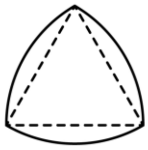
2022北京清华附中初三11月月考

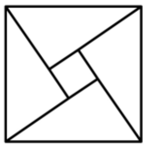
数　　学

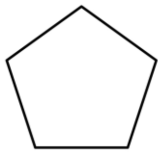
班级：＿＿＿＿＿＿学号：＿＿＿＿＿＿姓名：＿＿＿＿＿＿

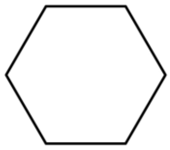
一、选择题（共16分，每题2分．每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）

1. 下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A 

B. 

C. 

D. 

2. 将二次函数 $y=x^2-6x+5$ 用配方法化成 $y=(x-h)^2+k$ 的形式，下列结果中正确的是（ ）

A. $y=(x-6)^2+5$　　B. $y=(x-3)^2+5$　　C. $y=(x-3)^2-4$　　D. $y=(x+3)^2-9$

3. $\odot O$ 的半径为3，点 P 到圆心 O 的距离为5，点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是（　　）

A. 点 P 在 $\odot O$ 内　　B. 点 P 在 $\odot O$ 上　　C. 点 P 在 $\odot O$ 外　　D. 无法确定

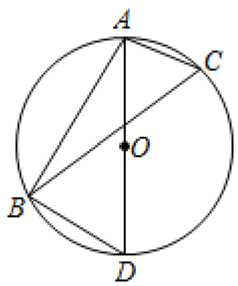
4. 把长为2 m 的绳子分成两段，使较长一段的长的平方等于较短一段的长与原绳长的积．设较长一段的长为 x m，依题意，可列方程为（　　）

A　$x^2=2(2-x)$　　B. $x^2=2(2+x)$　　C. $(2-x)^2=2x$　　D. $x^2=2-x$

5. 如果函数 $y=x^2+4x-m$ 的图象与 x 轴有公共点，那么 m 的取值范围是（　　）

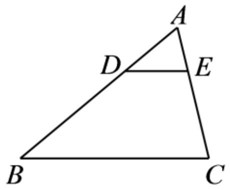
A. $m\le4$　　B. $m<4$　　C. $m\ge-4$　　D. $m>-4$

6. 如图，AD 是△ABC 的外接圆⊙O 的直径，若∠BCA＝50°，则∠BAD＝（　　）



A. 30°　　B. 40°　　C. 50°　　D. 60°

7. 如图，在△ABC 中，$DE\parallel BC$，如果 $AD=3$，$BD=6$，$AE=2$，那么 AC 的值为（ ）



A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 9

8. 生活垃圾分类回收是实现垃圾减量化和资源化　重要途径和手段．为了解 2022 年某市第二季度日均可回收物回收量情况，随机抽取该市 2022 年第二季度的 m 天数据，整理后绘制成统计表进行分析．

日均可回收物回收量（千吨）	$1\le x<2$	$2\le x<3$	$3\le x<4$	$4\le x<5$	$5\le x<6$	合计
频数	1	2		b	3	m
频率	0.05	0.10	a		0.15	1

表中 $3\le x<4$ 组的频率 a 满足 $0.20\le a\le 0.30$．下面有四个推断：

①表中 m 的值为 20；

②表中 b 的值可以为 7；

③这 m 天的日均可回收物回收量的中位数在 $4\le x<5$ 组；

④这 m 天　日均可回收物回收量的平均数小于 3.5．

所有合理推断的序号是（　　）

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ③④

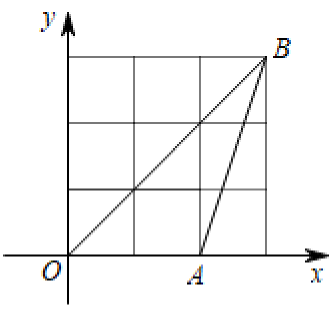
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若 $3x-4y=0$ 且 $xy\ne 0$，则 $x:y=$__________．

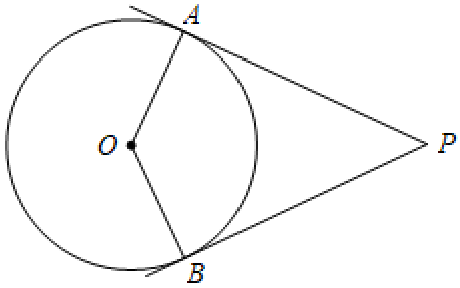
10. 若抛物线 $y=x^2+bx+3$ 经过点 $B(2,3)$，则该抛物线的对称轴为__________．

11. 若两个相似三角形的周长比为 $1:3$，则这两个相似三角形的面积比为__________．

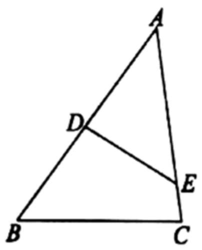
12. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A，B 的坐标分别是 $(2,0)$，$(3,3)$，$\odot M$ 是 $\triangle OAB$ 的外接圆，则点 M 的坐标为__________．



13. 如图，PA，PB 分别切 $\odot O$ 于 A，B，若 $\angle P=50°$，则 $\angle AOB=$__________°．



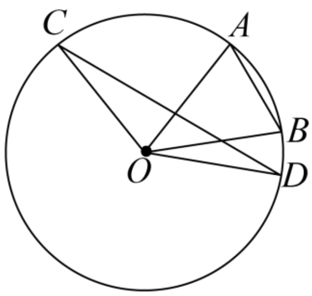
14. 如图，在ΔABC中，点 D，E 分别在边AB， AC上，添加一个条件使得$\Delta ADE \backsim \Delta ACB$，添加的一个条件是________.



15. 已知抛物线$y=x^2-(m+1)x$与x轴的一个交点的横坐标大于 1 且小于 2，则m的取值范围是

________.

16. 如图，在$\odot O$中，AB为定弦，C，D为圆上动点，记弦AB所对的圆心角度数是α，弦CD所对的圆心角度数是β．若$\alpha+\beta=180^{\circ}$，则



①$\angle A+\angle C=90^{\circ}$；

②若$\beta=2\alpha$，则$CD=\sqrt{3}AB$；

③若B为弧AD的中点，则$OA\perp CD$；

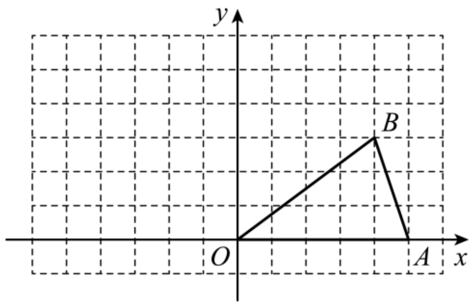
④$AB^2+CD^2=4OC^2$.

上述选项中正确的是__________.（填写所有正确选项的序号）

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题每小题 5 分，第 22-24 题每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题每小题 7 分，解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

17. 解方程：$x^2-4=3(x-2)$

18. 如图，在平面直角坐标系xOy中，已知$A(5,0)$，$B(4,3)$，将$\triangle OAB$绕点O逆时针旋转$90°$得到$\triangle OA'B'$，点B旋转后的对应点为B'.



