



数学试卷

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____

考生
须知

1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

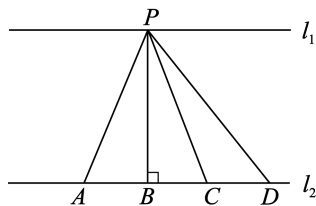
下面 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 3 的相反数是

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) $-\frac{1}{3}$ (D) -3

2. 如图,直线 $l_1 \parallel l_2$, 它们之间的距离是

- (A) 线段 PA 的长度
(B) 线段 PB 的长度
(C) 线段 PC 的长度
(D) 线段 PD 的长度



3. 方程组 $\begin{cases} x-y=1, \\ 2x+y=5 \end{cases}$ 的解为

- (A) $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$

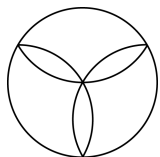
4. 五边形的内角和为

- (A) 360° (B) 540° (C) 720° (D) 900°

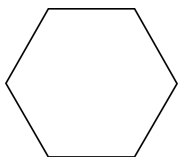
5. 如果 $x^2+x=3$, 那么代数式 $(x+1)(x-1)+x(x+2)$ 的值是

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6

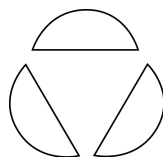
6. 下列图形中,是中心对称图形而不是轴对称图形的是



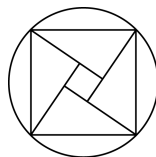
(A)



(B)



(C)



(D)

7. 某便利店的咖啡单价为 10 元/杯,为了吸引顾客,该店共推出了三种会员卡,如下表:

会员卡类型	办卡费用/元	有效期	优惠方式
A 类	40	1 年	每杯打九折
B 类	80	1 年	每杯打八折
C 类	130	1 年	一次性购买 2 杯,第二杯半价

例如,购买 A 类会员卡,1 年内购买 50 次咖啡,每次购买 2 杯,则消费 $40+2\times 50\times (0.9\times 10)=940$ 元.若小玲 1 年内在该便利店购买咖啡的次数介于 75~85 次之间,且每次购买 2 杯,则最省钱的方式为

- (A) 购买 A 类会员卡 (B) 购买 B 类会员卡
(C) 购买 C 类会员卡 (D) 不购买会员卡

8. 在一次生活垃圾分类知识竞赛中,某校七、八年级各有 100 名学生参加,已知七年级男生成绩的优秀率为 40%,女生成绩的优秀率为 60%;八年级男生成绩的优秀率为 50%,女生成绩的优秀率为 70%.对于此次竞赛的成绩,下面有三个推断:

- ① 七年级男生成绩的优秀率小于八年级男生成绩的优秀率;
② 七年级学生成绩的优秀率一定小于八年级学生成绩的优秀率;
③ 七、八年级所有男生成绩的优秀率一定小于七、八年级所有女生成绩的优秀率.



所有合理推断的序号是

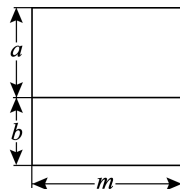
- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 若分式 $\frac{1-x}{x}$ 的值为 0,则 x 的值为_____.

10. 在某一时刻,测得一根高为 2m 的竹竿的影长为 3m,同时测得一根旗杆的影长为 21m,那么这根旗杆的高度为_____ m.

11. 右图中的四边形都是矩形,根据图形,写出一个正确的等式:_____.



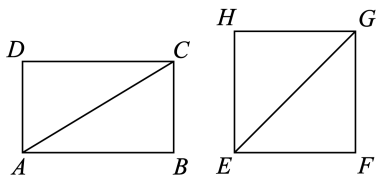
12. 下表显示了用计算机模拟随机抛掷一枚硬币的某次实验的结果.

抛掷次数 n	300	500	700	900	1100	1300	1500	1700	1900	2000
“正面向上”的次数 m	137	233	335	441	544	650	749	852	946	1004
“正面向上”的频率 $\frac{m}{n}$	0.457	0.466	0.479	0.490	0.495	0.500	0.499	0.501	0.498	0.502

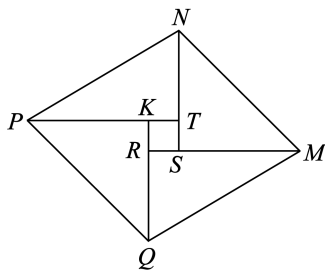
估计此次实验硬币“正面向上”的概率是_____.

