



顺义区 2023—2024 学年度第一学期期末九年级教学质量检测

数学试卷

考生须知	1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在答题卡上准确填写学校、班级、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束,将答题卡交回。
------	---

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 实数  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示,则正确的结论是



- (A)  $a > -3$       (B)  $a < -4$       (C)  $a > -b$       (D)  $a < -b$

2. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 则  $\cos A$  等于

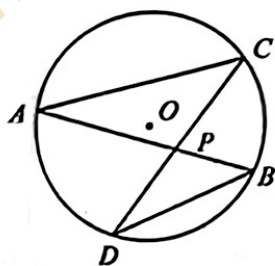
- (A)  $\frac{AC}{AB}$       (B)  $\frac{BC}{AB}$       (C)  $\frac{AC}{BC}$       (D)  $\frac{BC}{AC}$

3. 将二次函数  $y = -x^2 + 2x + 3$  化为  $y = a(x-h)^2 + k$  的形式, 则所得表达式为

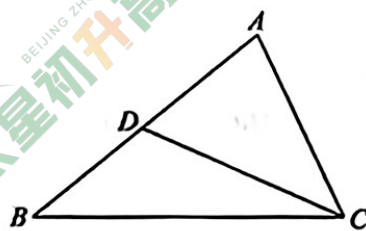
- (A)  $y = (x+1)^2 - 4$       (B)  $y = -(x-1)^2 + 4$   
 (C)  $y = -(x+1)^2 + 2$       (D)  $y = -(x-1)^2 + 2$

4. 如图, 在  $\odot O$  中, 弦  $AB, CD$  相交于点  $P$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$ ,  $\angle ABD = 40^\circ$ , 则  $\angle APD$  的度数为

- (A)  $30^\circ$       (B)  $40^\circ$       (C)  $60^\circ$       (D)  $70^\circ$



第 4 题图



第 5 题图

5. 如图,  $D$  是  $\triangle ABC$  的边  $AB$  上一点(不与点  $A, B$  重合), 若添加一个条件使  $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ , 则这个条件不可以是

- (A)  $\angle ADC = \angle ACB$       (B)  $\angle ACD = \angle B$   
 (C)  $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{BC}$       (D)  $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$



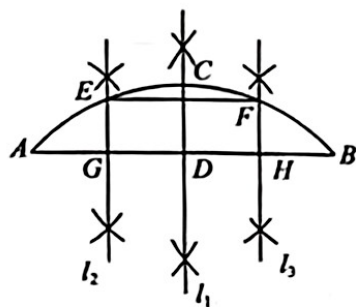
6. 对于反比例函数  $y = \frac{4}{x}$ , 下列说法正确的是

- (A) 它的图象分布在第二、第四象限  
 (B) 点  $(-1, 4)$  在它的图象上  
 (C) 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小  
 (D) 当  $x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大

7. 已知  $\widehat{AB}$ .

如图,

- (1) 连接  $AB$ ;  
 (2) 作弦  $AB$  的垂直平分线  $l_1$ , 分别交  $\widehat{AB}$ , 弦  $AB$  于  $C, D$  两点;  
 (3) 作线段  $AD, DB$  的垂直平分线  $l_2, l_3$ , 分别交  $\widehat{AB}$  于  $E, F$  两点, 交弦  $AB$  于  $G, H$  两点;  
 (4) 连接  $EF$ .



根据以上作图过程及所作图形, 下列结论中错误的是

- (A)  $AG = GD = DH = HB$   
 (B)  $\widehat{AE} = \widehat{EC} = \widehat{CF} = \widehat{FB}$   
 (C)  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$   
 (D)  $EF = GH$

8. 学习解直角三角形时, 小明编了这样一道题:

已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ, AC = 2, BC = 3$ , 解这个直角三角形.

从同学们的解答思路中节选出以下四个步骤:

- ① 由  $\angle B$  的度数, 根据直角三角形的性质得到  $\angle A$  的度数;  
 ② 由  $AC, BC$  的值, 根据  $\angle B$  的正切值得到  $\angle B$  的度数;  
 ③ 由  $AC, BC$  的值, 根据勾股定理得到  $AB$  的值;  
 ④ 由  $BC, AB$  的值, 根据  $\angle B$  的余弦值得到  $\angle B$  的度数.