（1）画出旋转后的图形$\triangle OA'B'$，

（2）所得点B'的坐标为

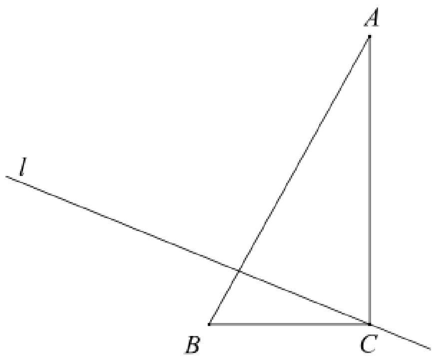
（3）线段OB扫过的图形的面积为__________（结果保留π）.

19. 关于x的一元二次方程$x^2+2x-3m=0$有两个不相等实数根.

（1）求m的取值范围；

（2）写出一个满足条件的m的值，并求此时方程的根.

20. 已知：如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$，$\angle C=90^{\circ}$，直线l过点C.



求作：线段BD，使得点D在直线l上，且$\angle BDC=2\angle A$.

作法：①分别以点A和点B为圆心，大于$\frac{1}{2}AB$的长为半径作弧，两弧相交于P，Q两点；

②作直线PQ，交AC于点E；

③分别以点B和点E为圆心，大于$\frac{1}{2}BE$的长为半径作弧，两弧相交于M，N两点；

④作直线MN，交BE于点O；

⑤以O为圆心，OB为半径作$\odot O$，交直线l于点D（不同于点C），连接BD，

则线段BD即为所求.

问题：

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：$\because$以点A和点B为圆心，大于$\frac{1}{2}AB$的长为半径作弧，两弧相交于P，Q两点，

$\therefore AP=BP$，$AQ=BQ$，

∴直线 PQ 为 AB 的垂直平分线（__________）（填推理依据 1）

∴ $AE=BE$，

∴ $\angle ABE=\angle A$，

∴ $\angle BEC=2\angle A$，

∵以点 B 和点 E 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BE$ 的长为半径作弧，两弧相交于 M，N 两点，

∴ $BM=ME$， $BN=NE$，

∴直线 MN 为 BE 的垂直平分线，

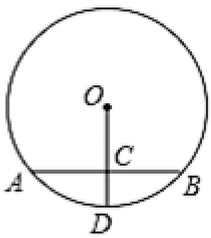
∴ O 为 BE 中点，

∵以 O　圆心，OB 为半径作 $\odot O$，交直线 l 于点 D（不同于点 C），

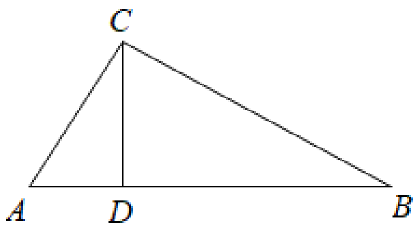
∴ $\angle BDC=\angle BEC$ （__________）（填推理依据 2），

∴ $\angle BDC=2\angle A$

21. 如图， AB 是 $\odot O$ 的弦，C 为 AB 的中点，OC 的延长线与 $\odot O$ 交于点 D，若 $CD=2$， $AB=12$，求 $\odot O$ 的半径.



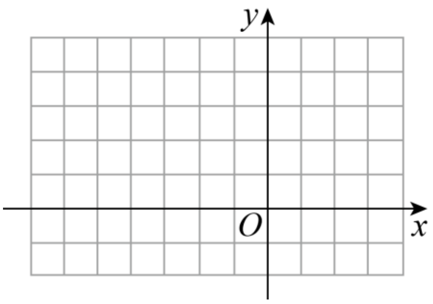
22. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^{\circ}$， CD 是边 AB 上的高.



（1）求证： $\triangle ACD\backsim\triangle ABC$；

（2）若 $AC=3$， $BC=4$，求 BD 的长.

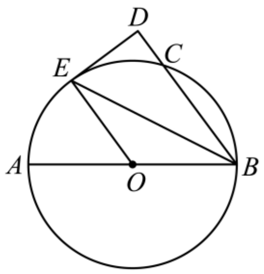
23. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象由函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，且经过点 $\left(-6,0\right)$，与 y 轴交于点 A.



（1）求点 A 的坐标；

（2）点 $B\left(m,2m\right)$，若正比例函数 $y=mx\left(m\neq 0\right)$ 的图象与线段 AB 有公共点，直接写出实数 m 的取值范围.

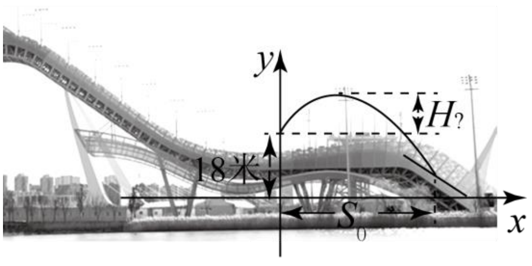
24. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，DE 切 $\odot O$ 于点 E，$BD\perp DE$ 于点 D，交 $\odot O$ 于点 C，连接 BE.



（1）求证：BE 平分 $\angle ABC$；

（2）若 $AB=10$，$BC=6$，求 CD 的长.

25. 首钢滑雪大跳台是北京冬奥会自由式滑雪大跳台和单板滑雪大跳台比赛场地，其结构如图所示．已知起跳点距离地面高度为 18 米，且起跳点的斜坡恰好能保证运动员初始速度与水平方向夹角为 45°．



小墩同学对运动员在起跳点的初始速度 v_0 与飞行的最大竖直高度 H_0（相对于起跳点的高度）、飞行的最远水平距离 S_0 的关系非常感兴趣．通过翻阅资料，得知：在忽略空气阻力且只考虑重力的情况下，若物体以一定初速度 v_0（米/秒）斜向射出去，该物体的运动轨迹是抛物线．特别地，若抛出方向与水平方向夹角为 45° 时，物体所能达到的竖直飞行最大高度 H_0（米）与初速度 v_0 的平方成正比，具体关系为 $H_0=\dfrac{1}{40}v_0^2$，而运动轨迹与抛物线 $y=-\dfrac{1}{4H_0}x^2$ 形状相同．假设在一次训练中，运动员飞行的最大竖直高度 H_0 为 5 米．请你根据上述信息思考：

（1）该运动员在起跳点的初速度为__________米/秒；（保留根号）

（2）如图所示，以水平方向为 x 轴，起跳点所在竖直方向为 y 轴，建立平面直角坐标系 xOy，请你直接写出该运动员的运动轨迹解析式；

（3）在（2）的条件下，若着陆坡所在线段解析式为 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{51}{2}(14\le x\le 34)$．通过计算，请你说明该运动员飞行的最远水平距离　能否超过 24 米？

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=-x^2+4mx-4m^2-1$ 与 y 轴交于点 P．点 $Q(a,b)$ 是抛物线上的任意一点，且不与点 P 重合，直线 $y=kx+n(k\ne 0)$ 经过 P，Q 两点．

