



数学试卷

2020. 1

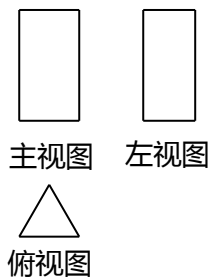
| | |
|------|--|
| 考生须知 | 1. 本试卷共 10 页，五道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 请在试卷上准确填写学校名称、姓名和考试编号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束后，请交回答题卡、试卷和草稿纸。 |
|------|--|

一、选择题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 如图是某个几何体的三视图，该几何体是

- (A) 长方体 (B) 圆锥
(C) 圆柱 (D) 三棱柱



2. 已知 $\angle A$ 是锐角， $\tan A = 1$ ，那么 $\angle A$ 的度数是

- (A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60°

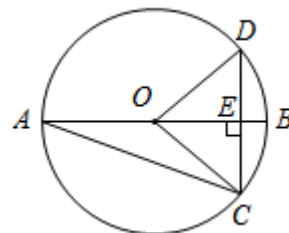
3. 随着国民经济快速发展，我国涌现出一批规模大、效益高的企业，如大疆、国家核电、华为、凤凰光学等，以上四个企业的标志是中心对称图形的是



- (A) (B) (C) (D)

4. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，连接 AC ， OC ， OD ，若 $\angle A = 20^\circ$ ，则 $\angle COD$ 的度数为

- (A) 40° (B) 60° (C) 80° (D) 100°

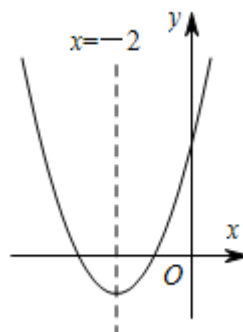


5. 在平面直角坐标系中，点 A ， B 坐标分别为 $(1, 0)$ ， $(3, 2)$ ，连接 AB ，将线段 AB 平移后得到线段 $A'B'$ ，点 A 的对应点 A' 坐标为 $(2, 1)$ ，则点 B' 坐标为

- (A) $(4, 2)$ (B) $(4, 3)$ (C) $(6, 2)$ (D) $(6, 3)$

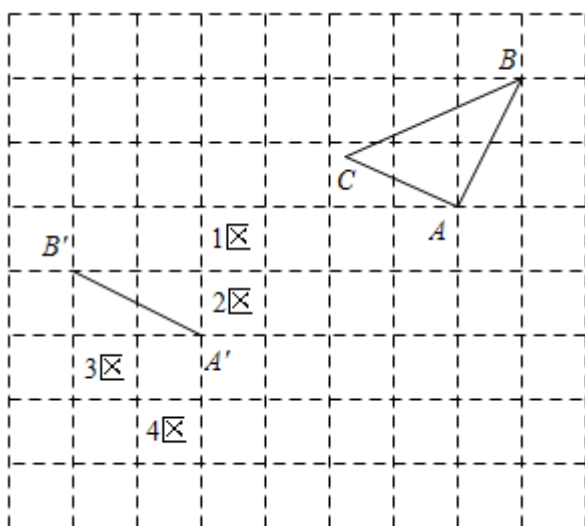
6. 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 若点 $A(0, y_1)$ 和 $B(-3, y_2)$ 在此函数图象上, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是

- (A) $y_1 > y_2$ (B) $y_1 < y_2$ (C) $y_1 = y_2$ (D) 无法确定

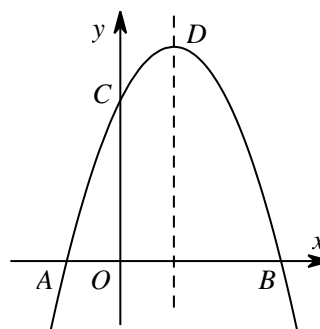


7. 如图所示的网格是正方形网格, 图中 $\triangle ABC$ 绕着一个点旋转, 得到 $\triangle A'B'C'$, 点 C 的对应点 C' 所在的区域在 1 区~4 区中, 则点 C' 所在单位正方形的区域是

- (A) 1 区 (B) 2 区 (C) 3 区 (D) 4 区



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m$ 交 x 轴于点 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$, 交 y 轴于点 C , 抛物线的顶点为 D , 下列四个结论:

- ①点 C 的坐标为 $(0, m)$;
- ②当 $m=0$ 时, $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形;
- ③若 $a=-1$, 则 $b=4$;
- ④抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 1 < x_2$, 且 $x_1 + x_2 > 2$, 则 $y_1 > y_2$.

