

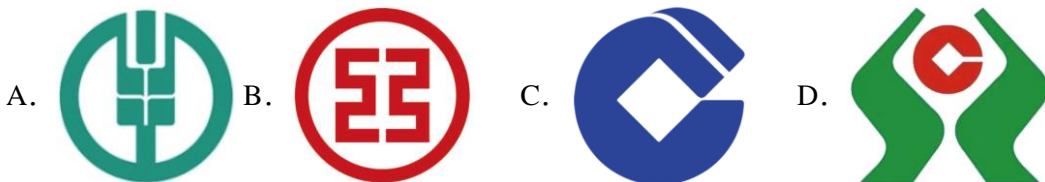


2023-2024学年初三上学期第三次调研 数学

（ 时长：120分钟 总分值：100分 ）

一、单项选择题（下列各小题均有四个选项，其中只有一个选项符合题意。共16分，每小题2分）

1. 下列标志中是中心对称图形的是（ ）



2. 抛物线 $y = (x-1)^2 - 2$ 的顶点坐标为（ ）

- A. (1,2) B. (-1, 2) C. (1, -2) D. (-1, -2)

3. 下列事件中是随机事件的是（ ）

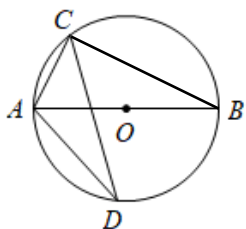
- A. 经过有交通信号灯的路口时遇到红灯
 B. 明天太阳从东方升起
 C. 平面内不共线的三点确定一个圆
 D. 任意画一个三角形，其内角和是 540°

4. 已知双曲线的解析式为 $y = -\frac{6}{x}$ ，则下列各点在此双曲线上的是（ ）

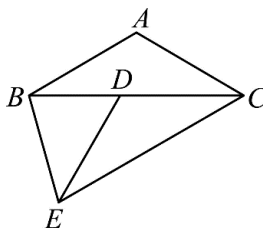
- A. (3, 2) B. (2, 3) C. (-3, -2) D. (-2, 3)

5. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径，弦 AC 的长为5，点 D 在圆上，且 $\angle ADC = 30^\circ$ ，则 $\odot O$ 的直径为（ ）

- A. 2.5 B. 5 C. 7.5 D. 10



第5题



第6题

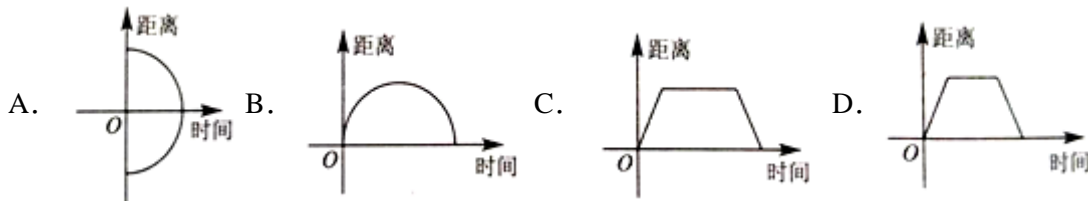
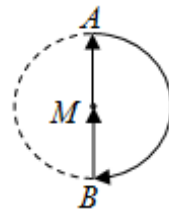
6. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 30° 得到 $\triangle CDE$ ，此时点 A 的对应点 D 落在 BC 上时，连接 BE ，则 $\angle CBE$ 的度数是（ ）

- A. 45° B. 55° C. 75° D. 85°



7. 若点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 三点在抛物线 $y=(x+1)^2-3$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()
- A. $y_3 > y_1 > y_2$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_2 > y_3 > y_1$

8. 如图, 小明在操场上匀速散步, 某一段时间内先从点 M 出发到点 A , 再从点 A 沿半圆弧到点 B , 最后从点 B 回到点 M , 能近似刻画小明到出发点 M 的距离与时间之间的关系的图像是 ()



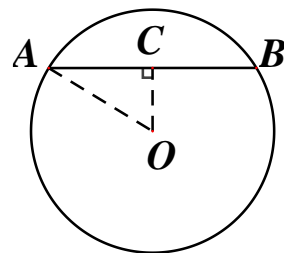
二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分。)

9. 若关于 x 的函数 $y=(a-1)x^2-2x+3$ 是二次函数, 则 a 的取值范围是_____.
10. 在平面直角坐标系中, 点 $P(2,4)$ 关于原点对称点的坐标是_____.
11. 已知 m 是方程 $x^2-x-3=0$ 的一个根, 则代数式 m^2-m-2 等于_____.
12. 把抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+1$ 向左平移1个单位长度, 再向下平移3个单位长度, 得到的抛物线的解析式为_____.
13. 下表记录了一名球员在罚球线上投篮的结果.