（1）直接写出抛物线的顶点坐标（用含 m 的式子表示）；

（2）若 $PQ/\!/x$ 轴，且线段 PQ 长为 6，求 m 的值；

（3）若对于 $0<a<6$ 时，总有 $k>0$，直接写出 m 的取值范围．

27. 已知正方形 $ABCD$，将线段　绕点 A 逆时针旋转 $\alpha\left(0^\circ<\alpha<90^\circ\right)$，得到线段 AE，连接　，射线　交　于点 F．

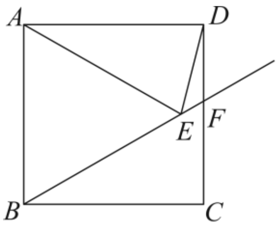


图1

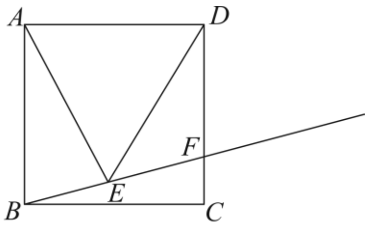


图2

（1）如图 1，当 $\alpha=60^\circ$ 时，求 $\angle DEF$；

（2）在 BF 延长线上取点 G 使 $FG=FD$，连接 DG 并延长，交　延长线于点 H．

①在图 2 中补全图形；

②试判断线段 BF，CF，CH 的数量关系，并证明．

28. 在平面直角坐标系　中，对于点 A，记线段　的中点为 M．若点 A，M，P，Q 按逆时针方向排列构成菱形　，其中 $\angle QAM=\alpha\left(0^\circ<\alpha<180^\circ\right)$，则称菱形　是点 A 的“　旋半菱形”，称菱形　边上所有点都是点 A 的“　旋半点”．已知点 $A(-4,0)$．

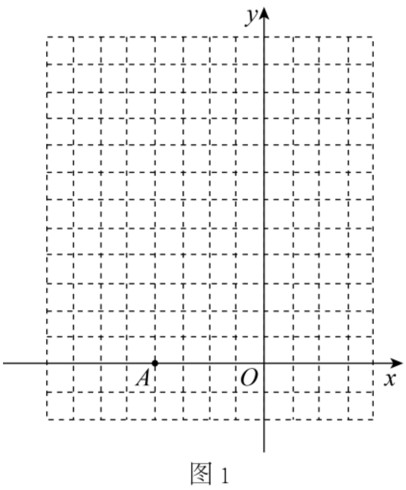
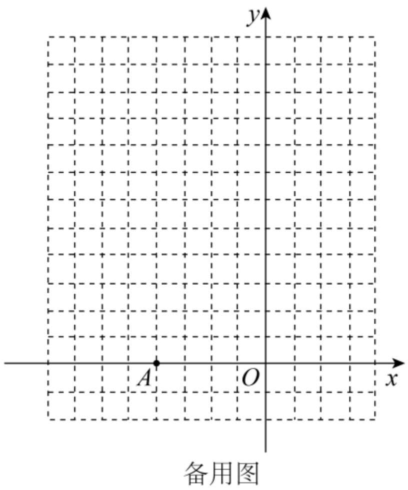


图 1



备用图

（1）在图 1 中，画出点 A 的“$30°-$旋半菱形”$AMPQ$，并直接写出点 P 的坐标；

（2）若点 $B\left(-1,1\right)$ 是点 A 的“$\alpha-$旋半点”，求 α 的值；

（3）若存在 α 使得直线 $y=\sqrt{3}x+b$ 上有点 A 的“$\alpha-$旋半点”，直接写出 b 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分．每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据中心对称图形与轴对称图形的概念，进行判断即可．把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形．

【详解】解：A、该图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不合题意；

B、该图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项不符合题意；

C、该图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不符合题意；

D、该图形既是中心对称图形又是轴对称图形，故此选项符合题意；

故选：D．

【点睛】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念，常见的中心对称图形有平行四边形、圆形、正方形、长方形等等．常见的轴对称图形有等腰三角形，矩形，正方形，等腰梯形，圆等等．熟练掌握轴对称图形及中心对称图形的定义是解决问题的关键．

2. 【答案】C

【解析】

【分析】经观察二次函数 $y=x^2-6x+5$ 的二次项系数是 1，所以直接在方程两边同时加上一次项系数一半的平方，即同时加上$(-3)^2$；合并同类项、整理上面的方程即可得解．

【详解】∵$y=x^2-6x+5$，

∴$y+(-3)^2=x^2-6x+(-3)^2+5$，即 $y=(x-3)^2+5-9=(x-3)^2-4$．

故选:C．

【点睛】本题考查用配方法解一元二次方程的知识，回忆配方法解一元二次方程的步骤；

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据点与圆的位置关系：点到圆心的距离大于半径，点在圆外；点到圆心的距离等于半径，点在圆上；点到圆心的距离小于半径，点在圆内，据此判断即可．

【详解】解：点 P 到圆心 O 的距离为 5，半径为 3，$5>3$，则点 P 在⊙　外．

故选：C

【点睛】本题考查点与圆的位置关系，熟练掌握点与圆的位置关系是解题的关键．

4. 【答案】A

【解析】

【分析】由题意依据较长一段的长的平方等于较短一段的长与原绳长的积建立方程即可得出答案．

【详解】解：设较长一段的长为 x m，则较短一段的长为（2-x ）m，

由题意得：$x^2=2(2-x)$.

故选：A.

【点睛】本题考查一元二次方程的实际运用，根据题意找出题目蕴含的数量关系是解决问题的关键.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】根据已知得出方程 $x^2+4x-m=0$ 有两个的实数解，即△≥0，求出不等式的解集即可.

【详解】解：∵函数 $y=x^2+4x-m$ 的图象与 x 轴有公共点，

∴方程 $x^2+4x-m=0$ 有两个实数解，即△$=4^2-4\times1\times(-m)\geq0$，

解得：$m\geq-4$，

故选 C.

【点睛】本题考查了二次函数与 x 轴的交点问题和一元二次方程的根的判别式，能得出关于 m'的不等式是解此题的关键.

6. 【答案】B

【解析】

【分析】根据圆周角定理推论：直径所对圆周角为直角、同圆中等弧所对圆周角相等即可得到结论.

【详解】解：$\because AD$ 是 ΔABC 的外接圆 $\odot O$ 的直径，

$\therefore$点 A，B，C，D 在 $\odot O$ 上，

$\because \angle BCA=50^\circ$，

$\therefore \angle ADB=\angle BCA=50^\circ$，

$\because AD$ 是 ΔABC 的外接圆 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ABD=90^\circ$，

$\therefore \angle BAD=90^\circ-50^\circ=40^\circ$，

故选：B.

【点睛】本题考查了三角形的外接圆与外心，圆周角定理，由圆周角定理得到 $\angle ADB=50^\circ$，$\angle ABD=90^\circ$ 是解题的关键.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】由平行线分线段成比例可得到 $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$，从而 AC 的长度可求.

【详解】$\because DE\,//\,BC$

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$

$\therefore \dfrac{3}{3+6}=\dfrac{2}{AC}$

$\therefore AC=6$

故选 B

【点睛】本题主要考查平行线分线段成比例，掌握平行线分线段成比例是解题的关键.