13. 若点 $A(4, -3), B(2, m)$ 在同一个反比例函数的图象上, 则 m 的值为_____.

14. 如图 1, 将矩形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$ 分别沿对角线 AC 和 EG 剪开, 拼成如图 2 所示的平行四边形 $PQMN$, 中间空白部分的四边形 $KRST$ 是正方形. 如果正方形 $EFGH$ 和正方形 $KRST$ 的面积分别是 16 和 1, 则矩形 $ABCD$ 的面积为_____.



第 14 题图 1



第 14 题图 2

15. 甲、乙两个芭蕾舞团演员的身高(单位:cm)如下表:

甲	164	164	165	165	166	166	167	167
乙	163	163	165	165	166	166	168	168

两组芭蕾舞团演员身高的方差较小的是_____.(填“甲”或“乙”)

16. 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 M, N 在对角线 AC 上(可与点 A, C 重合), $MN=2$, 点 P, Q 在正方形的边上. 下面四个结论中,

- ①存在无数个四边形 $PMQN$ 是平行四边形;
- ②存在无数个四边形 $PMQN$ 是菱形;
- ③存在无数个四边形 $PMQN$ 是矩形;
- ④至少存在一个四边形 $PMQN$ 是正方形.

所有正确结论的序号是_____.



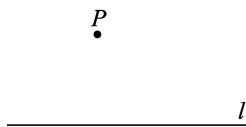
三、解答题(本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分)

17. 计算: $4\cos 45^\circ + (\sqrt{3}-1)^0 - \sqrt{8} + |-2|$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 4(x+1) \leq 2x+6, \\ x-3 < \frac{x-5}{3}, \end{cases}$ 并写出它的所有非负整数解.

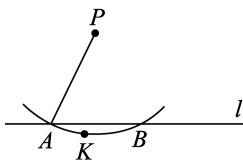
19. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 直线 l 及直线 l 外一点 P .



求作: 直线 PQ , 使得 $PQ \parallel l$.

作法: 如图,



- ①任意取一点 K , 使点 K 和点 P 在直线 l 的两旁;
- ②以 P 为圆心, PK 长为半径画弧, 交 l 于点 A, B , 连接 AP ;
- ③分别以点 P, B 为圆心, 以 AB, PA 长为半径画弧, 两弧相交于点 Q (点 Q 和点 A 在直线 PB 的两旁);
- ④作直线 PQ .

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)
- (2) 完成下面的证明.

证明: 连接 BQ ,

$$\because PQ = \underline{\hspace{2cm}}, BQ = \underline{\hspace{2cm}},$$

\therefore 四边形 $PABQ$ 是平行四边形 () (填推理依据).

$$\therefore PQ \parallel l.$$

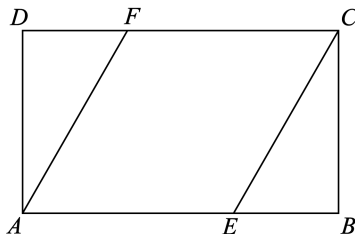
20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 有两个相等的实数根, 写出一组满足条件的 b, c 的值, 并求此时方程的根.

21. 如图, 点 E, F 分别在矩形 $ABCD$ 的边 AB, CD 上, 且 $\angle DAF = \angle BCE$.

(1) 求证: $AF = CE$;

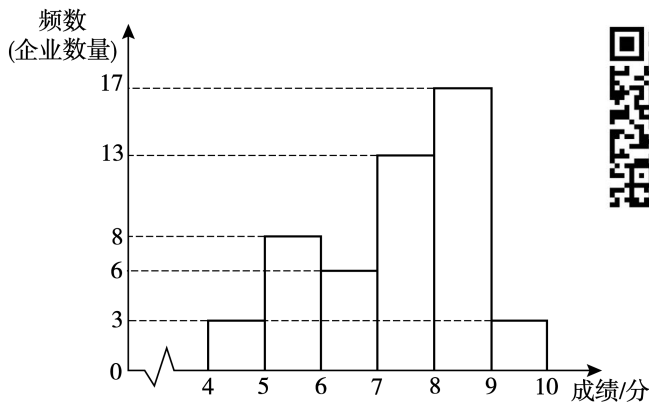
(2) 连接 AC , 若 AC 平分 $\angle FAE$, $\angle DAF = 30^\circ$, $CE = 4$,

求 CD 的长.



