

北京市广渠门中学 2022-2023 学年度第一学期

初三数学第一次质量检测

时间 120 分钟

卷面总分 100 分

2022.9

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 一元二次方程 $2x^2 + x - 5 = 0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是（ ）

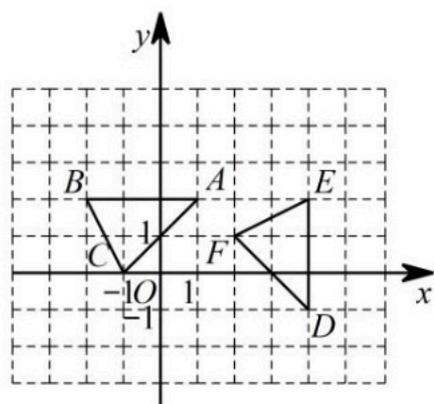
- A. 2, 1, -5 B. 2, 1, 5 C. 2, 0, -5 D. 2, 0, 5

2. 古典园林中的窗户是中国传统建筑装饰的重要组成部分，一窗一姿容，一窗一景致。下列窗户图案中，是中心对称图形的是（ ）

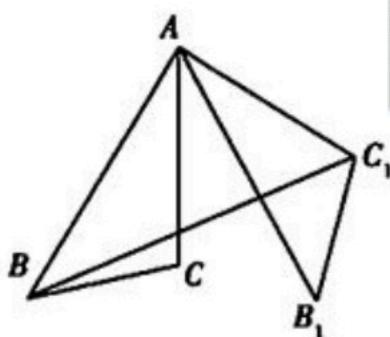


3. 如果将抛物线 $y = 2x^2$ 先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位后得到一条新的抛物线，这条新的抛物线的表达式是（ ）

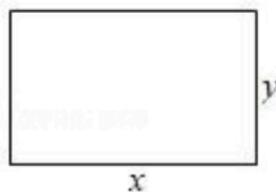
- A. $y = 2(x-2)^2 + 3$ B. $y = 2(x+2)^2 - 3$ C. $y = 2(x-2)^2 - 3$ D. $y = 2(x+2)^2 + 3$



4 题图



5 题图



6 题图

4. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 顶点的横、纵坐标都是整数。若将 $\triangle ABC$ 以某点为旋转中心，顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DEF$ ，则旋转中心的坐标是（ ）

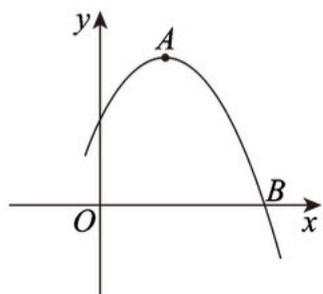
- A. (0, 0) B. (1, 0) C. (1, -1) D. (2.5, 0.5)

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=2$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle AB_1C_1$ ，连接 BC_1 ，则 BC_1 的长为（ ）

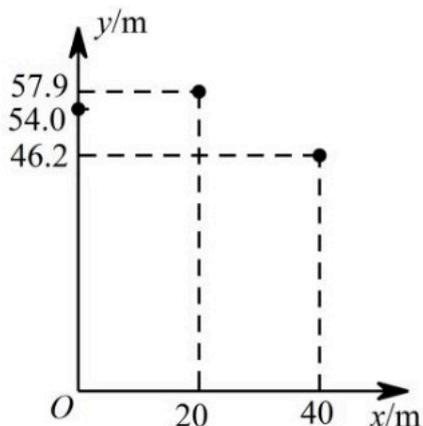
- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{13}$ C. 4 D. 6

6. 如图, 用绳子围成周长为 10m 的矩形, 记矩形的一边长为 x m, 它的邻边长为 y m, 矩形的面积为 S m². 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随 x 的变化而变化, 则 y 与 x , S 与 x 满足的函数关系分别是 ()

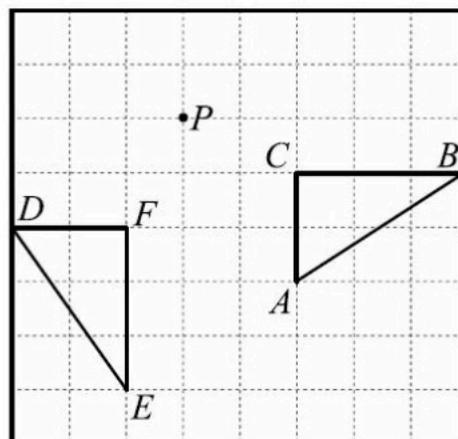
- A. 一次函数关系, 二次函数关系
 B. 正比例函数关系, 二次函数关系
 C. 二次函数关系, 正比例函数关系
 D. 二次函数关系, 一次函数关系



7 题图



8 题图



11 题图

7. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 $A(2, m)$, 且经过点 $B(5, 0)$, 其部分图象如图所示.