8. 【答案】B

【解析】

【分析】①根据数据总和=频数÷频率，列式计算即可；

②根据 组的频率 a 满足 ，可求出该范围的频数，进一步得出 b 的值的范围，从而求解；

③根据中位数的定义：按顺序排列的一组数据中居于中间位置的数，即可求解；

④根据加权平均数的计算公式：组中值乘频数，每组加起来除以总数，即可求解.

【详解】解：①根据数据总和=频数÷频率，频数为 1 时，频率为 0.05，总数 $m=1\div 0.05=20$，推断合理；

② 组的频率 a 满足 ，$0.20\times 20=4$，$0.30\times 20=6$，

$1+2+6+3=12$，即除 b 以外频数最多 12，总数 20，b 的值可以为 7 是不合理推断；

③$1+2+6=9<10$，则 m 天的日均可回收物回收量的中位数在 组，推断合理；

④ 组的频率 a 取 0.30，则平均数为：$\dfrac{1.5\times 1+2.5\times 2+3.5\times 6+4.5\times 8+5.5\times 3}{20}=4$，即平均数最小为 4，$m$ 天的日均可回收物回收量的平均数小于 3.5 是不合理推断；

故所有推断合理的为：①③.

故选：B

【点睛】本题考查频数分布表，从表中获取数量及数量之间的关系是解题的关键.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 【答案】$4:3$##$\dfrac{4}{3}$##$1\dfrac{1}{3}$

【解析】

【分析】由 ，可得 $3x=4y$，由等式的性质即可得到 $x:y$ 的值.

【详解】解：$\because 3x-4y=0(xy\neq 0)$，则 $3x=4y$，

$\therefore x:y=4:3$

故答案为：$4:3$

【点睛】本题考查等式的性质，牢固掌握其性质是解题的关键.

10. 【答案】

【解析】

【分析】将 代入抛物线解析式 ，即可求得 b，从而求得抛物线的解析式，即可求得对称轴.

【详解】将 代入抛物线解析式 可得，

$3=4+2b+3$，

解得 b=-2，

∴抛物线为 $y=x^2-2x+3$，

∴抛物线的对称轴为 $x=-\frac{-2}{2}=1$，

故答案为 $x=1$.

【点睛】本题考查了待定系数法求抛物线的解析式以及求抛物线的对称轴，求出抛物线的的解析式是解题的关键.

11. 【答案】$1:9$ ## $\frac{1}{9}$

【解析】

【分析】两个相似三角形的周长比等于相似比，则面积比是相似比的平方，据此即可得出答案.

【详解】解：两个相似三角形的周长比为$1:3$，则相似比也为$1:3$，面积比为相似比的平方，所以面积比是$1:9$.

故答案为：$1:9$

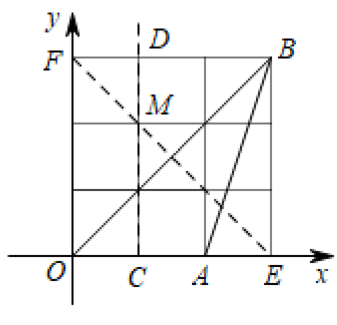
【点睛】本题考查相似三角形的性质，牢固掌握其性质是解题的关键.

12. 【答案】$(1,2)$

【解析】

【分析】过点 B 作 $BE\perp x$ 于 E，作 $BF\perp y$ 于 F，连接 EF，作 OA 垂直平分线 CD，垂足为 C，交 EF 于 M，则 $OC=1$，即点 M 的横坐标为 1，再证四边形 $OEBF$ 为正方形，则 EF 垂直平分 OB，所以点 M 是 $\triangle OAB$ 的外心，求出直线 EF 的解析式为 $y=-x+3$，把 $x=1$ 代入求得 $y=2$，即可求解.

【详解】解：如图，过点 B 作 $BE\perp x$ 于 E，作 $BF\perp y$ 于 F，连接 EF，作 OA 的垂直平分线 CD，垂足为 C，交 EF 于 M，



∵ $A(2,0)$，CD 垂直平分线 OA，

∴ $OC=1$，即点 M 的横坐标为 1，

∵ $B(3,3)$，$BE\perp x$，$BF\perp y$，

∴ $OE=BE=BF=OF=3$，

∴四边形 $OEBF$ 为正方形，

$\therefore EF$ 垂直平分 OB，

$\therefore$ 点 M 是 $\triangle OAB$ 的外心，

$\because OF = OE = 3$，

$\therefore E(3,0)$，$F(0,3)$，

设直线 EF 的解析式为 $y = kx + b$，

则 $\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$，

$\therefore$ 直线 EF 的解析式为 $y = -x + 3$，

当 $x = 1$ 时，$y = 2$，

$\therefore M(1,2)$，

故答案为：$M(1,2)$.

【点睛】本题考查三角形外心，正方形的性质，一次函数解析式，熟练掌握三角形外心的概念是解题的关键.

13. 【答案】$130°$##130 度

【解析】

【分析】根据切线的性质可得 $\angle OAP = 90°$，$\angle OBP = 90°$，然后根据四边形的内角和计算即可.

【详解】解：$\because PA$，PB 分别切 $\odot O$ 于 A，B，

$\therefore OA \perp AP$，$OB \perp BP$，

$\therefore \angle OAP = 90°$，$\angle OBP = 90°$，

$\therefore \angle AOB = 360° - \angle OAP - \angle OBP - \angle P = 360° - 90° - 90° - 50° = 130°$，

故答案为：$130°$.

【点睛】本题考查了切线的性质，四边形的内角和，解题的关键是掌握圆的切线垂直于过切点的半径.

14. 【答案】∠ADE=∠ACB

【解析】

【分析】根据三角形相似的判定定理，即可得到答案.

【详解】∵∠A=∠A，∠ADE=∠ACB，

$\therefore \Delta ADE \backsim \Delta ACB$，

故答案是：∠ADE=∠ACB

【点睛】本题主要考查三角形相似的判定定理，熟练掌握三角形相似的判定定理是解题的关键，注意：此题的答案不唯一.

15. 【答案】$0 < m < 1$

【解析】

【分析】先求出抛物线与 x 轴交点的横坐标，然后根据抛物线 $y=x^2-(m+1)x$ 与 x 轴的一个交点的横坐标大于 1 且小于 2，列不等式，解不等式即可.

【详解】解：∵抛物线 $y=x^2-(m+1)x=x(x-m-1)$，

∴当 y=0 时，$x(x-m-1)=0$，

解得 $x=0, x=m+1$，

∵抛物线 $y=x^2-(m+1)x$ 与 x 轴的一个交点的横坐标大于 1 且小于 2，

∴$1<m+1<2$，

∴$0<m<1$.

故答案为：$0<m<1$.

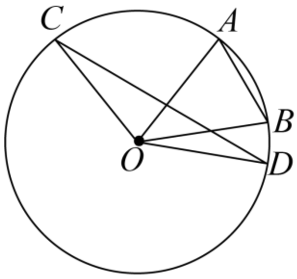
【点睛】本题考查抛物线与 x 轴交点区间求参数范围，掌握先求抛物线与 x 轴交点，列不等式，解不等式是解题关键.