投篮次数 n	50	100	150	200	300	400	500
投中次数 m	28	49	78	102	153	208	255
投中频率 $\frac{m}{n}$	0.56	0.49	0.52	0.51	0.51	0.52	0.51

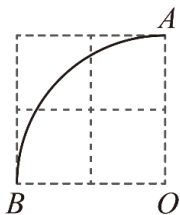
根据以上数据, 估计这名球员在罚球线上投篮一次, 投中的概率为_____. (精确到0.1)

14. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 AB 的长为8cm, 圆心 O 到 AB 的距离为3cm, 则 $\odot O$ 的半径为_____cm.

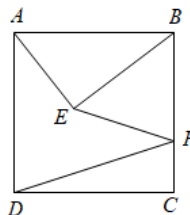




15. 如图，在 2×2 的正方形网格纸中，每个小正方形的边长均为1，点 O, A, B 为格点，即小正方形的顶点，若将扇形 OAB 围成一个圆锥，则这个锥的底面圆的半径为_____.



第15题



第16题

16. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为4，点 E 为正方形内部一点，连接 EA, EB ，且 $\angle ABE = \angle DAE$ ，点 F 是 BC 边上一点， $\angle AEB =$ _____；连接 FD, FE ，则 $FD + FE$ 长度的最小值为_____.

三、解答题（共64分17-22题，每题5分，23-26题，每题6分，27-28题，每题7分。）

17. (5分) 解方程： $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

18. (5分) 已知一元二次方程 $x^2 + mx - 3 = 0$

(1) 当 $m=2$ 时，求出此方程的根；

(2) 求证：不论 m 取何值，此方程总有两个不相等的实数根.

19. (5分) 下面是小李设计的“作圆的内接等边三角形”的尺规作图过程.

已知：如图1， $\odot O$.

求作：等边 $\triangle ABC$ ，使得等边 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$.

作法：①如图2，作半径 OM ；

②以 M 为圆心， OM 长为半径作弧，交 $\odot O$ 于点 A, B ，连接 AB ；

③以 B 为圆心， AB 长为半径作弧，交 $\odot O$ 于点 C （不与点 A 重合）；

④连接 AC, BC .

$\therefore \triangle ABC$ 就是所求作的等边三角形.

根据上述尺规作图的过程，回答以下问题：

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图2（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.

证明：连接 OA, OB, MA, MB .

由作图可知 $MA = MB = OM = OA = OB$,

$\therefore \triangle OAM, \triangle OBM$ 是等边三角形.

$\therefore \angle AOM = \angle BOM =$ _____°.

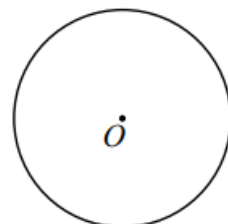


图1

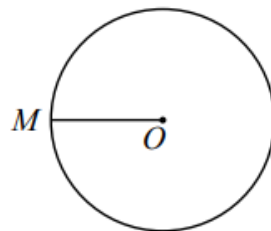


图2



$\therefore \angle AOB = 120^\circ$.