对于此抛物线有如下四个结论:

① $ac < 0$; ② $a - b + c > 0$; ③ $4a + b < 0$; ④ 若此抛物线经过点 $C(0, 1)$, 则点 $(4, 1)$ 一定是抛物线 $y = ax^2 + bx + c = 0$ 上的一个点. 其中所有正确结论的序号是 ()

- A. ①② B. ①③ C. ③④ D. ①④

8. 跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一, 运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分, 运动员起跳后的竖直高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系 $y = ax^2 + bx + c$. 如图记录了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据, 根据上述函数模型和数据, 可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时, 水平距离为 ()

- A. 10 m B. 15 m C. 20 m D. 22.5 m



二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 抛物线 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标是_____.

10. 将二次函数 $y = x^2 - 4x + 5$ 用配方法化为 $y = (x-h)^2 + k$ 的形式, 结果为_____.

11. 如图所示, $\triangle ABC$ 绕点 P 顺时针旋转得到 $\triangle DEF$, 则旋转的角度是_____.

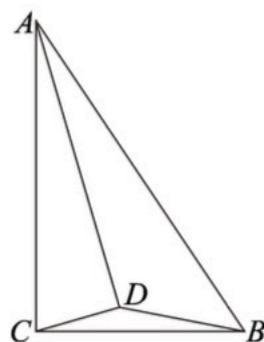
12. 抛物线 $y = x^2 + 4x + 3$ 与 x 轴的交点坐标为_____, 与 y 轴交点坐标为_____.

13. 请写出一个有最小值, 并且对称轴为直线 $x = 1$ 的二次函数的解析式_____.

14. 二次函数 $y = (k-1)x^2 - 2x + 1$ 的图象与 x 轴有交点, 则 k 的取值范围是_____.

15. 已知抛物线 $y = x^2 - x - 3$ 经过点 $A(2, y_1)$, $B(3, y_2)$, 则 y_1 _____ y_2 (填“<”, “=”或“>”).

16. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 $\triangle ABC$ 内的一个动点, 满足 $AC^2 - AD^2 = CD^2$. 若 $AB = 2\sqrt{13}$, $BC = 4$, 则 BD 长的最小值为_____.



三、解答题

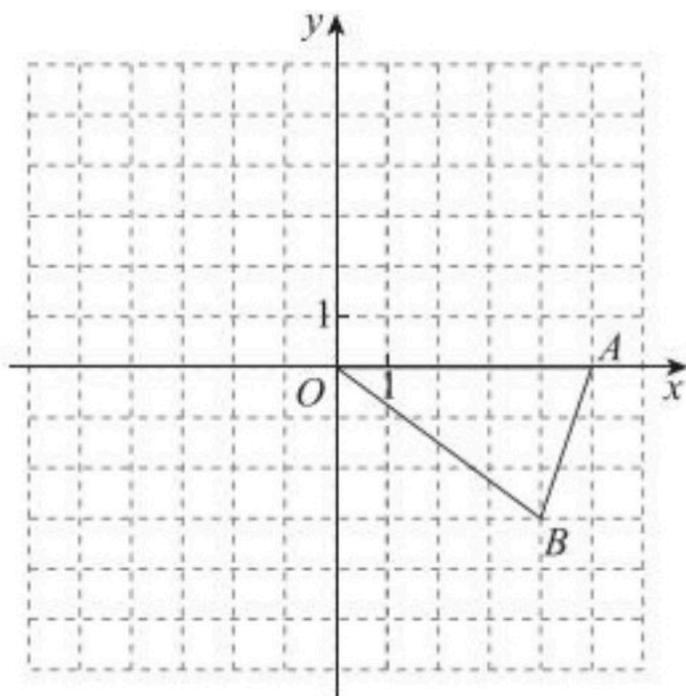
17. (5分) 解方程: $x^2 - 2x - 8 = 0$



18. (6分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(4, -3)$.