16. 【答案】①②④.

【解析】

【分析】根据圆等弧对等角、等腰三角形的性质、勾股定理逐项判断即可.

【详解】



①∵$\angle A+\angle B+\angle AOB+\angle C+\angle COD+\angle D=360°$，

∴$2\angle A+\alpha+2\angle C+\beta=360°$

∴$\angle A+\angle C=90°$

故①正确；

∵$\beta=2\alpha, \beta+\alpha=180°$

∴$\beta=120°, \alpha=60°$

∴$\triangle AOB$ 是等边三角形，

∴$AB=OD=OC$

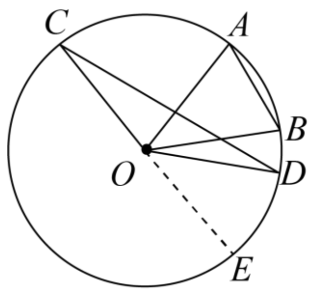
根据特殊三角函数可得

$$\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}OC=\frac{1}{2}CD$$

∴$CD=\sqrt{3}AB$，

故②正确；

③延长 CO，交圆于点 E



∵B为弧AD的中点，

∴$\angle AOB=\angle BOD$

∵$\beta+\alpha=180°,\beta+\angle DOE=180°$

∴$\alpha=\angle DOE$

假设$OA\perp CD$，根据等腰三角形得性质可得

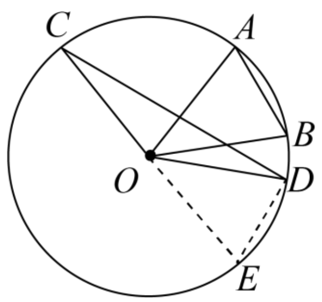
$\angle COA=\angle AOD=2\alpha$

∴$5\alpha=180°,\alpha=36°$

只有当$\alpha=36°$才能成立，

故③不一定正确；

④延长CO，交圆于点E，连接DE



∵$\beta+\alpha=180°,\beta+\angle DOE=180°$，

∴$\alpha=\angle DOE$，

∴$AB=DE$，

∵CE是直径

∴$\angle CDE=90°$

根据勾股定理可得

$DE^2+CD^2=CE^2$

∴$AB^2+CD^2=4OC^2$

故④正确

故答案为：①②④．

【点睛】此题考查了圆的性质、等腰三角形的性质、勾股定理，解题的关键熟悉圆的性质并会应用．

三、解答题（本题共68分，第17-21题每小题5分，第22-24题每小题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题每小题7分，解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

17. 【答案】$x_1=2,x_2=1$

【解析】

【分析】直接利用平方差公式以及提取公因式法分解因式进而得出答案.

【详解】将方程左边分解因式得：

$\left(x+2\right)(x-2)=3(x-2)$，

$(x-2)(x-1)=0$，

所以$x-2=0$或$x-1=0$，

所以$x_1=2,x_2=1$.

【点睛】此题主要考查了因式分解法解方程，正确分解因式是解题关键.

18. 【答案】（1）见解析　　（2）$\left(-3,4\right)$

（3）$\dfrac{25\pi}{4}$

【解析】

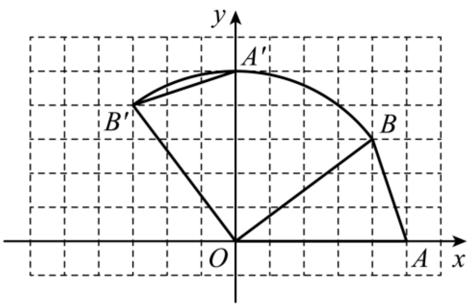
【分析】（1）将点A、B分别绕点O顺时针旋转90°得到其对应点，再与点O首尾顺次连接即可；

（2）根据旋转的性质，即可求解；

（3）根据扇形面积公式求解即可.

【小问1详解】

解：如图，　　　即为所求；



【小问2详解】

解：点　的坐标为$\left(-3,4\right)$；

【小问3详解】

解：根据题意得：$\angle BOB'=90°,OB=OB'=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∴线段　扫过的图形的面积为$S_{扇形BOB'}=\dfrac{90\pi\times5^2}{360}=\dfrac{25\pi}{4}$.

故答案为：$\dfrac{25\pi}{4}$.

【点睛】本题主要考查作图旋转变换，解题的关键是掌握旋转变换的定义与性质及扇形面积公式.

19. 【答案】（1）$m>-\dfrac{1}{3}$

（2）$m=0$，$x_1=0,x_2=-2$

【解析】

【分析】(1) 一元二次方程　　　　　　　有两个不相等实数根，则$\Delta=b^2-4ac>0$，据此计算即可求解；

（2）由（1）中 m 的取值范围，可取$m=0$，此时一元二次方程为$x^2+2x=0$，求解即可.

【小问 1 详解】

解：一元二次方程　　　　　　　有两个不相等实数根，$a=1,b=2,c=-3m$，

$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times1\times(-3m)=4+12m>0$，

$m>-\frac{1}{3}$；

【小问 2 详解】

解：取$m=0$，则一元二次方程为$x^2+2x=0$，

$x(x+2)=0$，

$x=0$或$x+2=0$，

$x_1=0,x_2=-2$.

【点睛】本题考查一元二次方程根的情况与解法，熟练掌握其性质及解法是解题的关键.

20. 【答案】(1) 图见解析

（2）线段垂直平分线判定定理，同弧所对的圆周角相等

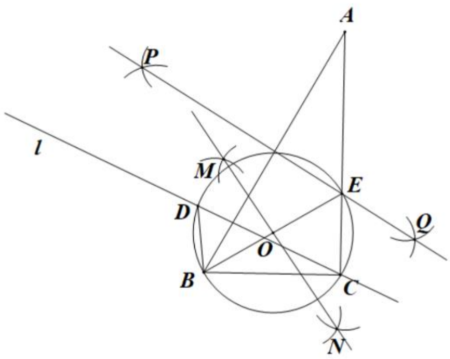
【解析】

【分析】(1) 根据作法尺规作图即可；

（2）作直线　为　的垂直平分线，则$AE=BE$，由三角形的外角定理可得$\angle BEC=2\angle A$，以　中点为圆心，　为半径作⊙　，根据同弧所对的圆周角相等，$\angle BDC=\angle BEC$，即可得出结论.

【小问 1 详解】

解：如图，线段BD即为所求；



【小问 2 详解】

解：∵以点 A 和点 B 为圆心，大于－　的长为半径作弧，两弧相交于 P，Q 两点，

，　，

直线　为　的垂直平分线（线段垂直平分线判定定理）

，

，

，

∵以点 B 和点 E 为圆心，大于－　的长为半径作弧，两弧相交于 M，N 两点，

，　，

直线　为　的垂直平分线，

O 为　中点，

∵以 O 为圆心，　为半径作⊙　，交直线 l 于点 D（不同于点 C），

（同弧所对的圆周角相等），

.

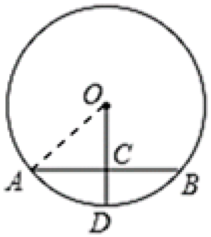
【点睛】本题考查基本作图、线段垂直平分线的判定和性质，圆周角，熟练掌握这些相关知识是解题的关键.