请你从中选择三个步骤并排序, 形成完整的解上述直角三角形的思路, 则下列排序错误的是

- (A) ③④①      (B) ④①③      (C) ②①③      (D) ③②①

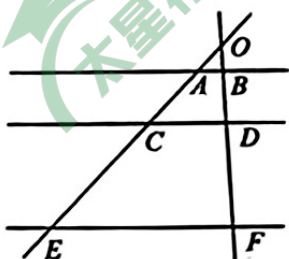
二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

9. 若  $\sqrt{x-2}$  在实数范围内有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

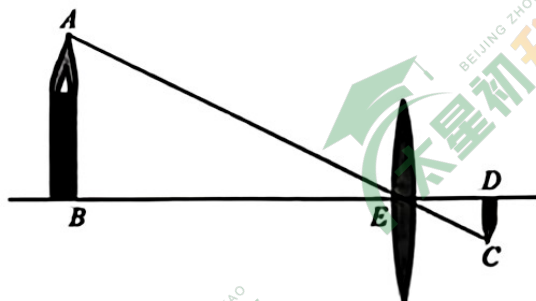
10. 若将抛物线  $y = 2x^2$  向右平移 2 个单位长度, 则所得抛物线的表达式为\_\_\_\_\_.



11. 如图, 直线  $AE, BF$  交于点  $O, AB \parallel CD \parallel EF$ . 若  $OA = 1, AC = 2, CE = 4$ . 则  $\frac{OD}{DF}$  的值为\_\_\_\_\_.

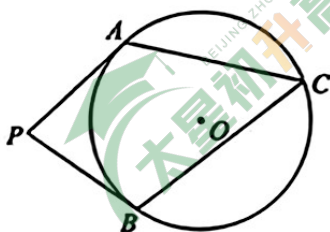


第 11 题图

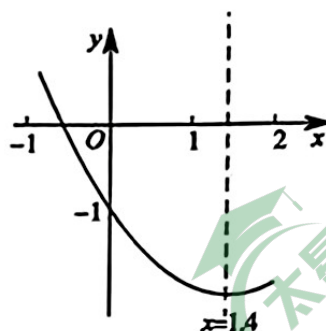


第 12 题图

12. 物理课上我们学习过凸透镜成像规律. 如图, 蜡烛  $AB$  的高为  $15\text{cm}$ , 蜡烛  $AB$  与凸透镜的距离  $BE$  为  $32\text{cm}$ , 蜡烛的像  $CD$  与凸透镜的距离  $DE$  为  $8\text{cm}$ , 则像  $CD$  的高为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .
13. 如图,  $PA, PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A, B$  两点,  $C$  是优弧  $AB$  上的一个动点, 若  $\angle P = 76^\circ$ , 则  $\angle ACB =$ \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



第 13 题图



第 14 题图

14. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的部分图象如图所示, 写出一个满足不等式  $ax^2 + bx + c < -1$  的  $x$  的值, 这个值可以是\_\_\_\_\_.
15. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(a, b)$  在双曲线  $y = \frac{m}{x}$  上, 点  $B(-b, a)$  在双曲线  $y = \frac{n}{x}$  上, 则  $m+n$  的值为\_\_\_\_\_.
16. 已知  $A(3, 2), B(-1, -2)$  是抛物线上两点, 下面有四个推断:
- ① 该抛物线与  $x$  轴有两个交点;
  - ② 若该抛物线开口向下, 则它与  $y$  轴的交点一定在  $y$  轴的负半轴上;
  - ③ 若该抛物线开口向下, 则它的对称轴在直线  $x = 1$  右侧;
  - ④ 若该抛物线开口向上, 则在  $A, B$  两点中, 点  $B$  到它的对称轴距离较小.
- 所有正确推断的序号是\_\_\_\_\_.



三、解答题(共 68 分,第 17-18 题,每题 5 分,第 19 题 6 分,第 20-21 题,每题 5 分,第 22 题 6 分,第 23-24 题,每题 5 分,第 25-26 题,每题 6 分,第 27-28 题,每 7 分)



17. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x > x - 2, \\ \frac{x+2}{3} > x. \end{cases}$$

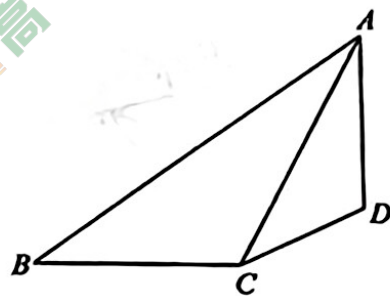
18. 计算:  $4\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^0 + |-2| - 2\tan 60^\circ.$

19. 已知  $x^2 - 3x - 1 = 0$ , 求代数式  $(2x+1)(x-1) - (x+1)^2$  的值.

20. 如图,  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $\angle B = \angle ACD$ .

(1) 求证:  $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ;

(2) 若  $AB=6, AC=4$ , 求  $AD$  的长.

