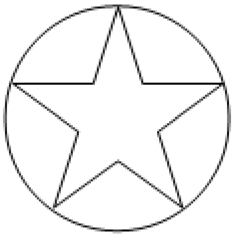
2022北京民大附中初二（上）期中

数　　学

一、选择题（本大题共30分，每小题3分）

1．图中的图形为轴对称图形，该图形的对称轴的条数为（　　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．5

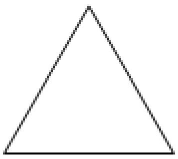
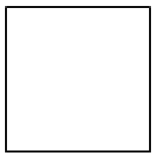
2．点M（1，2）关于y轴对称点的坐标为（　　）

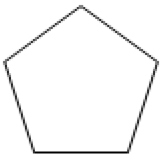
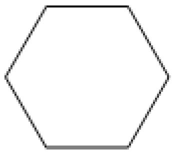
A．（﹣1，2）　　B．（﹣1，﹣2）　　C．（1，﹣2）　　D．（2，﹣1）

3．以厘米为单位，下列各组数中，以它们为边能构成三角形的是（　　）

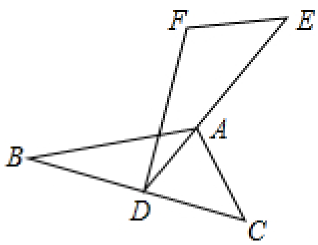
A．3，5，8　　B．8，8，18　　C．$\sqrt{2}$，1，$\sqrt{3}$　　D．3，40，8

4．下列多边形中，内角和与外角和相等的是（　　）

A．　　B．

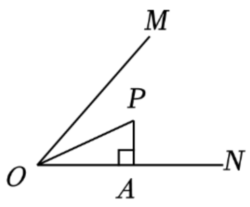
C．　　D．

5．如图，△ABC≌△FDE，∠C＝40°，∠F＝110°，则∠B等于（　　）



A．20°　　B．30°　　C．40°　　D．150°

6．如图，OP平分∠MON，PA⊥ON于点A，点Q是射线OM上的一个动点．若PA＝4．则PQ的最小值为（　　）



A．1　　　　　　B．2　　　　　　C．3　　　　　　D．4

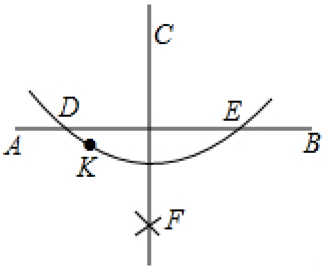
7．如图，经过直线 AB 外一点 C 作这条直线的垂线，作法如下：

（1）任意取一点 K，使点 K 和点 C 在 AB 的两旁．

（2）以点 C 为圆心，CK 长为半径作弧，交 AB 于点 D 和 E．

（3）分别以点 D 和点 E 为圆心，大于$\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 F．

（4）作直线 CF．则直线 CF 就是所求作的垂线．根据以上尺规作图过程，若将这些点作为三角形的顶点，其中不一定是等腰三角形的为（　　）

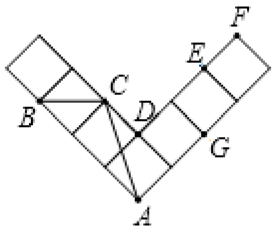


A．$\triangle CDF$　　　　B．$\triangle CDK$　　　　C．$\triangle CDE$　　　　D．$\triangle DEF$

8．若三角形三个内角的度数之比为 1：2：3，则这个三角形是（　　）

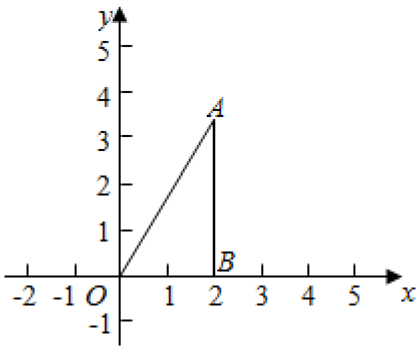
A．锐角三角形　　　　B．直角三角形　　　　C．钝角三角形　　　　D．等边三角形

9．如图，由若干个正方形拼成的图形，其中与$\triangle ABC$ 全等的三角形是（　　）



A．$\triangle AEG$　　　　B．$\triangle ADF$　　　　C．$\triangle CEG$　　　　D．$\triangle FDG$

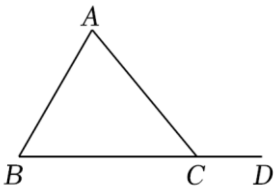
10．如图，平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在第一象限，B（2，0），$\angle AOB=60°$，$\angle ABO=90°$．在 x 轴上取一点 P（m，0），过点 P 作直线 l 垂直于直线 OA，将 OB 关于直线 l 的对称图形记为 $O'B'$，当 $O'B'$ 和过 A 点且平行于 x 轴的直线有交点时，m 的取值范围为（　　）



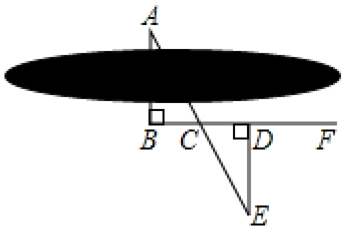
A．$m\geqslant4$　　　　B．$m\leqslant6$　　　　C．$4<m<6$　　　　D．$4\leqslant m\leqslant6$

二、填空题（本大题共 30 分，每小题 3 分）

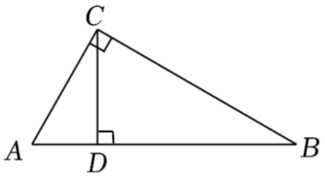
11．如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle A=70°$，$\angle ACD$ 是$\triangle ABC$ 的外角．若$\angle ACD=130°$，则$\angle B=$______°．