其中结论正确的序号是

- (A) ①② (B) ①②③ (C) ①②④ (D) ②③④

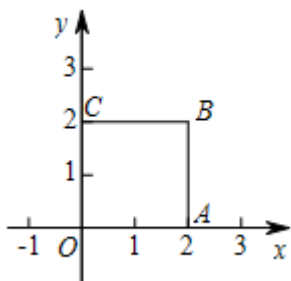




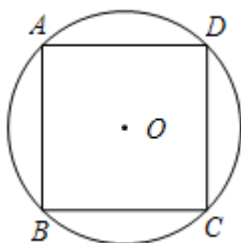
二、填空题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 已知抛物线 $y = x^2 + c$ ，过点 $(0, 2)$ ，则 $c =$ _____.

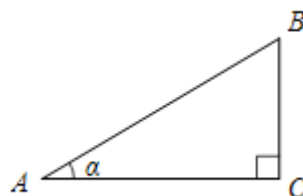
10. 如图，已知正方形 $OABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(2, 0)$ ， $B(2, 2)$ ， $C(0, 2)$ ，若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象与正方形 $OABC$ 的边有交点，请写出一个符合条件的 k 值_____.



第 10 题图



第 11 题图

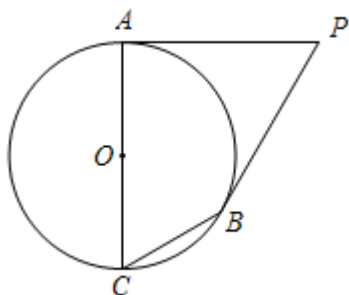


第 12 题图

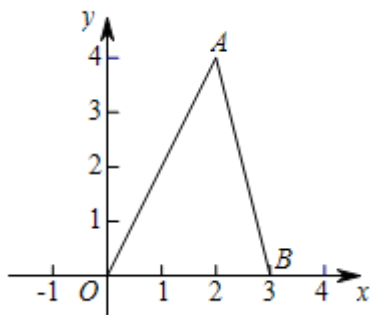
11. 如图，正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\odot O$ 的半径为 6，则 AB 的长为_____.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = \alpha$ ， $AC = 20$ ，请用含 α 的式子表示 BC 的长_____.

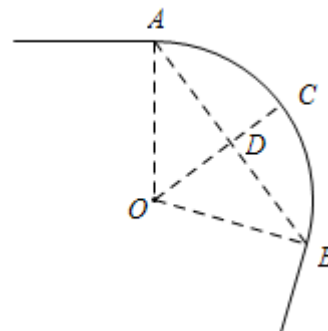
13. 如图， PA ， PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别是点 A 和 B ， AC 是 $\odot O$ 的直径. 若 $\angle P = 60^\circ$ ， $PA = 6$ ，则 BC 的长为_____.



第 13 题图



第 14 题图

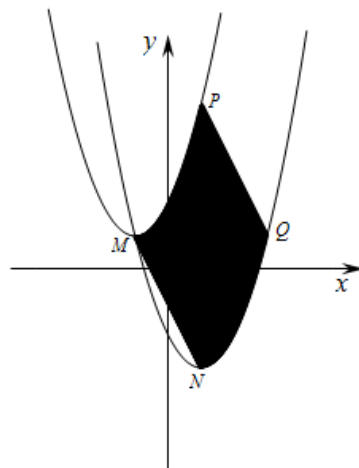


第 15 题图

14. 平面直角坐标系中，点 A ， B 的坐标分别是 $A(2, 4)$ ， $B(3, 0)$ ，在第一象限内以原点 O 为位似中心，把 $\triangle OAB$ 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ ，则点 A 的对应点 A' 的坐标为_____.

15. 如图，一条公路的转弯处是一段圆弧 AB ，点 O 是这段弧所在圆的圆心， $AB = 40$ m，点 C 是 AB 的中点，且 $CD = 10$ m，则这段弯路所在圆的半径为_____m.