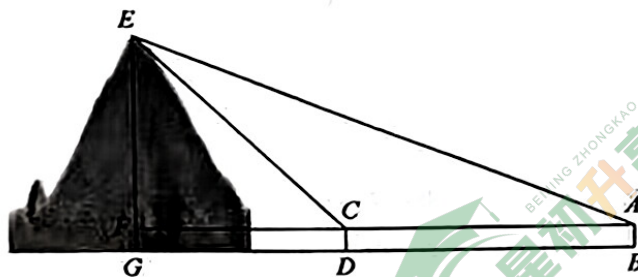




21. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx - 2$  的图象经过点  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 0)$ .

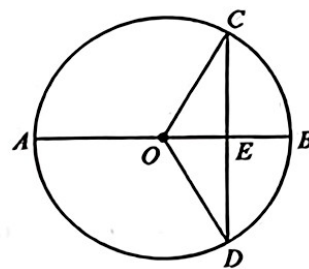
- (1) 求二次函数的表达式;
- (2) 直接写出  $y > 0$  时,  $x$  的取值范围.

22. 在一次数学综合实践活动中,某数学小组的同学们一起测量一座小山的高度.如图,在点  $A$  处测得山顶  $E$  的仰角为  $22.5^\circ$ ,向山的方向前进  $20\text{m}$ ,在点  $C$  处测得山顶  $E$  的仰角为  $45^\circ$ ,已知观测点  $A, C$  到地面的距离  $AB = 1.7\text{m}$ ,  $CD = 1.7\text{m}$ . 求小山  $EG$  的高度(精确到  $0.1\text{m}$ ).  
(参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sin 22.5^\circ \approx 0.384$ ,  $\cos 22.5^\circ \approx 0.925$ ,  $\tan 22.5^\circ \approx 0.414$ )



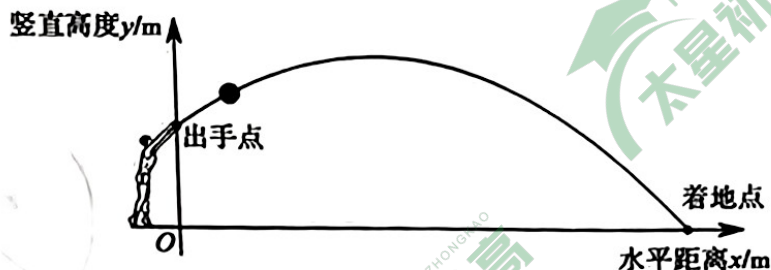
23. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $CD \perp AB$  于点  $E$ ,  $\widehat{AC} = \widehat{CD}$ .

- (1) 求证:  $\angle COB = \angle DOB$ ;
- (2) 若  $\odot O$  的半径为  $2$ , 求  $OE$ ,  $\widehat{CD}$  的长.





24. 正面双手前掷实心球是发展学生力量和协调性的运动项目之一. 实心球出手后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分, 建立如图所示的平面直角坐标系, 从出手到着地的过程中, 实心球的竖直高度  $y$  (单位: m) 与水平距离  $x$  (单位: m) 近似满足函数关系  $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$ .



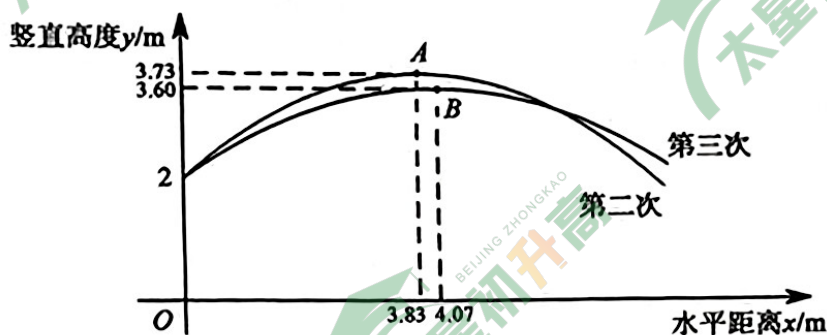
小明进行了三次训练.

- (1) 第一次训练时, 实心球的水平距离  $x$  与竖直高度  $y$  的几组数据如下:

水平距离 $x/m$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
竖直高度 $y/m$	2	2.7	3.2	3.5	3.6	3.5	3.2	2.7	2	1.1

根据上述数据, 求出满足的函数关系  $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$ , 并求出实心球着地点的水平距离  $d_1$ ;

- (2) 第二次、第三次训练时, 实心球的竖直高度  $y$  与水平距离  $x$  的函数图象的一部分如图所示, 其中  $A, B$  分别为第二次、第三次训练抛物线的顶点.