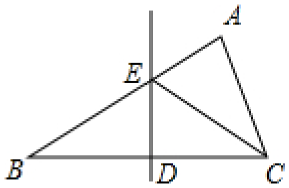
12．如图，要测量池塘两岸相对的两点 A，B 的距离，可以在池塘外取 AB 的垂线 BF 上的两点 C，D，使 $BC=CD$，再画出 BF 的垂线 DE，使 E 与 A，C 在一条直线上．若想知道两点 A，B 的距离，只需要测量出线段______即可．



13．如图，在△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$，CD 是高．若 $AD=2$，则 $BD=$______．



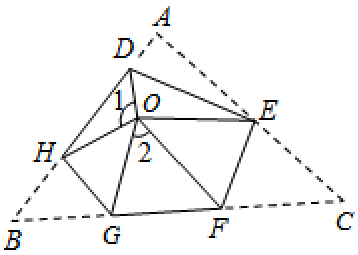
14．如图，△ABC 中，$BC=10$，边 BC 的垂直平分线分别交 AB、BC 于点 E、D，$BE=6$．则△BCE 的周长是______．



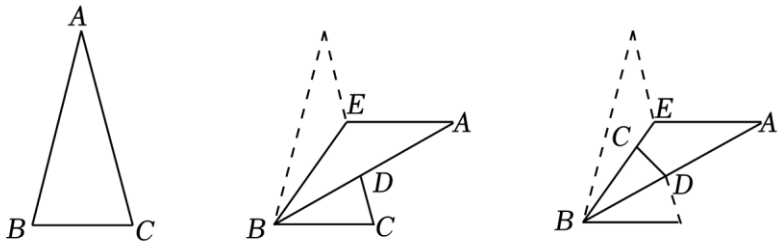
15．在平面直角坐标系中，若一个图形上所有点的纵坐标不变，横坐标乘以－1，则所得的新图形图形与原图形关于______对称．

16．如果等腰三角形的两边长分别为 3 和 6，那么它的周长为______．

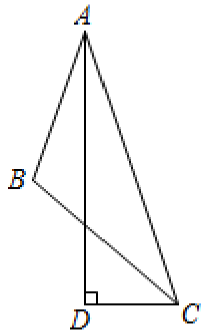
17．如图，将△ABC 沿 DE、HG、EF 翻折，三个顶点均落在点 O 处，若 $\angle 1=129^\circ$，则 $\angle 2$ 的度数为______．



18．如图，△ABC 中 $\angle A=32^\circ$，E 是 AC 边上的点，先将△ABE 沿着 BE 翻折，翻折后△ABE 的 AB 边交 EC 于点 D，又将△BCD 沿着 BD 翻折，C 点恰好落在 BE 上，则 $\angle EBD$______$\angle DBC$（填“＝”或“＜”或“＞”)，若此时 $\angle CDB=82^\circ$，则 $\angle C=$______度．



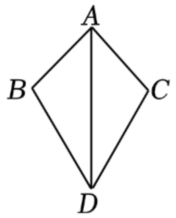
19．如图，$\triangle ABC$中，AD平分$\angle BAC$，$CD\perp AD$，若$\angle ABC$与$\angle ACD$互补，$CD=5$，则BC的长为______．



20．在平面直角坐标系xOy中，已知A（2，﹣1），在x轴上确定点P，使$\triangle AOP$为等腰三角形，符合条件的点P有 _____个．

三、解答题（本大题共40分，23、26每题4分，27每题8分，其它每小题6分）

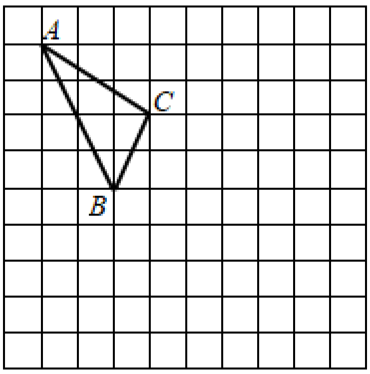
21．（6分）已知：如图，$AB=AC$，AD平分$\angle BAC$．求证：$\angle B=\angle C$．



22．（6分）如图所示的正方形网格中，每个小正方形的边长都为1，$\triangle ABC$的顶点都在网格线的交点上，点B关于y轴的对称点的坐标为（2，0），点C关于x轴的对称点的坐标为（﹣1，﹣2）．

（1）根据上述条件，在网格中建立平面直角坐标系xOy；

（2）画出$\triangle ABC$关于y轴的对称图形$\triangle A_1B_1C_1$．



23．（4分）《淮南子•天文调》中记载了一种确定东西方向的方法，大意是：日出时，在地面上点A处立一根杆，在地面上沿着杆的影子的方向取一点B，使B，A两点间的距离为10步（步是古代的一种长度单位），在点B处立一根杆：日落时，在地面上沿着点B处的杆的影子的方向取一点C，使C，B两点间的距离为10步，在点C处立一根杆，取CA的中点D，那么直线DB表示的方向为东西方向．

（1）上述方法中，杆在地面上的影子所在直线及点 A，B，C 的位置如图所示．尺规作图，在图中作 CA 的中点 D（保留作图痕迹）；

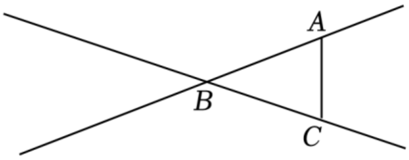
（2）在如图中，确定了直线 DB 表示的方向为东西方向，根据南北方向与东西方向互相垂直，可以判断直线 CA 表示的方向为南北方向，完成如下证明．

证明：∵在△ABC 中，BA＝______，且 D 是 CA 的中点．

∴________．（等腰三角形三线合一）

∵直线 DB 表示的方向为东西方向，

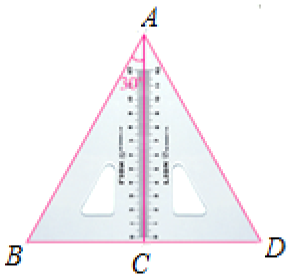
∴直线 CA 表示的方向为南北方向．

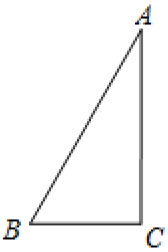


24．（6 分）如图所示，将两个含 30° 角的三角尺摆放在一起，可以证得△ABD 是等边三角形，于是我们得到：在直角三角形中，如果一个锐角等于 30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半．