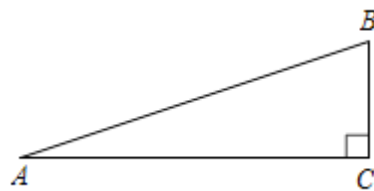
16. 如图，抛物线 $y = x^2 + 2x + 2$ 和抛物线 $y = x^2 - 2x - 2$ 的顶点分别为点 M 和点 N ，线段 MN 经过平移得到线段 PQ ，若点 Q 的横坐标是 3，则点 P 的坐标是_____， MN 平移到 PQ 扫过的阴影部分的面积是_____.



三、解答题（共 6 道小题，每小题 5 分，共 30 分）

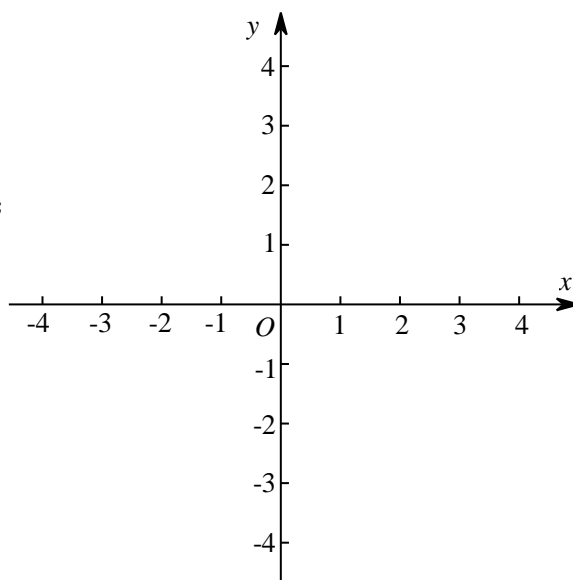
17. 计算： $\sin 30^\circ + 2\cos 60^\circ \times \tan 60^\circ - \sin^2 45^\circ$.

18. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ； $\tan A = \frac{1}{3}$ ， $BC=2$ ，求 AB 的长.



19. 已知二次函数 $y = -x^2 - 2x + 3$.

- (1) 将二次函数化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式；
- (2) 在平面直角坐标系中画出 $y = -x^2 - 2x + 3$ 的图象；
- (3) 结合函数图象，直接写出 $y > 0$ 时 x 的取值范围.



20. 下面是小东设计的“过圆外一点作这个圆的两条切线”的尺规作图过程.

已知： $\odot O$ 及 $\odot O$ 外一点 P .

求作：直线 PA 和直线 PB ，使 PA 切 $\odot O$ 于点 A ， PB 切 $\odot O$ 于点 B .

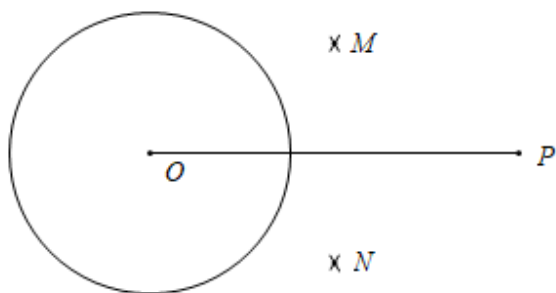
作法：如图，

- ①连接 OP ，分别以点 O 和点 P 为圆心，大于 $\frac{1}{2}OP$ 的同样长为半径作弧，两弧分别交于点 M ， N ；
- ②连接 MN ，交 OP 于点 Q ，再以点 Q 为圆心， OQ 的长为半径作弧，交 $\odot O$ 于点 A 和点 B ；
- ③作直线 PA 和直线 PB .