(1) 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA_1B_1$, 点 A 旋转后的对应点为 A_1 . 画出旋转后的图形 $\triangle OA_1B_1$, 并写出点 A_1 的坐标;

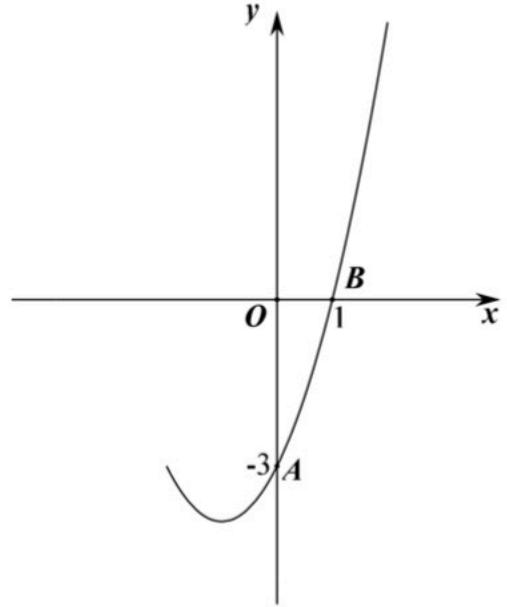
(2) $\triangle OAB$ 关于点 O 中心对称得到 $\triangle OA_2B_2$, 点 B 的对称点为 B_2 . 画出中心对称后的图形 $\triangle OA_2B_2$, 并写出点 B_2 的坐标.



19. (5分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 的部分图象经过点 $A(0, -3)$, $B(1, 0)$.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 结合函数图象, 直接写出 $y < 0$ 时, x 的取值范围.



20. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+4)x + 4k = 0$.

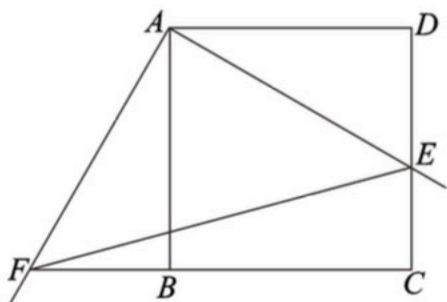
(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2) 若该方程有一个根小于 2, 求 k 的取值范围.

21. (6分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 射线 AE 与边 CD 交于点 E , 将射线 AE 绕点 A 顺时针旋转, 与 CB 的延长线交于点 F , $BF=DE$, 连接 FE .

(1) 求证: $AF=AE$;

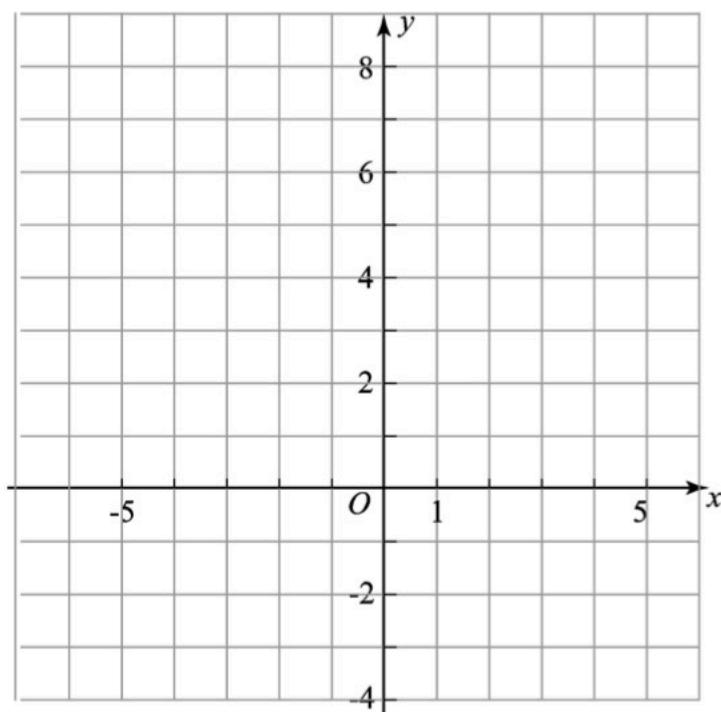
(2) 若 $\angle DAE=30^\circ$, $DE=2$, 求 $\triangle AEF$ 的面积.



22. (8分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数图象上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-3	0	1	0	...

- (1) 求这个二次函数的表达式;
- (2) 画出这个二次函数的图象;
- (3) 写出 y 随 x 增大而减小的 x 的取值范围;
- (4) 若 $-1 < x < 2$, 结合函数图象, 直接写出 y 的取值范围.