交换命题的条件和结论，得到下面的命题：

在直角△ABC 中，$\angle ACB=90°$，如果 $CB=\dfrac{1}{2}AB$，那么 $\angle BAC=30°$．请判断此命题的真假，若为真命题，请给出证明；若为假命题，请说明理由．

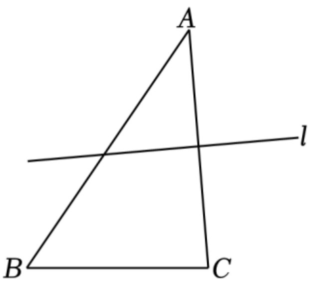




25．（6 分）在△ABC 中，$AB>BC$，直线 l 垂直平分 AC．作∠ABC 的平分线交直线 l 于点 D，连接 AD，CD．

（1）尺规作图补全图形；

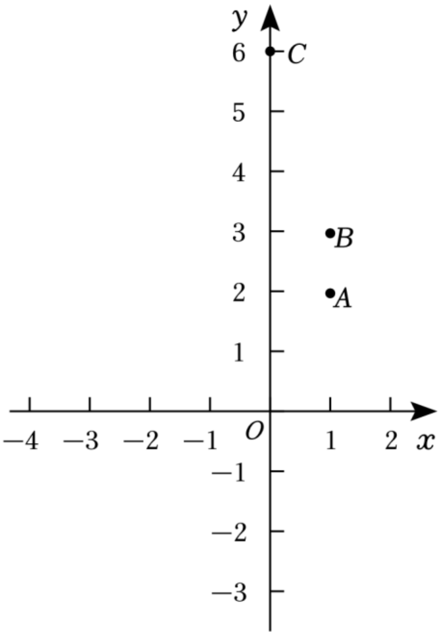
（2）判断∠BAD 和∠BCD 的数量关系，并证明．



26．（4 分）已知：三点 A（1，2）、B（1，3）、C（0，6），点 P 为 y 轴上一动点．

（1）在图中找到点 P，使得△OAP 与△CBP 周长的和取得最小值，此时点 P 的坐标应为__________；

（2）当∠APB＝40° 时，∠OAP+∠PBC 的度数为________．



27.（8 分）对于△ABC 及其边上的点 P，给出如下定义：如果点 M_1，M_2，M_3，……，M_n 都在△ABC 的边上，且 $PM_1=PM_2=PM_3=\cdots\cdots=PM_n$，那么称点 M_1，M_2，M_3，……，M_n 为△ABC 关于点 P 的等距点，线段 PM_1，PM_2，PM_3，……，PM_n 为△ABC 关于点 P 的等距线段.

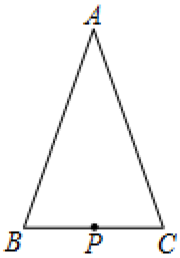


图1

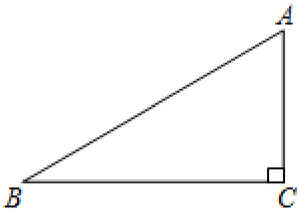


图2

（1）如图 1，△ABC 中，∠A<90°，$AB=AC$，点 P 是 BC 的中点.

①点 B，C_____△ABC 关于点 P 的等距点，线段 PA，PB_____△ABC 关于点 P 的等距线段；（填“是”或“不是”）

②△ABC 关于点 P 的两个等距点 M_1，M_2 分别在边 AB，AC 上，当相应的等距线段最短时，在图 1 中画出线段 PM_1，PM_2；

（2）△ABC 是边长为 4 的等边三角形，点 P 在 BC 上，点 C，D 是△ABC 关于点 P 的等距点，且 $PC=1$，求线段 DC 的长；

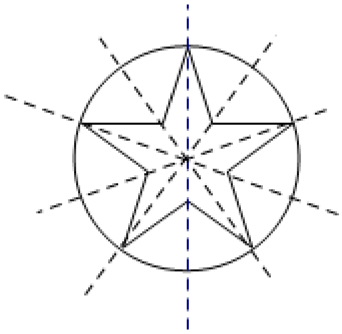
（3）如图 2，在 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，∠$B=30°$．点 P 在 BC 上，△ABC 关于点 P 的等距点恰好有四个，且其中一个是点 C．若 $BC=a$，直接写出 PC 长的取值范围.（用含 a 的式子表示）

参考答案

一、选择题（本大题共 30 分，每小题 3 分）

1．【分析】一个图形沿一条直线对折，直线两旁的部分能够完全重合，这个图形就是轴对称图形，这条直线就是这个图形的一条对称轴，由此即可解决问题．

【解答】解：如图所示，该图形有 5 条对称轴，



故选：D．

【点评】此题考查了利用轴对称图形的定义判断轴对称图形的对称轴条数和位置的灵活应用．

2．【分析】根据关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数解答．

【解答】解：点 M（1，2）关于 y 轴对称点的坐标为（﹣1，2）．

故选：A．

【点评】本题考查了关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：

（1）关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；

（2）关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；

（3）关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．

3．【分析】根据在三角形中任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边．即可求解．

【解答】解：A、$3+5=8$，不能构成三角形，故此选项不合题意；

B、$8+8<18$，不能构成三角形，故此选项不合题意；

C、$\sqrt{2}+1>\sqrt{3}$，能构成三角形，故此选项符合题意；

D、$3+8<40$，不能构成三角形，故此选项不合题意．

故选：C．

【点评】本题考查了能够组成三角形三边的条件，其实用两条较短的线段相加，如果大于最长的那条就能够组成三角形．

4．【分析】根据多边形的内角和公式 $(n-2)\cdot180°$ 与多边形的外角和定理列式进行计算即可得解．

【解答】解：设所求多边形的边数为 n，根据题意得：

$(n-2)\cdot180°=360°$，

解得 $n=4$．

故选：B．

【点评】本题考查了多边形的内角和公式与外角和定理，熟记公式与定理是解题的关键．

5.【分析】根据全等三角形对应角相等可得$\angle BAC=\angle F$，然后根据三角形的内角和等于 180°列式进行计算即可求解.