所以直线 PA 和 PB 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）





(2) 完成下面的证明。

证明：∵ OP 是 $\odot Q$ 的直径，

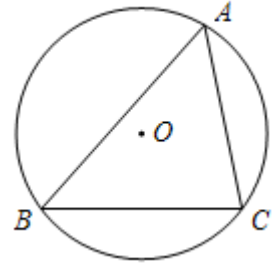
∴ $\angle OAP = \angle OBP = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ () (填推理的依据)。

∴ $PA \perp OA, PB \perp OB$ 。

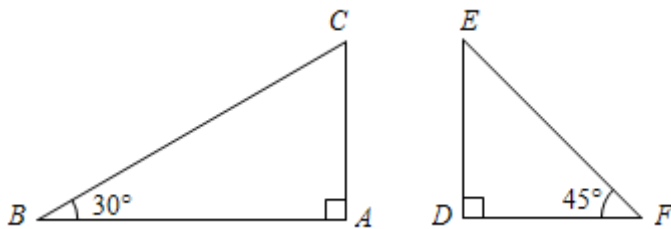
∵ OA, OB 为 $\odot O$ 的半径，

∴ PA, PB 是 $\odot O$ 的切线。

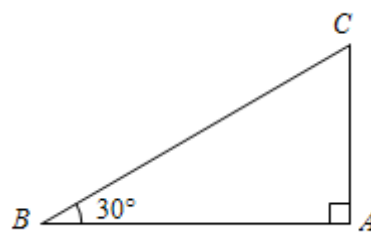
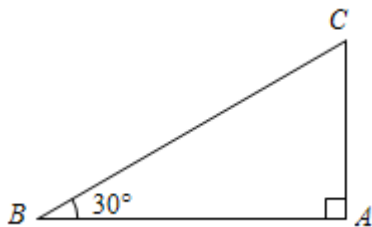
21. 如图， A, B, C 是 $\odot O$ 上的点， $\sin A = \frac{4}{5}$ ，半径为 5，求 BC 的长。



22. 课堂上同学们借助两个直角三角形纸板进行探究，直角三角形纸板如图所示，分别为 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle DEF$ ，其中 $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AC = DE = 2\text{cm}$ 。当边 AC 与 DE 重合，且边 AB 和 DF 在同一条直线上时：



(1) 在下边的图形中，画出所有符合题意的图形；



备用图

(2) 求 BF 的长。

四、解答题（共4道小题，每小题6分，共24分）

23. 材料 1：如图 1，昌平南环大桥是经典的悬索桥，当今大跨度桥梁大多采用此种结构。此种桥梁各结构的名称如图 2 所示，其建造原理是在两边高大的桥塔之间，悬挂着主索，再以相应的间隔，从主索上设置竖直的吊索，与桥面垂直，并连接桥面承接桥面的重量，主索几何形态近似符合抛物线。



图 1

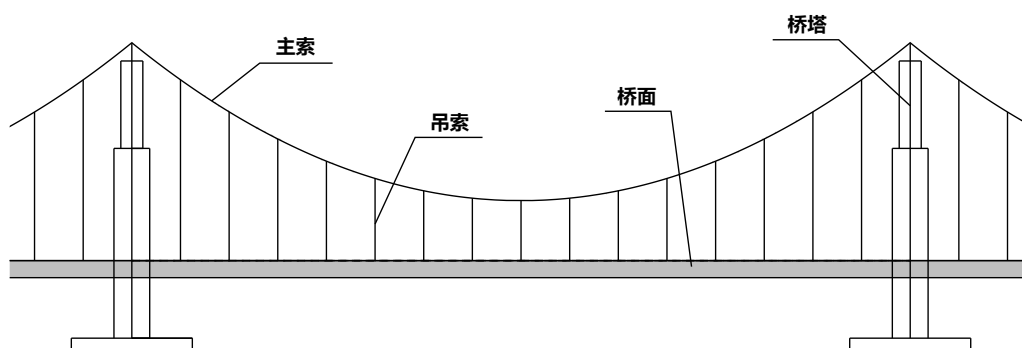


图 2

材料 2：如图 3，某一同类型悬索桥，两桥塔 $AD=BC=10\text{ m}$ ，间距 AB 为 32 m ，桥面 AB 水平，主索最低点为点 P ，点 P 距离桥面为 2 m ；