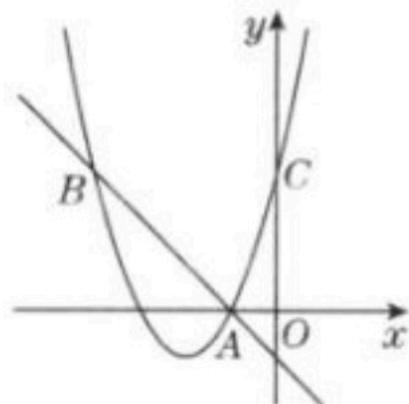


23. (5分) 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x - m$ (m 是常数).

- (1) 若该二次函数的图象与 x 轴有两个的交点, 求 m 的取值范围;
- (2) 若该二次函数的图象与 x 轴的其中一个交点坐标为 $(-1, 0)$, 求一元二次方程 $-x^2 + 2x - m = 0$ 的解.



24. (5分) 如图, 二次函数 $y = (x+2)^2 + m$ 的图象与 y 轴交于点 C , 点 B 在抛物线上, 且与点 C 关于抛物线的对称轴对称, 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过该二次函数图象上的点 $A(-1, 0)$ 及点 B .



(1) 求二次函数与一次函数的解析式.

(2) 根据图象, 直接写出满足 $(x+2)^2 + m \geq kx + b$ 的 x 的取值范围.



25. (5分) 中国在2022年北京冬奥会上向全世界展示了“胸怀大局, 自信开放, 迎难而上, 追求卓越, 共创未来”的北京冬奥精神。跳台滑雪是北京冬奥会的比赛项目之一, 下图是某跳台滑雪场地的截面示意图。平台 AB 长1米(即 $AB = 1$), 平台 AB 距地面18米。以地面所在直线为 x 轴, 过点 B 垂直于地面的直线为 y 轴, 取1米为单位长度, 建立平面直角坐标系。已知滑道对应的函数为

$y = \frac{1}{5}x^2 - 4x + c (x \geq 1)$. 运动员(看成点)在 BA 方向获得速度 v 米/秒后, 从 A 处向右下飞向滑道, 点 M

是下落过程中的某位置(忽略空气阻力). 设运动员飞出时间为 t 秒, 运动员与点 A 的竖直距离为 h 米,

运动员与点 A 的水平距离为 l 米, 经实验表明: $h = 6t^2, l = vt$.

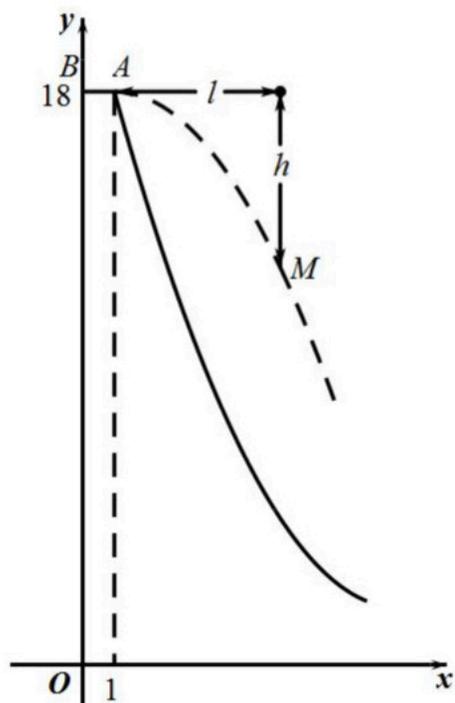
(1) 求滑道对应的函数表达式;

(2) 当 $v=5, t=1$ 时, 通过计算判断运动员此时是否已落在滑道上;

(3) 在试跳中, 运动员从 A 处飞出, 运动员甲飞出的路径近似看做函数 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{89}{5}$ 图像的一部分, 着陆时水平距离为

d_1 , 运动员乙飞出的路径近似看做函数 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{107}{6}$ 图像

的一部分, 着陆时水平距离为 d_2 , 则 d_1 _____ d_2 (填“>”“=”或“<”).

