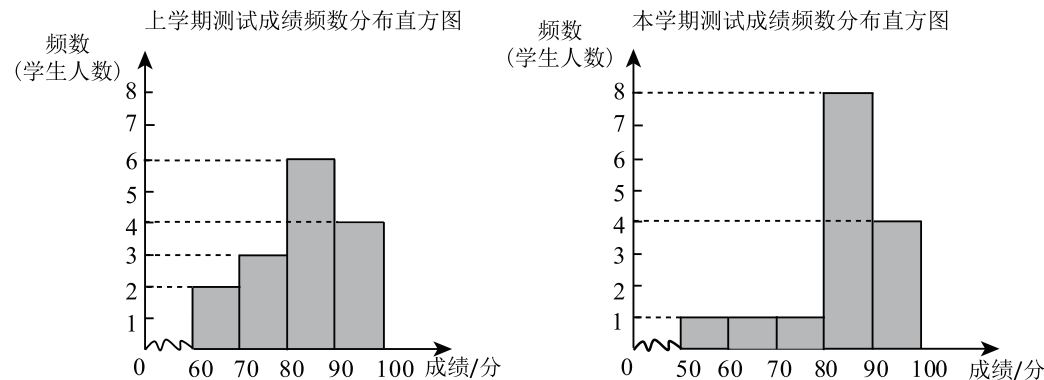
- (1) 求  $a, k$  的值;  
 (2) 点  $M$  是函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  图象上的一点, 过点  $M$  作平行于  $y$  轴的直线, 交直线  $l$  于点  $P$ , 过点  $A$  作平行于  $x$  轴的直线交直线  $MP$  于点  $N$ , 已知点  $M$  的横坐标为  $m$ .

- ① 当  $m = \frac{3}{2}$  时, 求  $MP$  的长;  
 ② 若  $MP \geq PN$ , 结合函数的图象, 直接写出  $m$  的取值范围.



24. 体育李老师为了解九年级女生体质健康的变化情况, 本学期从九年级全体 90 名女生中随机抽取 15 名女生进行体质测试, 并调取该 15 名女生上学期的体质测试成绩进行对比, 李老师对两次数据 (成绩) 进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 两次测试成绩 (百分制) 的频数分布直方图如下 (数据分组:  $50 \leq x < 60$ ,  $60 \leq x < 70$ ,  $70 \leq x < 80$ ,  $80 \leq x < 90$ ,  $90 \leq x \leq 100$ ):



b. 上学期测试成绩在  $80 \leq x < 90$  的是:

80 81 83 84 84 88

c. 两个学期测试成绩的平均数、中位数、众数如下:

学期	平均数	中位数	众数
上学期	82.9	$n$	84
本学期	83	86	86

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 表中  $n$  的值是 \_\_\_\_\_;  
 (2) 体育李老师计划根据本学期统计数据安排 80 分以下 (不含 80 分) 的同学参加体质加强训练项目, 则九年级约有 \_\_\_\_\_ 名女生参加此项目;  
 (3) 分析这 15 名女生从上学期到本学期体质健康变化的总体情况. (从两个方面进行分析)





25. 有这样一个问题：探究函数  $y = 2x + \frac{1}{x^2}$  的图象，并利用图象解决问题.

小泽根据学习函数的经验，对函数  $y = 2x + \frac{1}{x^2}$  的图象进行了探究.

下面是小泽的探究过程，请补充完整：

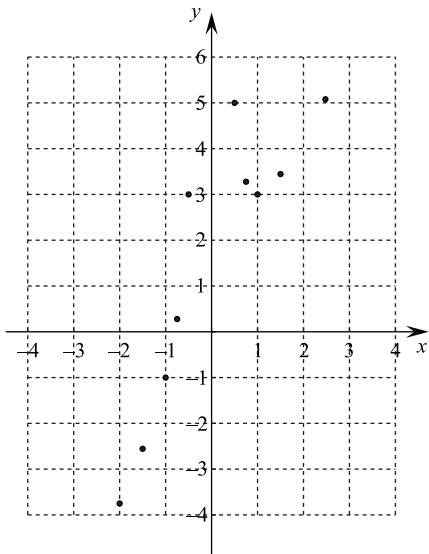
(1) 函数  $y = 2x + \frac{1}{x^2}$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；

(2) 下表是  $y$  与  $x$  的几组对应值.

$x$	...	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	...
$y$	...	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{23}{9}$	-1	$\frac{5}{18}$	3	5	$\frac{59}{18}$	3	$\frac{31}{9}$	$m$	$\frac{129}{25}$	...

其中  $m$  的值为\_\_\_\_\_；

(3) 如下图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出了以上表中各组对应值为坐标的点. 根据描出的点，画出该函数的图象；



(4) 结合函数图象，解决问题：当  $2x + \frac{1}{x^2} = 4$  时， $x$  的值约为\_\_\_\_\_.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  过原点和点  $A(-2, 0)$ .

(1) 求抛物线的对称轴；

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 已知点  $B(0, \frac{3}{2})$ ，记抛物线与直线

$AB$  围成的封闭区域（不含边界）为  $W$ .

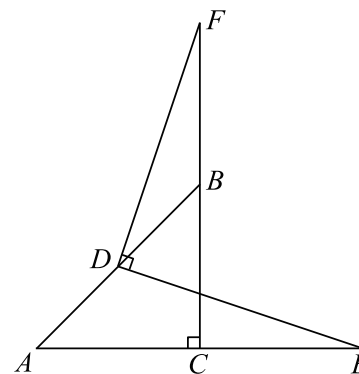
①当  $a = 1$  时，求出区域  $W$  内的整点个数；

②若区域  $W$  内恰有 3 个整点，结合函数图象，直接写出  $a$  的取值范围.

27. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $D$  为  $AB$  的中点，点  $E$  为  $AC$  延长线上一点，连接  $DE$ ，过点  $D$  作  $DF \perp DE$  交  $CB$  的延长线于点  $F$ .

(1) 求证： $BF = CE$ ；

(2) 若  $CE = AC$ ，用等式表示线段  $DF$  与  $AB$  的数量关系，并证明.



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和图形  $G$ ，给出如下定义：若在图形  $G$  上存在两个点  $A, B$ ，使得以  $P, A, B$  为顶点的三角形为等边三角形，则称  $P$  为图形  $G$  的“等边依附点”.

(1) 已知  $M(-3, -\sqrt{3})$ ， $N(3, -\sqrt{3})$ .

①在点  $C(-2, 2)$ ， $D(0, 1)$ ， $E(1, \sqrt{3})$  中，是线段  $MN$  的“等边依附点”的是\_\_\_\_\_；

②点  $P(m, 0)$  在  $x$  轴上运动，若  $P$  为线段  $MN$  的“等边依附点”，求点  $P$  的横坐标  $m$  的取值范围；

(2) 已知  $\odot O$  的半径为 1，若  $\odot O$  上所有点都是某条线段的“等边依附点”，直接写出这条线段长  $n$  的取值范围.