21. 【答案】10

【解析】

【分析】连接 OA，根据垂径定理求出 $AC=6$，$OC\perp AB$，根据勾股定理得出方程，求出方程的解即可.

【详解】解：连接 AO，



∵点 C 是弦 AB 的中点，半径 OD 与 AB 相交于点 C，

∴$OC\perp AB$，

∵$AB=12$，

∴$AC=BC=6$，

设⊙O 的半径为 R，

∵$CD=2$，

∴在 Rt△AOC 中，由勾股定理得：$AO^2=OC^2+AC^2$，

即：$R^2=（R-2）^2+6^2$，

∴$R=10$

答：⊙O 的半径长为 10.

【点睛】本题考查了垂径定理，勾股定理的应用，解此题的关键是构造直角三角形后根据勾股定理得出方程.

22. 【答案】（1）证明见解析

（2）$BD=\frac{16}{5}$

【解析】

【分析】（1）两三角形都有直角和公共角，可证三角形相似；

（2）由三角形相似的性质可得，对应边成比例，即可算出 AD 的值，进而得到　　的长.

【小问 1 详解】

证明：∵　　　　　　　，$CD\perp AB$，即 $\angle ADC=90^{\circ}$

$\angle CAD=\angle BAC$，

　　　　　　　　；

【小问 2 详解】

解：在　　　　　，　　　　，　　　　，

则 $AB=\sqrt{AC^{2}+BC^{2}}=\sqrt{3^{2}+4^{2}}=5$，

∵　　　　　　　，

$\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$，即 $\frac{3}{5}=\frac{AD}{3}$，

$AD=\frac{9}{5}$，

$BD=AB-AD=5-\frac{9}{5}=\frac{16}{5}$.

【点睛】本题考查相似三角形的判定和性质，勾股定理，熟练掌握相似三角形的判定定理和性质是解题的关键.

23. 【答案】（1）$(0,3)$

（2）$m\geq 2$ 或 $m<0$

【解析】

【分析】（1）根据一次函数的平移的性质可得一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+b$，再把　　　　代入，可得到一次函数的解析式，即可求解；

（2）根据题意可得点 B 是直线 $y=2x$ 上的一点，然后分两种情况讨论，结合图象，即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵一次函数　　　　　　　　的图象由函数　—　的图象平移得到，

∴一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+b$，

∵一次函数经过点　　　　，

∴ $\frac{1}{2}\times(-6)+b=0$，解得：$b=3$，

∴一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+3$，

当 $x=0$ 时，$y=3$，

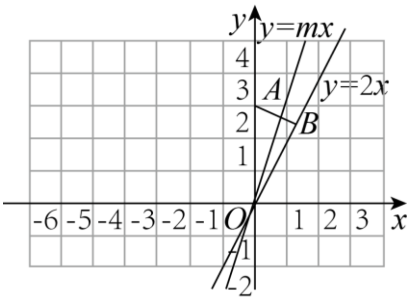
∴点 A 的坐标为 $\left(0,3\right)$；

【小问 2 详解】

解：∵点　　　　　，

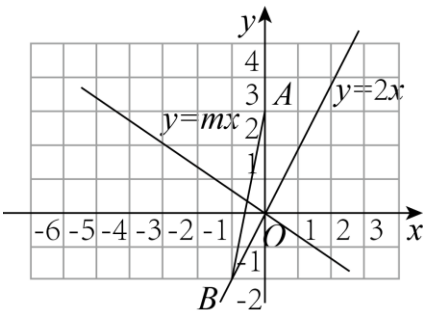
∴点 B 是直线 $y=2x$ 上的一点，

如图，



观察图象得：当 $m\geq 2$ 时，正比例函数　　　　　　的图象与线段　　有公共点；

当 $m<0$ 时，如图，



此时正比例函数　　　　　　的图象与线段　　有公共点；

综上所述，正比例函数　　　　　　的图象与线段　　有公共点，实数 m 的取值范围为 $m\geq 2$ 或 $m<0$．

【点睛】本题主要考查了一次函数的图象和性质，熟练掌握一次函数的图象和性质，利用数形结合思想解答是解题的关键.

24. 【答案】（1）证明见解析

（2）2

【解析】

【分析】（1）可利用　　是圆的切线来求证，根据　　切⊙　于点　，　　　　　于点　，得到 $OE\parallel BD$（都和　　垂直），可根据内错角相等和等边对等角，将相等角进行替换即可得出 $\angle EBD=\angle EBA$；

（2）连接　　交　　于 F，交 OE 于 G，得到 $\angle ACB=90°$，从而 $AC\parallel DE$，有 $\frac{BC}{CD}=\frac{BF}{FE}$，由（1）知

$OE \parallel BD$，$OE \perp AC$，由垂径定理可得 $AG = GC$，$OA = OB = OE = \dfrac{1}{2}AB = 5$，由三角形中位线定理可知 $OG = \dfrac{1}{2}BC = 3$，$EG = 2$，由 $OE \parallel BD$ 得到 $\triangle EFG \backsim \triangle BFC$，$\dfrac{BF}{FE} = \dfrac{BC}{EG} = 3$，代入 $\dfrac{BC}{CD} = \dfrac{BF}{FE}$ 得到 $\dfrac{6}{CD} = 3$，解得　　.

【小问 1 详解】

证明：$\because DE$ 切⊙　于点　，

$\therefore OE \perp DE$，

$\because$　　　　于点　，

$\therefore OE \parallel BD$，

$\therefore \angle OEB = \angle EBD$，

$\because$ 在⊙　中，$OB = OE$，

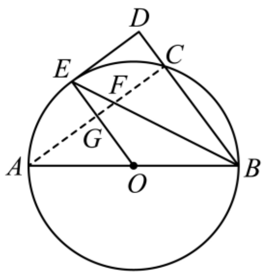
$\therefore \angle OEB = \angle OBE$，

$\therefore \angle EBD = \angle EBA$，

$\therefore BE$ 平分　　　；

【小问 2 详解】

解：连接　交　于 F，交 OE 于 G，如图所示：



$\therefore \angle ACB = 90^\circ$，

由（1）知 $OE \parallel BD$，

$\therefore OE \perp AC$，

由垂径定理可得 $AG = GC$

$\because OA = OB = OE = \dfrac{1}{2}AB = 5$，

由三角形中位线定理可知 $OG = \dfrac{1}{2}BC = 3$，

$\therefore EG = OE - OG = 5 - 3 = 2$，

由（1）知 $OE \parallel BD$，$\angle OEB = \angle EBD$，

$\because \angle EFG = \angle BFC$，

$\triangle EFG \backsim \triangle BFC$，

$\therefore \dfrac{BF}{FE}=\dfrac{BC}{EG}=\dfrac{6}{2}=3$，

$\because \angle ACB=90^{\circ}$，　　　　　，

$AC \parallel DE$，

$\therefore \dfrac{BC}{CD}=\dfrac{BF}{FE}$，即 $\dfrac{6}{CD}=3$，解得　　　.