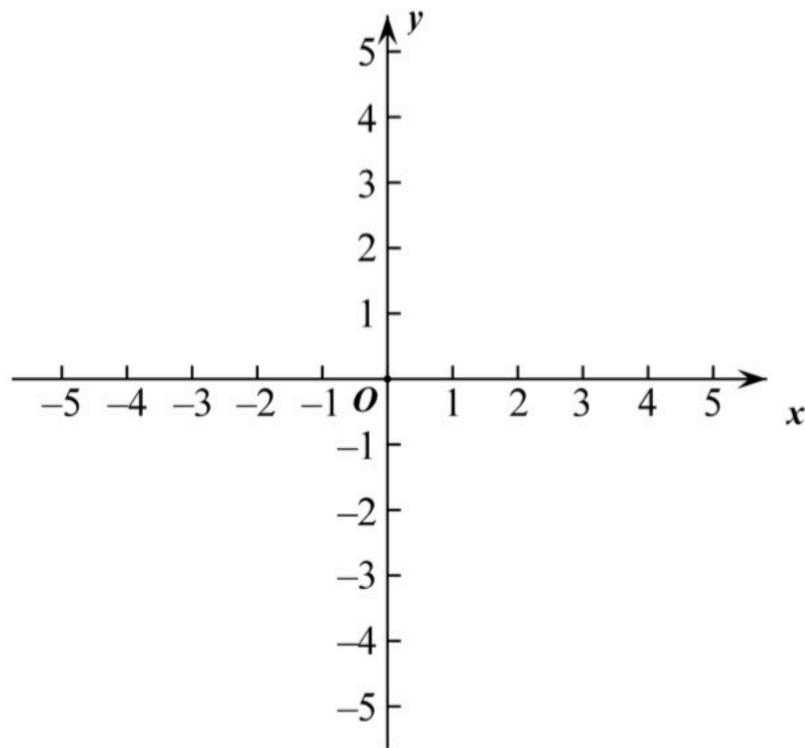


26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=x^2-4x+3$ 与 x 轴交于点 A, B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C .

(1) 求直线 BC 的表达式;

(2) 垂直于 y 轴的直线 l 与抛物线交于点 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 与直线 BC 交于点 $N(x_3, y_3)$. 若 $x_1 < x_2 < x_3$, 结合函数的图象, 求 $x_1+x_2+x_3$ 的取值范围;

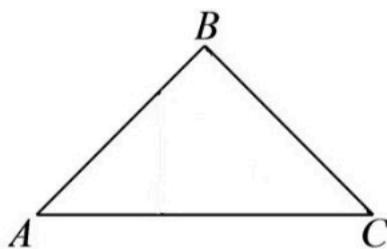
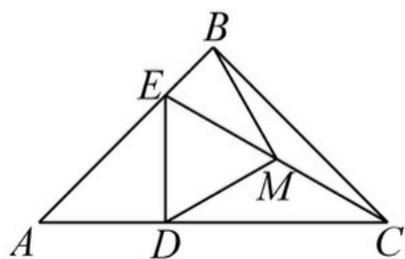
(3) 若点 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 在抛物线上, 且当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $y_1 < y_2$, 求 x_1+x_2 的取值范围.



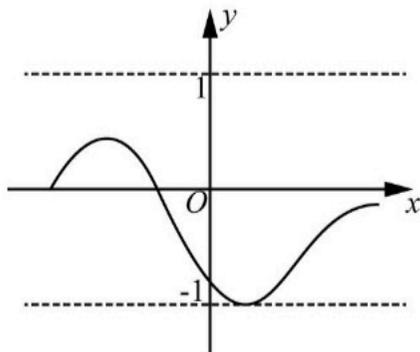
27. (6分) 已知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是两个不全等的等腰直角三角形, 其中 $BA=BC, DA=DE$, 联结 EC , 取 EC 的中点 M , 联结 BM 和 DM .

(1) 如图 1, 如果点 D, E 分别在边 AC, AB 上, 那么 BM, DM 的数量关系与位置关系是_____;

(2) 将图 1 中的 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90 度, 补全旋转后的图形, 并判断 (1) 中的结论是否仍然成立, 并说明理由.



28. (7分) 对某一个函数给出如下定义：若存在实数 $M > 0$ ，对于任意的函数值 y ，都满足 $-M \leq y \leq M$ ，则称这个函数是有界函数，在所有满足条件的 M 中，其最小值称为这个函数的边界值。例如，下图中的函数是有界函数，其边界值是 1。



- (1) 分别判断函数 $y = x^2$ 和 $y = x + 1 (-4 < x \leq 2)$ 是不是有界函数？若是有界函数，求其边界值；
- (2) 若函数 $y = -x + 1 (a \leq x \leq b, b > a)$ 的边界值是 2，且这个函数的最大值也是 2，求 b 的取值范围；
- (3) 将函数 $y = x^2 (-1 \leq x \leq m, m \geq 0)$ 的图象向下平移 m 个单位，得到的函数的边界值是 t ，当 m 在什么范围时，满足 $\frac{3}{4} \leq t \leq 1$ ？