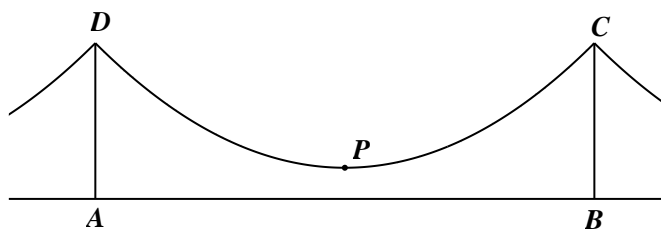
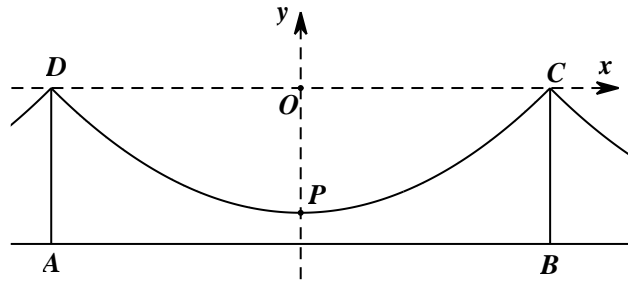


图 3

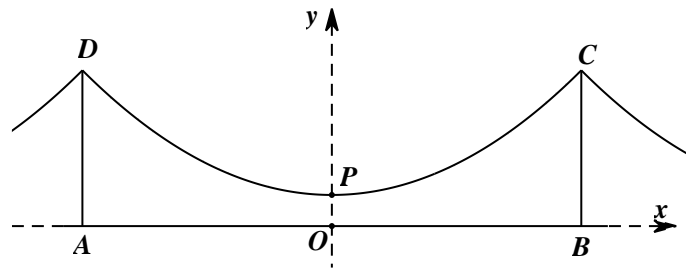
为了进行研究，甲、乙、丙三位同学分别以不同方式建立了平面直角坐标系，如下图：

甲同学：以 DC 中点为原点， DC 所在直线为 x 轴，建立平面直角坐标系；

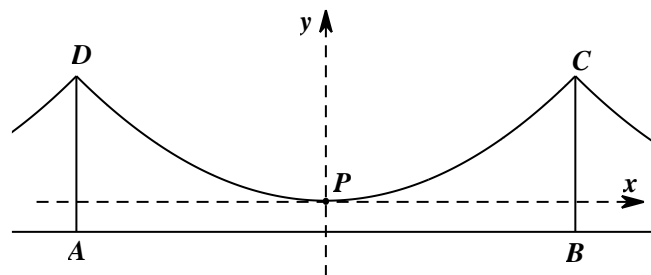




乙同学：以 AB 中点为原点， AB 所在直线为 x 轴，建立平面直角坐标系；



丙同学：以点 P 为原点，平行于 AB 的直线为 x 轴，建立平面直角坐标系.



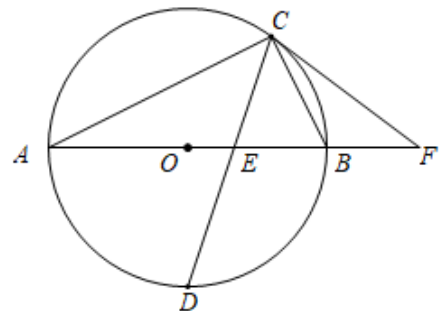
(1) 请你选用其中一位同学建立的平面直角坐标系，写出此种情况下点 C 的坐标，并求出主索抛物线的表达式；

(2) 距离点 P 水平距离为 4 m 和 8 m 处的吊索共四条需要更换，则四根吊索总长度为多少米？

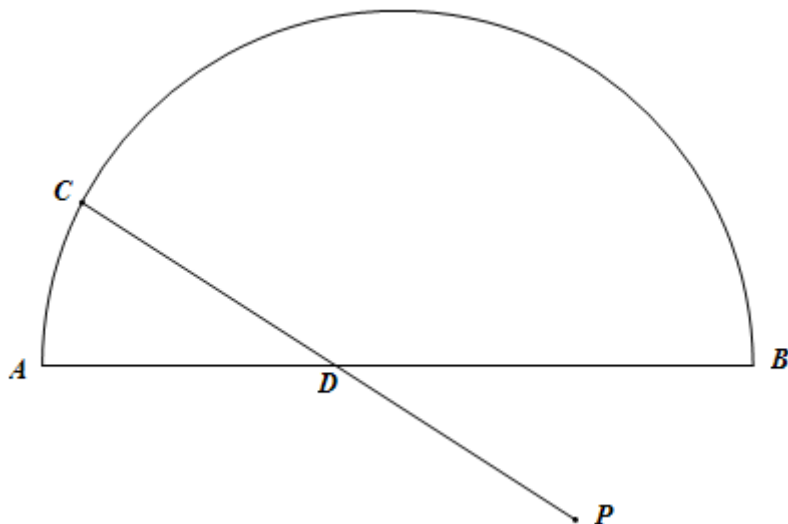
24.如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 是圆上一点，点 D 是半圆的中点，连接 CD 交 OB 于点 E ，点 F 是 AB 延长线上一点， $CF=EF$.