【解答】解：$\because \triangle ABC\cong\triangle FDE$，

$\therefore \angle BAC=\angle F$，

$\because \angle F=110°$，

$\therefore \angle BAC=110°$，

又$\because \angle C=40°$，

$\therefore \angle B=180°-110°-40°=30°$.

故选：B.

【点评】本题主要考查了全等三角形对应角相等的性质，三角形的内角和定理，准确确定对应角并求出$\angle BAC$的度数是解题的关键.

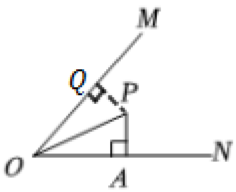
6.【分析】根据垂线段最短得出当 $PQ\perp OM$ 时，PQ 的值最小，根据角平分线性质得出 $PQ=PA$，求出即可.

【解答】解：当$PQ\perp OM$时，PQ的值最小，

$\because OP$平分$\angle MON$，$PA\perp ON$，$PA=4$，

$\therefore PQ=PA=4$.

故选：D.



【点评】本题考查了角平分线性质，垂线段最短的应用，做出垂线段从而应用角平分线的性质是解此题的关键.

7.【分析】依据尺规作图，即可得到$CD=CK$，$CD=CE$，$DF=EF$，进而得出$\triangle CDK$，$\triangle CDE$，$\triangle DEF$都是等腰三角形.

【解答】解：由作图可得，CD，DF，CF不一定相等，故$\triangle CDF$不一定是等腰三角形；

而$CD=CK$，$CD=CE$，$DF=EF$，故$\triangle CDK$，$\triangle CDE$，$\triangle DEF$都是等腰三角形；

故选：A.

【点评】本题主要考查了等腰三角形的判定，如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等.

8.【分析】已知三角形三个内角的度数之比，可以设一份为$k°$，根据三角形的内角和等于180°列方程求三个内角的度数，确定三角形的类型.

【解答】解：设一份为$k°$，则三个内角的度数分别为$k°$，$2k°$，$3k°$，

根据三角形内角和定理，可知$k°+2k°+3k°=180°$，

得$k°=30°$，

那么三角形三个内角的度数分别是30°，60°和90°.

故选：B．

【点评】此类题利用三角形内角和定理列方程求解可简化计算．

9．【分析】利用勾股定理分别计算出所以三角形的边长，然后根据“SSS”对各选项进行判断．

【解答】解：在$\triangle ABC$中，$BC=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AB=3$，

在$\triangle AEG$中，$EG=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$AG=2$，$AE=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

在$\triangle ADF$中，$AD=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$DF=3$，$AF=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$，

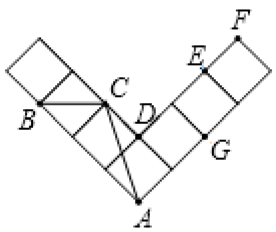
在$\triangle CEG$中，$EG=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$CG=CE=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

在$\triangle FDG$中，$DG=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$FG=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$DF=3$，

所以$BC=DG$，$AC=FG$，$AB=DF$，

所以$\triangle ABC\cong\triangle FDG$（$SSS$）．

故选：D．



【点评】本题考查了正方形的性质：正方形的四条边都相等，四个角都是直角；正方形的两条对角线相等，互相垂直平分，并且每条对角线平分一组对角；两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形．也考查了全等三角形的判定与性质．

10．【分析】根据题意可以作出合适的辅助线，然后根据题意，利用分类讨论的方法可以计算出 m 的两个极值，从而可以得到m的取值范围．

【解答】解：如图所示，

当直线l垂直平分OA时，$O'B'$ 和过A点且平行于x轴的直线有交点，

∵点A在第一象限，B（2，0），$\angle AOB=60°$，$\angle ABO=90°$，

∴$\angle BAO=30°$，$OB=2$，

∴$OA=4$，

∵直线l垂直平分OA，点P（m，0）是直线l与x轴的交点，

∴$OP=4$，

∴当$m=4$；

作$BB''\parallel OA$，交过点A且平行于x轴的直线与B''，

当直线l垂直平分BB''和过A点且平行于x轴的直线有交点，

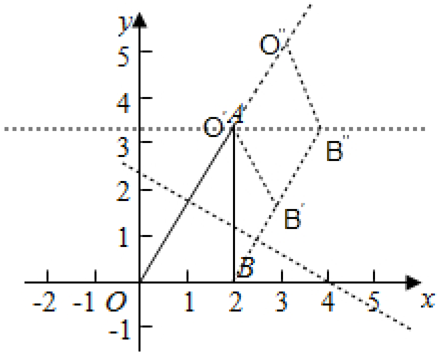
∵四边形$OBB''O'$是平行四边形，

∴此时点P与x轴交点坐标为（6，0），

由图可知，当OB关于直线l的对称图形为$O'B'$ 到$O''B''$的过程中，点P符合题目中的要求，

∴m的取值范围是$4\leqslant m\leqslant 6$，

故选：D.



【点评】本题考查坐标与图形的变化﹣对称，解答本题的关键是明确题意，作出合适的辅助线，利用数形结合的思想解答.

二、填空题（本大题共 30 分，每小题 3 分）

11.【分析】直接利用三角形的外角性质进行求解即可.

【解答】解：∵$\angle A=70°$，$\angle ACD$ 是$\triangle ABC$ 的外角，$\angle ACD=130°$，

∴$\angle B=\angle ACD=\angle A=60°$.

故答案为：60.

【点评】本题主要考查三角形的外角性质，解答的关键是熟记三角形的外角性质：三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角之和.

12.【分析】根据全等三角形的判定进行判断，注意看题目中提供了哪些证明全等的要素，要根据已知选择判断方法.