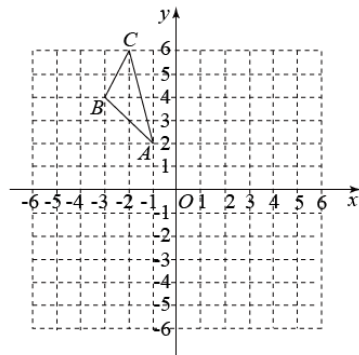
$\because AB = AB$,

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$. () (填推理的依据)

$\because BC = BA$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

20. (5分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-1, 2)$, $B(-3, 4)$, $C(-2, 6)$, 在给出的平面直角坐标系中:

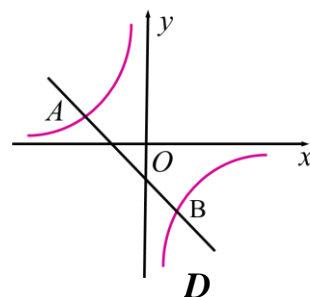


(1) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后得到的 $\triangle AB_1C_1$; 并直接写出 B_1 , C_1 的坐标;

(2) 计算点 B 旋转到点 B_1 位置时, 经过的路径长.

21. (5分) 如图, 已知 $A(-4, n)$, $B(2, -4)$ 是反比例函数

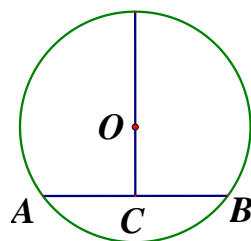
$y = \frac{k}{x}$ 的图象和一次函数 $y = ax + b$ 的图象的两个交点.



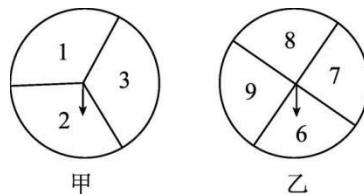
(1) 求反比例函数和一次函数的解析式;

(2) 根据图象直接写出不等式 $ax + b < \frac{k}{x}$ 的解集.

22. (5分) 如图, 在 $\odot O$ 中, C 为弦 AB 的中点, 连接 CO 并延长交 $\odot O$ 于点 D , $AB = CD = 8$, 求 $\odot O$ 的半径.



23. (6分) 如图是两个可以自由转动的转盘, 甲转盘被等分成3个扇形, 乙转盘被等分成4个扇形, 每一个扇形上都标有相应的数字. 小亮和小颖利用它们做游戏, 游戏规则: 同时转动两个转盘, 当转盘停止后, 若指针所指区域内的数字之和小于10, 则小颖获胜; 若指针所指区域内的数字之和等于10, 则为平局; 若指针所指区域内的数字之和大于10, 则小亮获胜. 如果指针恰好指在分割线上, 那么重转一次, 直到指针指向一个数字为止.



(1) 请你通过画树状图或列表的方法求小颖获胜的概率.

(2) 该游戏规则是否公平? 请说明理由.



24. (6分) 如图1, 一灌溉车正为绿化带浇水, 喷水口 H 离地竖直高度为 $h=1.4$ 米. 建立如图2所示的平面直角坐标系, 可以把灌溉车喷出水的上、下边缘抽象为两条抛物线的部分图象, 把绿化带横截面抽象为矩形 $DEFG$, 其水平宽度 $DE=2$ 米, 竖直高度 $EF=0.9$ 米, 下边缘抛物线是由上边缘抛物线向左平移得到, 上边缘抛物线最高点 A 离喷水口的水平距离为2米, 高出喷水口0.4米, 灌溉车到绿化带的距离 OD 为 d 米.



图1

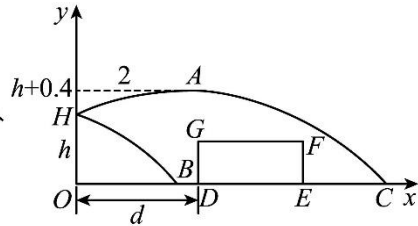
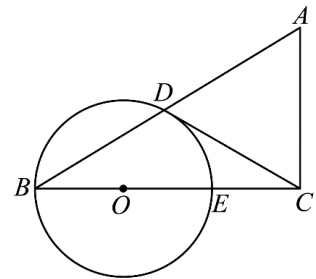


图2

- (1) 求上边缘抛物线喷出水的最大射程 OC ;
- (2) 求下边缘抛物线与 x 轴交点 B 的坐标;
- (3) 若 $d=3.2$ 米, 灌溉车行驶时喷出的水_____ (填“能”或“不能”) 浇灌到整个绿化带.

25. (6分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, O 是 BC 边上一点, 以 O 为圆心, OB 为半径的圆与 AB 相交于点 D , 连接 CD , 且 $CD=AC$.



- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $DC=DB$, $\odot O$ 的半径为1, 求 BD 的长.