【点睛】本题考查圆的综合，涉及圆的切线性质、平行线的判定与性质、等腰三角形的性质、角平分线的定义、圆周角定理、垂径定理、三角形中位线定理、相似三角形的判定与性质、平行线分线段成比例定理等知识，灵活掌握圆中求线段长的方法是解决问题的关键.

25. 【答案】（1）$v_0=10\sqrt{2}$

（2）$y=-\dfrac{1}{20}(x-10)^2+23$

（3）能

【解析】

【分析】（1）由　　—　计算即可；

（2）运动轨迹与抛物线　　——　形状相同，最高点为23，则设运动轨迹为 $y=-\dfrac{1}{20}(x-h)^2+23$，且过点 $(0,18)$，代入即可求得运动员的运动轨迹解析式；

（3）运动员着陆时，抛物线与线段相交，此时 $-\dfrac{1}{20}(x-10)^2+23=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{51}{2}$，据此即可求得运动员着陆时的　值，即可判断运动员飞行的最远水平距离　能否超过24米.

【小问1详解】

解：已知　　—　，$H_0=5$，即 $\dfrac{1}{40}v_0^2=5$，

解得 $v_0^2=200$，$v_0=10\sqrt{2}$ 或 $-10\sqrt{2}$（舍）；

【小问2详解】

解：运动员的运动轨迹与抛物线　　——　形状相同，$H_0=5$，最高点为23，则设运动轨迹解析式为

$y=-\dfrac{1}{20}(x-h)^2+23$，由图可得抛物线过点 $(0,18)$，代入可得 $18=-\dfrac{1}{20}(0-h)^2+23$，整理得

$h^2=100$，$h=10$ 或 -10（舍），

答：运动员的运动轨迹解析式为 $y=-\dfrac{1}{20}(x-10)^2+23$；

【小问3详解】

解：着陆坡所在线段解析式为$y=-\frac{3}{4}x+\frac{51}{2}\,(14\le x\le 34)$，若运动员着陆，即

$-\frac{1}{20}(x-10)^2+23=-\frac{3}{4}x+\frac{51}{2}$，整理得$x^2-35x+150=0$，解得$x=30$或$5$（舍），

即$S_0=30>24$，

答：运动员飞行的最远水平距离能超过 24 米.

【点睛】本题考查二次函数应用，熟练掌握二次函数的应用是解题的关键.

26. 【答案】(1) 顶点坐标是 $2m,-1$

（2）$m=\pm\frac{3}{2}$

（3）$0<m<\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】(1) 把抛物线表达式写出顶点式即可解得.

（2）确定抛物线对称轴，再写出$PQ=6$，即可解得.

（3）得到$n=-4m^2-1$，抛物线与一次函数联立即可解得.

【小问 1 详解】

解：$\because\ y=-x^2+4mx-4m^2-1=-\ \ x-2m\ \ ^2-1$

$\therefore$顶点坐标是 $2m,-1$

【小问 2 详解】

解：$\because\ y=-x^2+4mx-4m^2-1$

$\therefore P\ \ 0,-4m^2-1$

又$\because$抛物线对称轴是$x=2m$，$PQ/\!/x$轴

$\therefore Q\ \ a,4m$

又$\because PQ=6$

$\therefore |4m|=6$

$m=\pm\frac{3}{2}$

【小问 3 详解】

解：$\because\ y=-x^2+4mx-4m^2-1$

$\therefore P\ \ 0,-4m^2-1$

把$P\ \ 0,-4m^2-1$ 代入$y=kx+n$，

得到$n=-4m^2-1$，

$\therefore y=kx-4m^2-1$

联立抛物线和一次函数可得

$x(x-4m+k)=0$

$\therefore x_1=a=4m-k$

$\frac{k}{4}<m<\frac{6+k}{4}$

又$\because k>0$

$\therefore 0<m<\frac{3}{2}$

【点睛】此题考查了二次函数得性质，直线与抛物线得交点坐标，解题得关键是一次函数与抛物线函数联立．

27. 【答案】（1） $45°$

（2）①画图见解析；②$CH=BF+CF$，证明见解析

【解析】

【分析】（1）先根据正方形的性质得到$AB=AD,\angle BAD=90°$，再由旋转的性质得到$AB=AE$，$\angle BAE=\alpha=60°$，进而推出$\angle DAE=30°$，$AD=AE$，$\triangle ABE$是等边三角形，利用等腰三角形的性质和等边三角形的性质求出$\angle AEB$，$\angle AED$的度数即可得到答案；

（2）①根据题意补全图形即可；②如图所示，在CH上取一点M使得$CF=CM$，连接DM，证明$\triangle BCF\cong\triangle DCM$，得到$\angle CBF=\angle CDM$，$BF=DM$，根据等边对等角得到$\angle FDG=\angle FGD$，据此可证$\angle MDH=\angle H$，得到$MD=MH$，则$BF=MB$，即可证明$CH=BF+CF$．

【小问1详解】

解：$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=AD,\angle BAD=90°$，

由旋转的性质可得$AB=AE$，$\angle BAE=\alpha=60°$，

$\therefore \angle DAE=\angle BAD-\angle BAE=30°$，$AD=AE$，$\triangle ABE$是等边三角形，

$\therefore \angle AED=\angle ADE=\frac{180°-\angle DAE}{2}=75°$，$\angle AEB=60°$，

$\therefore \angle DEF=180°-\angle AED-\angle AEB=45°$；

【小问2详解】

解：①如图所示，即为所求；

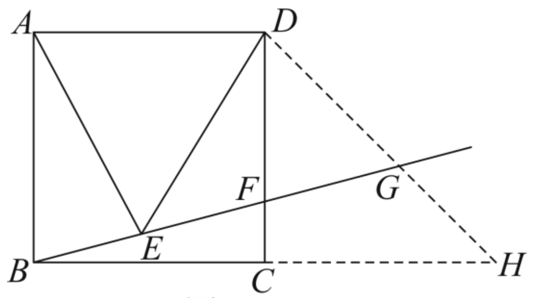


图2

②$CH = BF + CF$，证明如下：

如图所示，在CH上取一点M使得$CF = CM$，连接DM，

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$BC = DC$，$\angle BCF = \angle DCM = 90^\circ$，

又∵$CF = CM$，

∴$\triangle BCF \cong \triangle DCM\left(\mathrm{SAS}\right)$，

∴$\angle CBF = \angle CDM$，$BF = DM$，

∵$FD = FG$，

∴$\angle FDG = \angle FGD$，

∵$\angle FDG = \angle FDM + \angle MDH$，$\angle FGD = \angle H + \angle HBG$，

∴$\angle MDH = \angle H$，

∴$MD = MH$，

∴$BF = MB$，

∴$CH = CM + MH = BF + CF$．

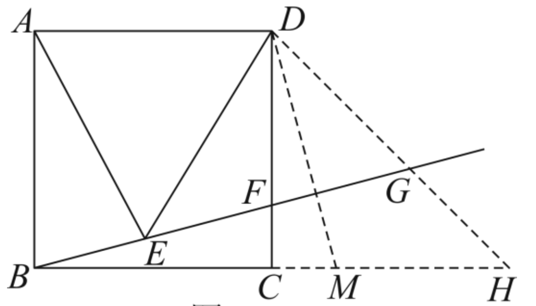


图2

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，等边三角形的性质与判定，三角形内角和定理，等腰三角形的性质与判定，旋转的性质，全等三角形的性质与判定，三角形外角的性质等等，灵活运用所学知识是解题的关键．