【解答】解：利用 $CD=BC$，$\angle ABC=\angle EDC$，$\angle ACB=\angle ECD$，即两角及这两角的夹边对应相等即 ASA 这一方法，可以证明$\triangle ABC\cong\triangle EDC$，

故想知道两点 A，B 的距离，只需要测量出线段 DE 即可.

故答案为：DE.

【点评】此题考查了三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL，做题时注意选择.

注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

13.【分析】求出$\angle A$，求出$\angle ACD$，根据含 30 度角的直角三角形性质求出 $AC=2AD$，$AB=2AC$，求出 AB 即可.

【解答】解：∵CD 是高，$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ADC=90°=\angle ACB$，

∵$\angle B=30°$，

∴$\angle A=90°-\angle B=60°$，

∴$\angle ACD=90°-\angle A=30°$，

∵$AD=2$，

∴$AC=2AD=4$，

$\therefore AB=2AC=8$，

$\therefore BD=AB-AD=8-2=6$，

故答案为：6．

【点评】本题主要考查的是含30度角的直角三角形性质和三角形内角和定理的应用，关键是求出$AC=2AD$，$AB=2AC$．

14．【分析】由已知条件，根据线段垂直平分线的性质得到线段相等，由△BCE的周长$=EC+BE+BC$得到答案．

【解答】解：因为边BC的垂直平分线分别交AB、BC于点E、D，所以$EC=BE=6$．

又因为$BC=10$，所以

△BCE的周长是$EC+BE+BC=6+6+10=22$．

故填22．

【点评】本题考查了线段垂直平分线的性质；由于已知三角形的两条边长，根据垂直平分线的性质，求出另一条的长，相加即可．

15．【分析】首先熟悉：平面直角坐标系中任意一点P（x，y），关于x轴的对称点的坐标是（x，$-y$）；关于y轴的对称点的坐标是（$-x$，y）．横坐标都乘以-1，即是横坐标变成相反数，则实际是得出了这个图形关于y轴的对称图形．

【解答】解：根据轴对称的性质，得纵坐标不变，横坐标都乘以-1，即是横坐标变成相反数，

则实际是所得图形与原图形关于y轴的对称图形．

故答案为：y轴．

【点评】此题考查了关于y轴对称点的坐标，掌握平面直角坐标系中两个关于坐标轴成轴对称的点的坐标特点是解题关键．

16．【分析】求等腰三角形的周长，即是确定等腰三角形的腰与底的长求周长；题目给出等腰三角形有两条边长为3和6，而没有明确腰、底分别是多少，所以要进行讨论，还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形．

【解答】解：当等腰三角形的腰为3时，三边为3，3，6，$3+3=6$，三边关系不成立，

当等腰三角形的腰为6时，三边为3，6，6，三边关系成立，周长为$3+6+6=15$．

故答案为：15．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；题目从边的方面考查三角形，涉及分类讨论的思想方法．求三角形的周长，不能盲目地将三边长相加起来，而应养成检验三边长能否组成三角形的好习惯，把不符合题意的舍去．

17．【分析】根据翻折的性质可知，$\angle DOE=\angle A$，$\angle HOG=\angle B$，$\angle EOF=\angle C$，又$\angle A+\angle B+\angle C=180°$，可知$\angle 1+\angle 2=180°$，又$\angle 1=129°$，继而即可求出答案．

【解答】解：根据翻折的性质可知，$\angle DOE=\angle A$，$\angle HOG=\angle B$，$\angle EOF=\angle C$，

又$\because \angle A+\angle B+\angle C=180°$，

$\therefore \angle DOE+\angle HOG+\angle EOF=180°$，

∴∠1+∠2=180°，

又∵∠1=129°，

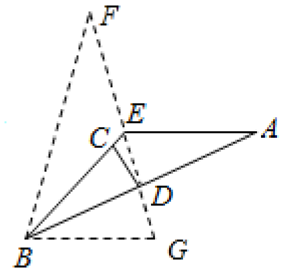
∴∠2=51°．

故答案为：51°．

【点评】本题考查翻折变换的知识，解答此题的关键是三角形折叠以后的图形和原图形全等，对应的角相等，同时注意三角形内角和定理的灵活运用．

18．【分析】由折叠的性质得∠*GDB*=∠*CDB*=82°，∠*FBE*=∠*ABE*=∠*ABG*，再由三角形外角性质得∠*DBF*=∠*GDB*﹣∠*F*=50°，则∠*FBE*=∠*ABE*=25°，从而可求得∠*FBG* 的度数，再利用三角形的内角和即可求∠*C*．

【解答】解：如图，



由折叠的性质得：∠*GDB*=∠*CDB*=82°，∠*FBE*=∠*ABE*=∠*ABG*，

∵∠*GDB* 是△*BDF* 的外角，

∴∠*DBF*=∠*GDB*﹣∠*F*=82°﹣32°=50°，

∴∠*FBE*=∠*ABE*=25°，

∴∠*FBG*=3×25°=75°，

∴∠*G*=180°﹣∠*F*﹣∠*FBG*=73°，

即原三角形中的∠*C* 为 73°．

故答案为：=，73．

【点评】此题考查了图形的翻折变换的性质以及三角形内角和定理等知识，由翻折变换的性质得出∠*FBE*=∠*ABE*=∠*ABG* 是解答此题的关键．

19．【分析】延长 *AB*、*CD* 交于点 *E*，证明△*ADE*≌△*ADC*（*ASA*），得出 *ED*=*CD*=5，∠*E*=∠*ACD*，证出∠*E*=∠*ACD*=∠*CBE*，得出 *BC*=*CE*=2*CD*=10 即可．

【解答】解：延长 *AB*、*CD* 交于点 *E*，如图：

∵*AD* 平分∠*BAC*，*CD*⊥*AD*，

∴∠*EAD*=∠*CAD*，∠*ADE*=∠*ADC*=90°，

在△*ADE* 和△*ADC* 中，$\begin{cases}\angle EAD=\angle CAD\\ AD=AD\\ \angle ADE=\angle ADC\end{cases}$，