(1) 求证： FC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $CF=5$ ， $\tan A = \frac{1}{2}$ ，求 $\odot O$ 半径的长.



25. 如图， AB 是直径 AB 所对的半圆弧，点 P 是 AB 与直径 AB 所围成图形的外部的一个定点， $AB=8\text{cm}$ ，点 C 是 AB 上一动点，连接 PC 交 AB 于点 D 。
- 小明根据学习函数的经验，对线段 AD ， CD ， PD ，进行了研究，设 A ， D 两点间的距离为 $x\text{ cm}$ ， C ， D 两点间的距离为 $y_1\text{ cm}$ ， P ， D 两点之间的距离为 $y_2\text{ cm}$ 。



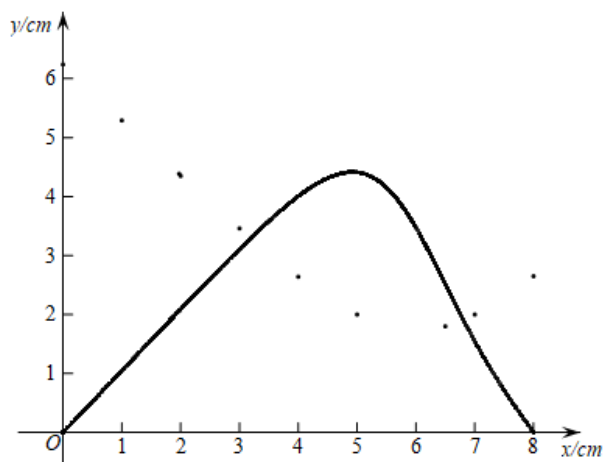
小明根据学习函数的经验，分别对函数 y_1 ， y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究。下面是小明的探究过程，请补充完整：

- (1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1 ， y_2 与 x 的几组对应值：

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x/cm | 0.00 | 1.00 | 2.00 | 3.00 | 3.20 | 4.00 | 5.00 | 6.00 | 6.50 | 7.00 | 8.00 |
| y_1/cm | 0.00 | 1.04 | 2.09 | 3.11 | 3.30 | 4.00 | 4.41 | 3.46 | 2.50 | 1.53 | 0.00 |
| y_2/cm | 6.24 | 5.29 | 4.35 | 3.46 | 3.30 | 2.64 | 2.00 | m | 1.80 | 2.00 | 2.65 |

补充表格；（说明：补全表格时，相关数值保留两位小数）

- (2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点，并画出函数 y_2 的图象：



- (3) 结合函数图象解决问题：当 $AD=2PD$ 时， AD 的长度约为_____。



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 A , 将点 A 向右平移 2 个单位长度, 得到点 B , 点 B 在抛物线上.

(1) ①直接写出抛物线的对称轴是_____;

②用含 a 的代数式表示 b ;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫整点. 点 A 恰好为整点, 若抛物线在点 A, B 之间的部分与线段 AB 所围成的区域内 (不含边界) 恰有 1 个整点, 结合函数的图象, 直接写出 a 的取值范围.

五、解答题 (共 2 道小题, 每小题 7 分, 共 14 分)

27. 已知等边 $\triangle ABC$, 点 D 为 BC 上一点, 连接 AD .

(1) 若点 E 是 AC 上一点, 且 $CE = BD$, 连接 BE , BE 与 AD 的交点为点 P , 在图 (1) 中根据题意补全图形, 直接写出 $\angle APE$ 的大小;

(2) 将 AD 绕点 A 逆时针旋转 120° , 得到 AF , 连接 BF 交 AC 于点 Q , 在图 (2) 中根据题意补全图形, 用等式表示线段 AQ 和 CD 的数量关系, 并证明.