22. 为了解某地区企业信息化发展水平,从该地区中随机抽取 50 家企业调研,针对体现企业信息化发展水平的 A 和 B 两项指标进行评估,获得了它们的成绩(十分制),并对数据(成绩)进行整理、描述和分析.下面给出了部分信息.

a. A 项指标成绩的频数分布直方图如下(数据分成 6 组: $4 \leq x < 5$, $5 \leq x < 6$, $6 \leq x < 7$, $7 \leq x < 8$, $8 \leq x < 9$, $9 \leq x \leq 10$):



b. A 项指标成绩在 $7 \leq x < 8$ 这一组的是:

7.2 7.3 7.5 7.67 7.7 7.71 7.75 7.82 7.86 7.9 7.92 7.93 7.97

c. A, B 两项指标成绩的平均数、中位数、众数如下:

	平均数	中位数	众数
A 项指标成绩	7.37	m	8.2
B 项指标成绩	7.21	7.3	8

根据以上信息,回答下列问题:

(1) 写出表中 m 的值;

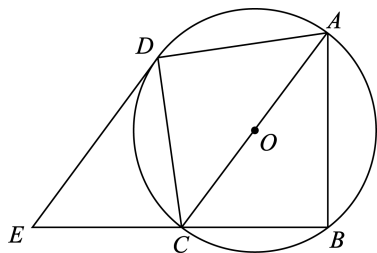
(2) 在此次调研评估中,某企业 A 项指标成绩和 B 项指标成绩都是 7.5 分,该企业成绩排名更靠前的指标是_____ (填“A”或“B”),理由是_____;

(3) 如果该地区有 500 家企业,估计 A 项指标成绩超过 7.68 分的企业数量.

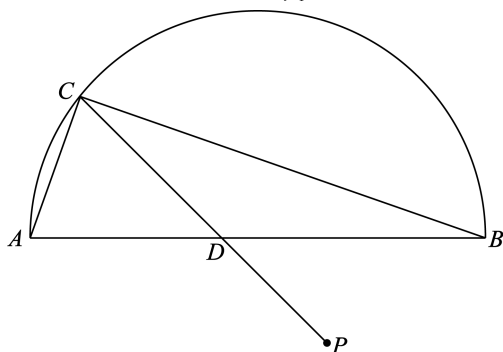
23. 如图,四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $AD = CD$, 对角线 AC 经过点 O , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DE , 交 BC 的延长线于点 E .

(1) 求证: $DE \parallel AC$;

(2) 若 $AB = 8$, $\tan E = \frac{4}{3}$, 求 CD 的长.



24. 如图, AB 是半圆的直径, P 是半圆与直径 AB 所围成的图形的外部的一定点, D 是直径 AB 上一动点, 连接 PD 并延长, 交半圆于点 C , 连接 AC, BC . 已知 $AB=6$ cm, 设 A, D 两点之间的距离为 x cm, A, C 两点之间的距离为 y_1 cm, B, C 两点之间的距离为 y_2 cm.



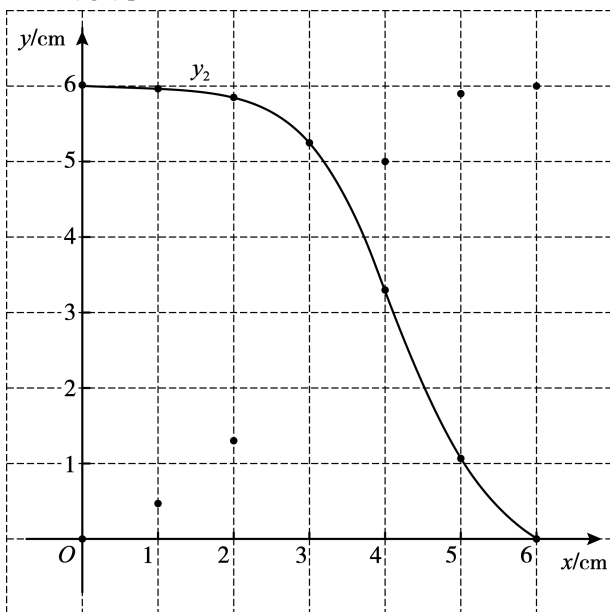
小明根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小明的探究过程, 请补充完整:

- (1) 按照下表自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到 y_1, y_2 与 x 的几组对应值;

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	0	0.47	1.31		5.02	5.91	6
y_2/cm	6	5.98	5.86	5.26	3.29	1.06	0

- (2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) , (x, y_2) , 并画出函数 y_1, y_2 的图象;



- (3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $\triangle ABC$ 有一个角的正弦值为 $\frac{1}{3}$ 时, AD 的长约为 _____ cm.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l_1: y=kx+2(k>0)$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 直线

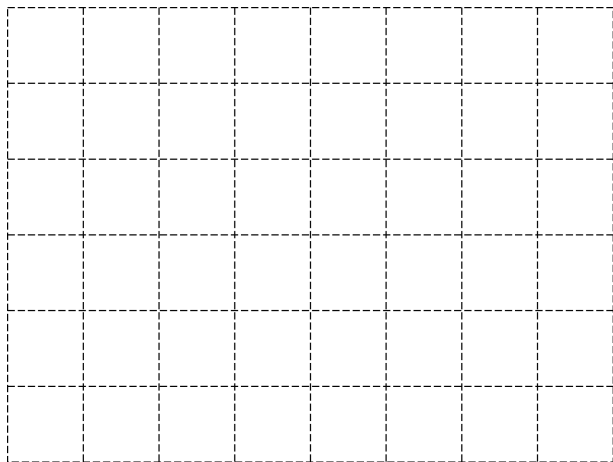
$$l_2: y=-\frac{1}{2}kx+2 \text{ 与 } x \text{ 轴交于点 } C.$$

(1) 求点 B 的坐标;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记线段 AB, AC, BC 围成的区域(不含边界)为 G .

① 当 $k=2$ 时, 结合函数图象, 求区域 G 内整点的个数;

② 若区域 G 内恰有 2 个整点, 直接写出 k 的取值范围.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+a^2x+c$ 与 y 轴交于点 $(0,2)$.

(1) 求 c 的值;

(2) 当 $a=2$ 时, 求抛物线顶点的坐标;

(3) 已知点 $A(-2,0), B(1,0)$, 若抛物线 $y=ax^2+a^2x+c$ 与线段 AB 有两个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.



27. 已知 $\angle AOB = 40^\circ$, M 为射线 OB 上一定点, $OM = 1$, P 为射线 OA 上一动点 (不与点 O 重合), $OP < 1$, 连接 PM , 以点 P 为中心, 将线段 PM 顺时针旋转 40° , 得到线段 PN , 连接 MN .

(1) 依题意补全图 1;

(2) 求证: $\angle APN = \angle OMP$;

(3) H 为射线 OA 上一点, 连接 NH . 写出一个 OH 的值, 使得对于任意的点 P 总有 $\angle OHN$ 为定值, 并求出此定值.

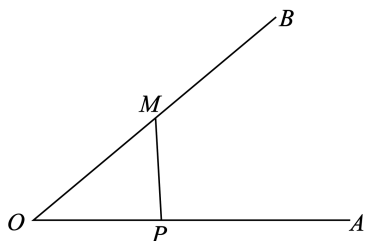
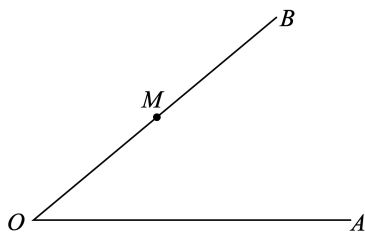


图 1



备用图

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和图形 M , 给出如下定义: Q 为图形 M 上任意一点, 如果 P, Q 两点间的距离有最大值, 那么称这个最大值为点 P 与图形 M 间的开距离, 记作 $d(P, M)$.

已知直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ ($b \neq 0$) 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , $\odot O$ 的半径为 1.

(1) 若 $b = 2$,

① 求 $d(B, \odot O)$ 的值;

② 若点 C 在直线 AB 上, 求 $d(C, \odot O)$ 的最小值;

(2) 以点 A 为中心, 将线段 AB 顺时针旋转 120° 得到 AD , 点 E 在线段 AB, AD 组成的图形上, 若对于任意点 E , 总有 $2 \leq d(E, \odot O) < 6$, 直接写出 b 的取值范围.