∴△*ADE*≌△*ADC*（*ASA*），

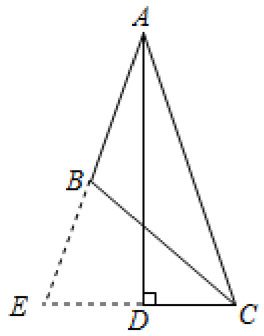
∴*ED*=*CD*=5，∠*E*=∠*ACD*，

∵ $\angle ABC$ 与 $\angle ACD$ 互补，$\angle ABC$ 与 $\angle CBE$ 互补，

∴ $\angle E=\angle ACD=\angle CBE$，

∴ $BC=CE=2CD=10$，

故答案为：10．



【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定等知识；证明三角形全等是解题的关键．

20．【分析】分三种情况：当 $AO=AP$ 时，当 $OA=OP$ 时，当 $PA=PO$ 时，进行讨论即可解答．

【解答】解：如图：

分三种情况：

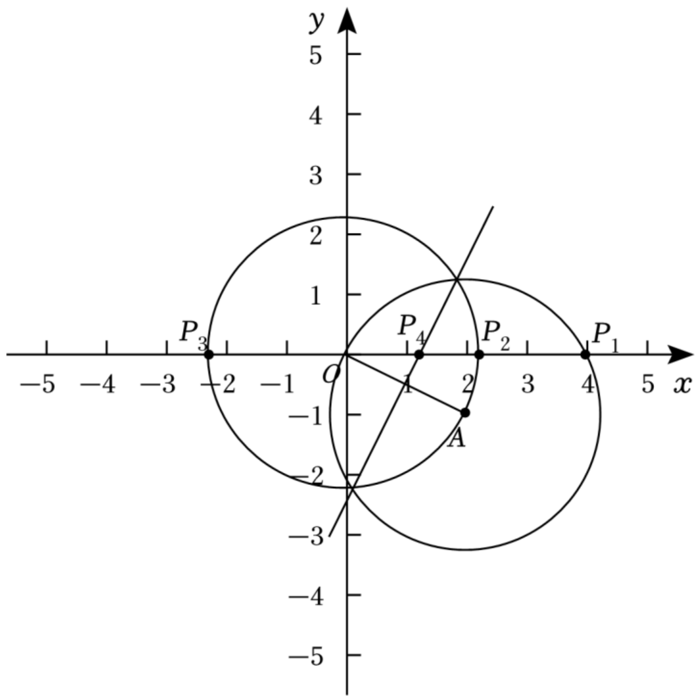
当 $AO=AP$ 时，以点 A 为圆心，以 AO 长为半径作圆，交 x 轴于点 P_1，

当 $OA=OP$ 时，以点 O 为圆心，以 AO 长为半径作圆，交 x 轴于点 P_2，P_3，

当 $PA=PO$ 时，作 OA 的垂直平分线，交 x 轴于点 P_4，

综上所述，符合条件的点 P 有 4 个，

故答案为：4．



【点评】本题考查了等腰三角形的判定，坐标与图形的性质，分三种情况讨论是解题的关键．

三、解答题（本大题共 40 分，23、26 每题 4 分，27 每题 8 分，其它每小题 6 分）

21.【分析】由角平分线的定义得出$\angle BAD=\angle CAD$，再根据 SAS 证明$\triangle ABD\cong\triangle ACD$ 即可得出结论．

【解答】证明：$\because AD$ 平分$\angle BAC$，

$\therefore\angle BAD=\angle CAD$，

在$\triangle ABD$ 与$\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAD,\\ AD=AD\end{cases}$$

$\therefore\triangle ABD\cong\triangle ACD$（$SAS$），

$\therefore\angle B=\angle C$．

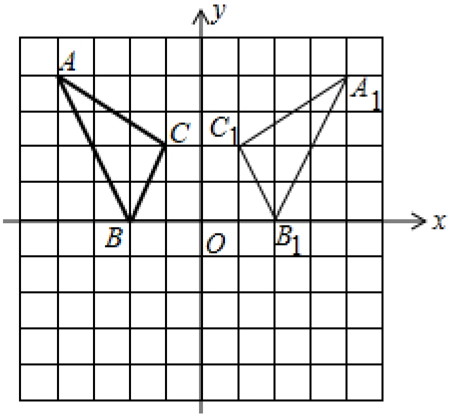
【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键．

22.【分析】（1）根据条件确定平面直角坐标系即可．

（2）分别作出 A，B，C 的对应点 A_1，B_1，C_1 即可．

【解答】解：（1）如图，平面直角坐标系即为所求作．

（2）如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求作．

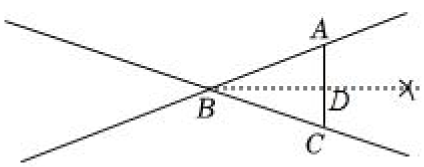


【点评】本题考查作图－轴对称变换，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

23.【分析】（1）根据题意作 AC 的垂直平分线即可；

（2）根据等腰三角形三线合一即可完成证明．

【解答】（1）解：如图，点 D 即为所求；



（2）证明：在$\triangle ABC$ 中，$BA=BC$，且 D 是 CA 的中点．

$\therefore BD\perp AC$（等腰三角形三线合一），

$\because$直线 DB 表示的方向为东西方向，

$\therefore$直线 CA 表示的方向为南北方向．

故答案为：BC，$BD\perp AC$．

【点评】本题考查了作图－应用与设计作图，线段垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，平行投影，