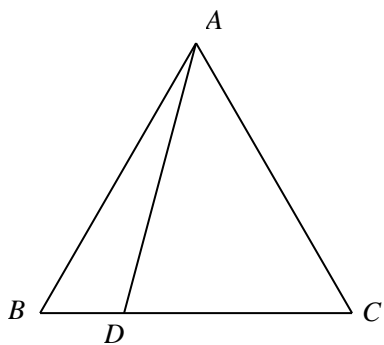


图 1

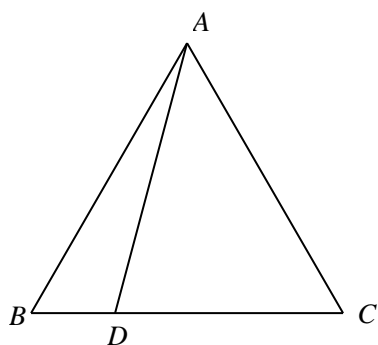


图 2



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(3, 0)$, 线段 AB 和线段 AB 外的一点 P , 给出如下定义: 若 $45^\circ \leq \angle APB \leq 90^\circ$ 时, 则称点 P 为线段 AB 的可视点, 且当 $PA=PB$ 时, 称点 P 为线段 AB 的正可视点.

(1) ①如图 1, 在点 $P_1(3, 6)$, $P_2(-2, -5)$, $P_3(2, 2)$ 中, 线段 AB 的可视点是_____;

②若点 P 在 y 轴正半轴上, 写出一个满足条件的点 P 的坐标: _____.

(2) 在直线 $y=x+b$ 上存在线段 AB 的可视点, 求 b 的取值范围;

(3) 在直线 $y=-x+m$ 上存在线段 AB 的正可视点, 直接写出 m 的取值范围.

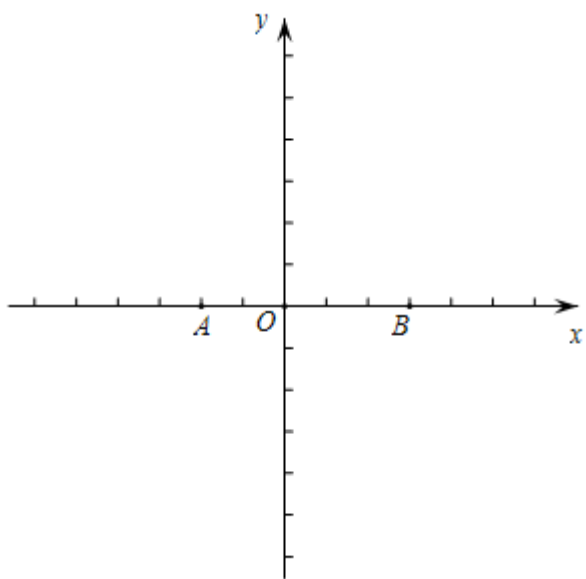
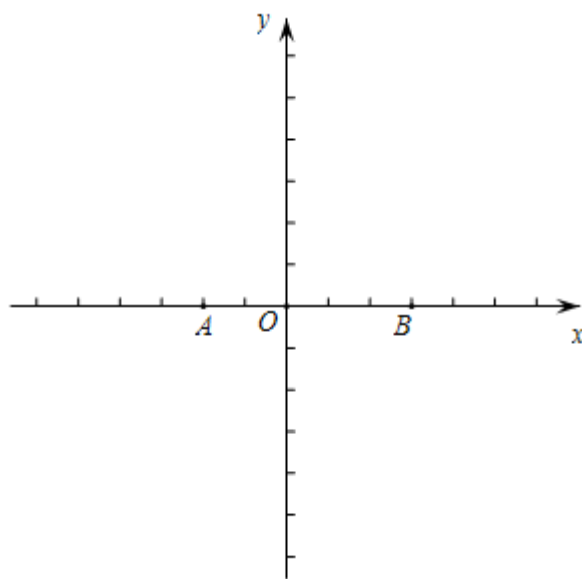


图 1



备用图