26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $M(2, m)$, $N(4, n)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx$ ($a>0$) 上.

- (1) 若 $m=n$, 求该抛物线的对称轴;
- (2) 已知点 $P(-1, p)$ 在该抛物线上, 设该抛物线的对称轴为 $x=t$. 若 $mn<0$, 且 $m<p<n$, 求 t 的取值范围.



27. (7分) 如图1,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $BA=BC$, 直线 MN 是过点 A 的直线, $CD\perp MN$ 于点 D , 连接 BD .

(1)观察猜想: 线段 DC , AD , BD 之间有什么数量关系.经过观察思考, 小明出一种思路: 如图1, 过点 B 作 $BE\perp BD$ 交 MN 于点 E , 进而得出: $DC+AD=$ ____ BD ;

(2)探究证明: 将直线 MN 绕点 A 顺时针旋转到图2的位置, 写出此时线段 DC , AD , BD 之间的数量关系, 并证明;

(3)拓展延伸: 在直线 MN 绕点 A 旋转的过程中, 当 $\triangle ABD$ 面积取得最大值时, 若 CD 长为1, 请直接写 BD 的长.

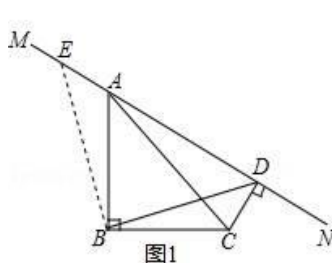


图1

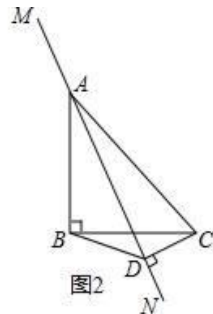


图2

28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 P 和图形 G , 给出如下定义: 若图形 G 上存在点 T , 使点 P 绕点 T 顺时针旋转 60° 后得到点 Q , 称点 Q 为点 P 关于图形 G 的“旋转点”. 特别地, 若点 T 与点 P 重合, 则点 P 也是点 P 关于图形 G 的“旋转点”.

如图1, 点 $P(0, 2)$.

(1)在点 $A(\sqrt{3}, 1)$, $B(3, 0)$, $C(0, 2)$ 中, 是点 P 关于 y 轴的“旋转点”的是_____;

(2)若 $\odot O$ 上存在点 P 关于 y 轴的“旋转点”, 求 $\odot O$ 的半径 r 的取值范围.

(3)如图2, $\odot O$ 的半径为2时, 已知点 $D(t, 0)$ $E(t+1, 0)$, 以线段 DE 为边在 x 轴上方作正方形 $DEFG$. 若正方形 $DEFG$ 上存在点 P 关于 $\odot O$ 的“旋转点”, 直接写出符合题意的 t 的取值范围.

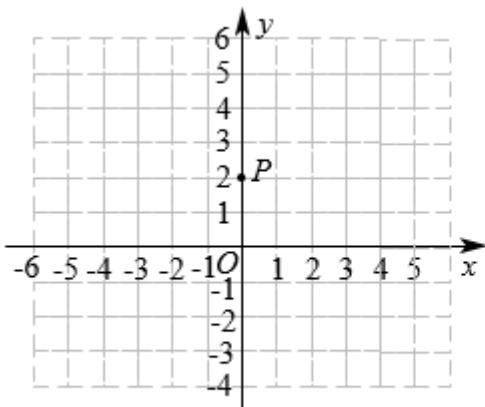


图1

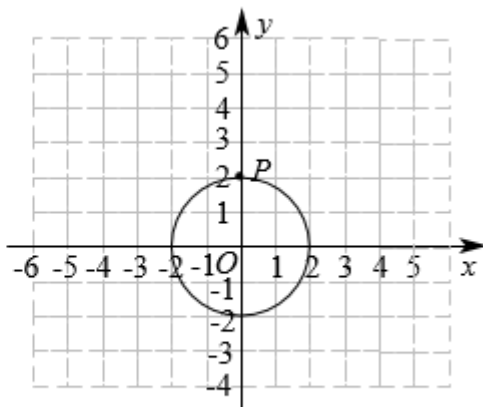


图2