解决本题的关键是掌握线段垂直平分线的作法．

24．【分析】延长 BC 至点 D，使 $CD=BC$，连接 AD，证明△ABD 是等边三角形，得到∠$BAD=60°$，根据等腰三角形的三线合一证明即可．

【解答】解：此命题是真命题，

理由如下：延长 BC 至点 D，使 $CD=BC$，连接 AD，

∵∠$ACB=90°$，$CD=BC$，

∴AC 是线段 BD 的垂直平分线，

∴$AB=AD$，

∵$CB=\frac{1}{2}AB$，

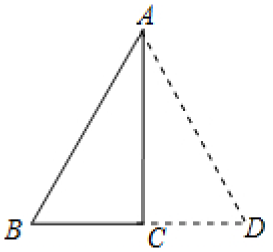
∴$BD=AB$，

∴△ABD 是等边三角形，

∴∠$BAD=60°$，

∵$AC\perp BD$，

∴∠$BAC=\frac{1}{2}$∠$BAD=30°$．



【点评】本题考查的是命题的证明，掌握等边三角形的性质、正确作出辅助性是解题的关键．

25．【分析】（1）由题意画出图形；

（2）过点 D 作 $DE\perp AB$ 于 E，作 $DF\perp BC$ 交 BC 的延长线于 F，由角平分线的性质可得 $DE=DF$，由线段垂直平分线的性质可得 $DA=DC$，由“HL”可证 Rt△ADE≌Rt△CDF，可得∠BAD=∠FCD．可得结论；

【解答】解：（1）补全图形；

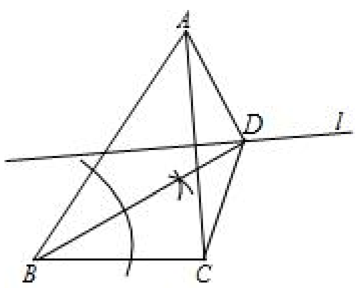


图 1

（2）结论：∠BAD+∠$BCD=180°$，

理由：过点 D 作 $DE\perp AB$ 于 E，作 $DF\perp BC$ 交 BC 的延长线于 F，

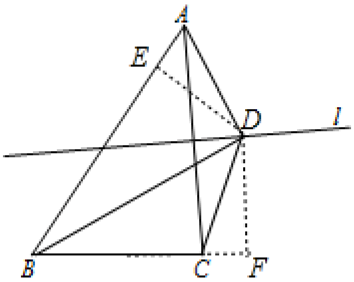


图 1

则∠AED＝∠CFD＝90°．

∵BD 平分∠ABC，

∴DE＝DF．

∵直线 l 垂直平分 AC，

∴DA＝DC，

在 Rt△ADE 和 Rt△CDF 中，

$$\begin{cases}DA=DC\\DE=DF\end{cases}$$

∴Rt△ADE≌Rt△CDF（HL）．

∴∠BAD＝∠FCD．

∵∠FCD+∠BCD＝180°，

∴∠BAD+∠BCD＝180°．

【点评】本题考查了作图﹣基本作图，全等三角形的判定和性质，角平分线的性质，线段垂直平分线的性质，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解本题的关键．

26．【分析】(1）首先由题意可得当 $AP+BP$ 最小时，△OAP 与△CBP 周长的和取得最小值，然后过点 A 作关于 y 轴的对称点 A'，连接 $A'B$，则 $A'B$ 与 y 轴的交点即为所求的点 P，再设直线 $A'B$ 的解析式为：$y=kx+b$，利用待定系数法即可求得其解析式，继而求得点 P 的坐标（也可以利用中点坐标公式可得点 P 的坐标）；

（2）如图 2，作辅助线，构建等腰直角△$A'BO$ 和全等三角形，证明△$A'AB$≌△OEA（SAS）和△$OA'B$ 是等腰直角三角形，再利用三角形和四边形的内角和定理可得结论．

【解答】解：(1）如图 1，∵A（1，2）、B（1，3）、C（0，6），

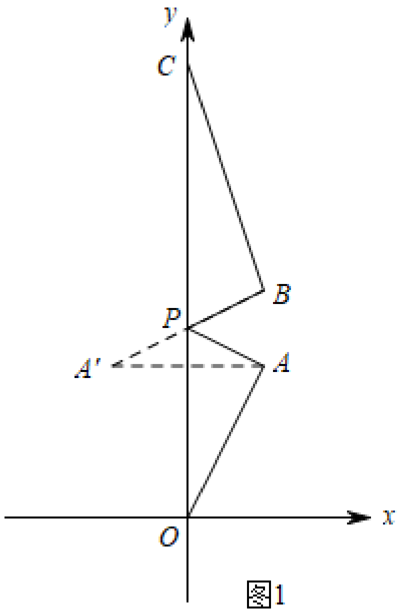


图1

∴OA，BC是定长，

∴当点P在线段OC上时，△OAP与△CBP周长的和取得最小值，

∵$OP+PC=OC=6$，

∵△OAP与△CBP周长的和为：$OA+AP+OP+PC+BC+BP=OA+BC+OC+AP+BP$，

∴当$AP+BP$最小时，△OAP与△CBP周长的和取得最小值，

过点A作关于y轴的对称点A'，连接$A'B$，则$A'B$与y轴的交点即为所求的点P，

∴A'（－1，2），

解法一：设直线$A'B$的解析式为：$y=kx+b$，

∴$\begin{cases}-k+b=2\\k+b=3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=\frac{1}{2}\\b=\frac{5}{2}\end{cases}$，