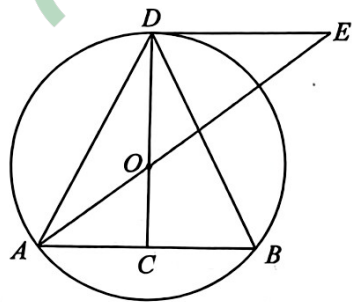
记小明第二、三次训练时实心球着地点的水平距离分别为  $d_2, d_3$ , 则  $d_1, d_2, d_3$  的大小关系为\_\_\_\_\_.



25. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的弦, 点  $C$  为  $AB$  的中点,  $CO$  的延长线交  $\odot O$  于点  $D$ , 连接  $AD, BD$ , 过点  $D$  作  $\odot O$  的切线交  $AO$  的延长线于点  $E$ .

(1) 求证:  $DE \parallel AB$ ;

(2) 若  $\odot O$  的半径为 3,  $\tan \angle ADC = \frac{1}{2}$ , 求  $DE$  的长.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = x^2 - 2ax + a^2 - 4$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点 (点  $A$  在点  $B$  左侧).

(1) 若  $a = 1$ , 求抛物线的对称轴及  $A, B$  两点的坐标;

(2) 已知点  $(3-a, y_1), (a+1, y_2), (-a, y_3)$  在该抛物线上, 若  $y_1, y_2, y_3$  中有且仅有一个大于 0, 求  $a$  的取值范围.



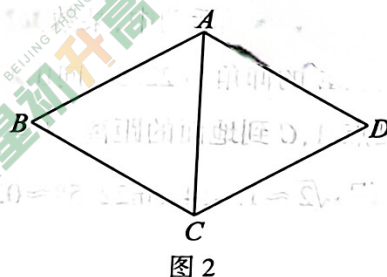
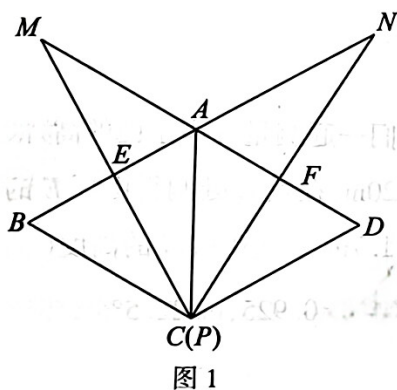


27. 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle B=60^\circ$ , 点  $P$  是对角线  $AC$  上一点(不与点  $A$  重合), 点  $E, F$  分别是边  $AB, AD$  上的点, 且  $\angle EPF=60^\circ$ , 射线  $PE, PF$  分别与  $DA, BA$  的延长线交于点  $M, N$ .

- (1) 如图 1, 若点  $P$  与  $C$  重合, 且  $PA$  平分  $\angle EPF$ , 求证:  $AM=AN$ ;  
 (2) 连接  $BP$ , 若  $\angle ABP=45^\circ, BP=3$ , 且  $PA$  不平分  $\angle EPF$ .

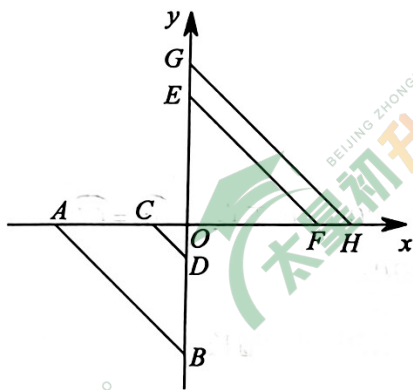
① 依题意补全图 2;

② 用等式表示线段  $AM, AN$  的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 有如下定义: 对于图形  $G_1, G_2$ , 若存在常数  $d$ , 使得图形  $G_1$  上的任意一点  $P$ , 在图形  $G_2$  上至少能找到一个点  $Q$ , 满足  $PQ=d$ , 则称图形  $G_2$  是图形  $G_1$  的“映图”,  $d$  是  $G_1$  关于  $G_2$  的“映距”.

(1) 如图, 点  $A(-4, 0), B(0, -4), C(-1, 0), D(0, -1), E(4, 0), F(0, 4), G(5, 0), H(0, 5)$ .



在线段  $CD, EF, GH$  中, 线段  $AB$  的映图是\_\_\_\_\_.

(2)  $\odot O$  的半径为 1.

① 求  $\odot O$  关于直线  $y=-x+3\sqrt{2}$  的映距  $d$  的最小值;

② 若直线  $y=-x+m (m \neq 0)$  被坐标轴所截的线段是  $\odot O$  的映图, 直接写出  $m$  的取值范围.