28．【答案】（1）图见解析，$P\left(\sqrt{3}-2,1\right)$；

（2）$\alpha = 30^\circ$或$\alpha = 45^\circ$；

（3）$2\sqrt{3} \le b \le 4\sqrt{3}$．

【解析】

【分析】（1）根据题意画出菱形，结合菱形的性质，再利用$30°$所对的直角边等于斜边的一半以及勾股定理即可求出点P坐标；

（2）分情况讨论：①当B在PM上，②当B在上，③当B在AQ上，求解即可；

（3）①当“旋半点”在PM上时，解得：$b=2\sqrt{3}$；②当“旋半点”在AQ上时，解得：$b=4\sqrt{3}$；即可求出$2\sqrt{3}\le b\le 4\sqrt{3}$．

【小问 1 详解】

解：由题意可知：点A的“旋半菱形”如图：

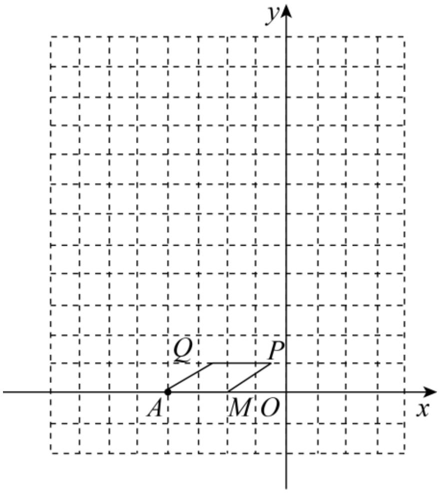
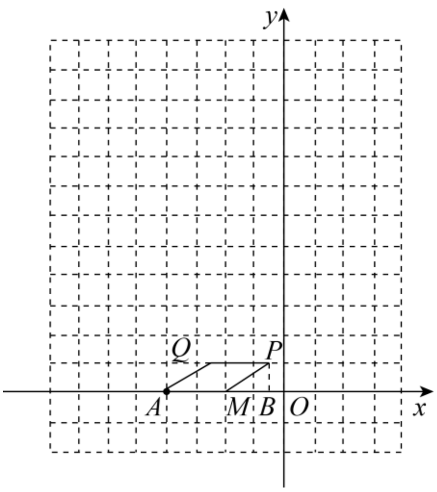


图 1

作$PB\perp x$轴交于点B，



$\because \angle QAM=30°$，四边形为菱形，

$\therefore \angle QAM=\angle PMB=30°$，

$\because A\left(-4,0\right)$，$M\left(-2,0\right)$，

$\therefore AM=PM=2$，

$\therefore PB=\frac{1}{2}PM=1$，$MO=\sqrt{PM^2-PB^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore P\left(\sqrt{3}-2,1\right)$.

【小问 2 详解】

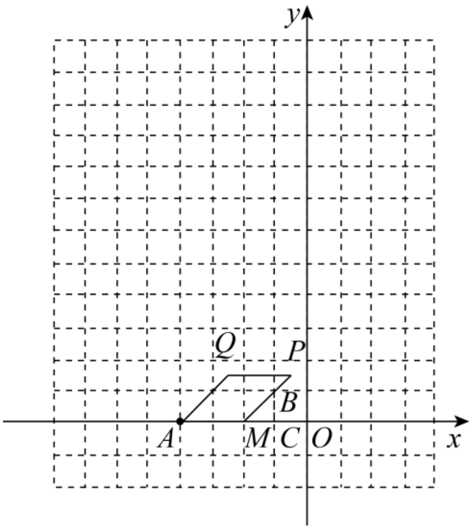
解：∵点　　　　是点 A 的“　　旋半点”，

∴点 B 在菱形　　　　边上，

分情况讨论：

①当 B 在 PM 上，

如图：作 $BC\perp x$ 轴交于点 C，



$\because \angle QAM=\alpha$，四边形　　　　为菱形，

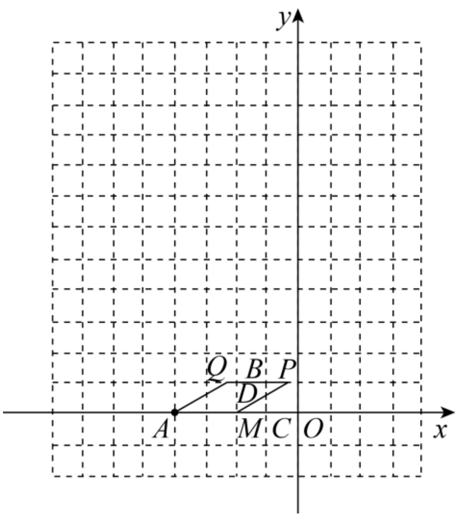
$\therefore \angle PMC=\alpha$，

∵　　　　，$M\left(-2,0\right)$，

$\therefore \tan\alpha=\dfrac{BC}{MC}=\dfrac{1}{1}=1$，即 $\alpha=45°$；

②当 B 在　　上，

如图：作 $BC\perp x$ 轴交于点 C，交 PM 与点 D，



设 $DC=m$，则 $DB=1-m$，

$\because \angle BPD=\angle DMC$，$\angle BDP=\angle MDC$，

$\therefore \triangle BDP\backsim\triangle CDM$，

$\therefore \dfrac{BD}{CD}=\dfrac{DP}{DM}$，

$\because AM=PM=2$，$MD=\sqrt{MC^2+DC^2}=\sqrt{1+m^2}$，

$\therefore DP=2-DM=2-\sqrt{1+m^2}$，

$\therefore \dfrac{1-m}{m}=\dfrac{2-\sqrt{1+m^2}}{\sqrt{1+m^2}}$，解得：$m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$m=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$（舍去）；

$\therefore \tan\angle PMC=\tan\alpha=\dfrac{DC}{MC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，即 $\alpha=30°$；

③当 B 在 AQ 上，

此时：$AB=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}>2$，

∴这样的点 B 不存在，

综上所述：$\alpha=30°$ 或 $\alpha=45°$；

【小问 3 详解】

解：∵直线 $\sqrt{\ }$ 上有点 A 的“ 旋半点”，

∴①当“ 旋半点”在 PM 上时，

将 $M\left(-2,0\right)$ 代入 $\sqrt{\ }$ ，可得：$0=-2\sqrt{3}+b$，解得：$b=2\sqrt{3}$；

②当“ 旋半点”在 AQ 上时，

将 $A\left(-4,0\right)$ 代入 $\sqrt{\ }$ ，可得：$0=-4\sqrt{3}+b$，解得：$b=4\sqrt{3}$；

$\therefore 2\sqrt{3}\le b\le 4\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查菱形性质，点的坐标，勾股定理，相似三角形的判定及性质，特殊角的三角形函数值，一次函数，解题的关键是掌握以上相关知识点，并能够综合运用，难度较大.