∴直线$A'B$的解析式为：$y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$，

当$x=0$时，$y=2\times0+\frac{5}{2}=\frac{5}{2}$，

∴当△OAP与△CBP周长的和取得最小值时，点P的坐标为：$(0,\frac{5}{2})$；

解法二：P是AB的中点，

∴$P(\frac{1-1}{2},\frac{2+3}{2})$，即$P(0,\frac{5}{2})$；

故答案为：$(0,\frac{5}{2})$；

（2）如图2，过点B作$BD\perp OC$于D，

∵$CD=OD=3$，

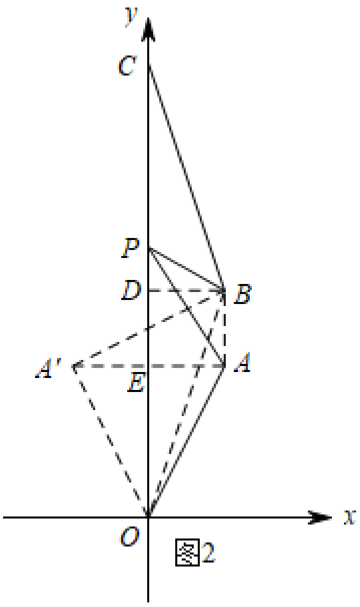


图2

∴$BC=OB$，

∴$\angle BCO=\angle BOC$，

过点 A 作关于 y 轴的对称点 A'，连接 $A'B$，OA'，OB，AB，

∴$OA=OA'$，

∴$\angle OAE=\angle OA'E$，

∵$AB=AE=1$，$AA'=OE=2$，$\angle BAA'=\angle AEO=90°$，

∴$\triangle A'AB\cong\triangle OEA$（SAS），

∴$\angle BA'A=\angle AOE$，$A'B=OA=OA'$，

∵$\angle AOE+\angle OAE=90°$，

∴$\angle OA'E+\angle AA'B=90°$，

∵$A'B=OA=OA'$，

∴$\triangle OA'B$ 是等腰直角三角形，

∴$\angle BOA'=45°$，

∴$\angle BOD+\angle A'OE=\angle BCD+\angle AOE=45°$，

∵$\angle APB=40°$，

∴$\angle ABP+\angle BAP=140°$，

∴$\angle OAP+\angle PBC=360°-140°-45°=175°$，

故答案为：175°．

【点评】此题考查了待定系数求一次函数解析式，图形与坐标的性质，三角形全等的性质和判定，等腰直角三角形的性质和判定，三角形和四边形的内角和定理，轴对称的最短路径问题．此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用．

27.【分析】(1) ①由新定义“$\triangle ABC$ 关于点 P 的等距线段”即可得出答案；

②作 $PM_1\perp AB$ 于 M_1，$PM_2\perp AC$ 于 M_2，由垂线段最短即可得出答案：

（2）以 P 为圆心，PC 长为半径作圆 P，交 AC 于 D，交 BC 于 D'，连接 PD，则 $PD'=PC=PD=1$，得

出 $CD'=PC+PD'=2$；证出△PCD 是等边三角形，得出 $CD=PC=1$ 即可；

（3）分别求出当 $PC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}a$ 时、当 $PC=\frac{1}{3}BC=\frac{1}{3}a$ 时，△ABC 关于点 P 的等距点，即可得出答案．

【解答】解：（1）①∵点 P 是 BC 的中点，

∴$PB=PC$，

∴点 B，C 是△ABC 关于点 P 的等距点；

∵$AB=AC$，

∴$PA\perp BC$，$PA\neq PB$，

∴线段 PA，PB 不是△ABC 关于点 P 的等距线段；

故答案为：是，不是；

②作 $PM_1\perp AB$ 于 M_1，$PM_2\perp AC$ 于 M_2，连接 PA，如图 1﹣1 所示：

∵$AB=AC$，点 P 是 BC 的中点，

∴PA 平分∠BAC，

∴$PM_1=PM_2$；

由垂线段最短可知：PM_1，PM_2 是△ABC 关于点 P 等距线段最短的线段；

（2）如图 1﹣2，以 P 为圆心，PC 长为半径作圆 P，交 AC 于 D，交 BC 于 D'，连接 PD，

则 $PD'=PC=PD=1$，

∴$CD'=PC+PD'=2$；

∵△ABC 是等边三角形，

∴$BC=AC=4$，$\angle C=60°$，

∴△PCD 是等边三角形，

∴$CD=PC=1$；

即线段 DC 的长为 2 或 1；

（3）当 $PC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}a$ 时，

当 P 为 BC 的中点，则 $PB=PC$，

∴B、C 是，△ABC 关于点 P 的等距点，

作 $PE\perp AB$ 于 E，截取 $EF=EB$，连接 PF，如图 2 所示：

则 $PF=PB=\frac{1}{2}a$，

∵$\angle B=30°$，

∴$PE=\frac{1}{2}BP=\frac{1}{4}a$，

∴AB 边上存在 2 个△ABC 关于点 P 的等距点，

∵△ABC 关于点 P 的等距点恰好有四个，且其中一个是点 C．

$\therefore PC<\frac{1}{2}BC$，即 $PC<\frac{a}{2}$；

当 $PC=\frac{1}{3}BC=\frac{1}{3}a$ 时，$PB=\frac{2}{3}a$，$PE=\frac{1}{2}BP=\frac{1}{3}a$，

则△*ABC* 关于点 *P* 的等距点有 2 个在 *BC* 上，有 1 个在 *AB* 上，

∵△*ABC* 关于点 *P* 的等距点恰好有四个，且其中一个是点 *C*.

$\therefore PC>\frac{1}{3}BC$，

$\therefore PC$ 长的取值范围是$\frac{a}{3}<PC<\frac{a}{2}$.

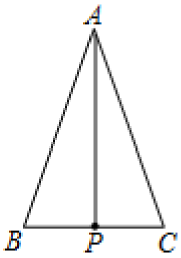


图 1

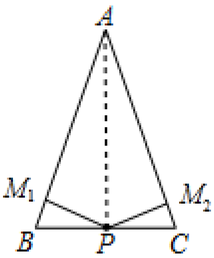


图 1-1

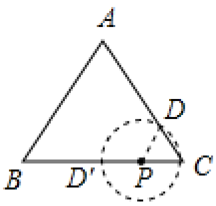


图 1-2

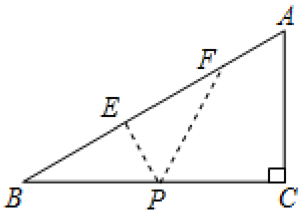


图 2

【点评】本题是三角形综合题目，考查了新定义“△*ABC* 关于点 *P* 的等距线段”，等腰三角形的性质、等边三角形的判定与性质、含 30° 角的直角三角形的性质、圆的性质等知识；熟练掌握等边三角形的判定与性质和直角三角形的性质，理解新定义“△*ABC* 关于点 *P* 的等距线段”是解题的关键.