

数学试卷

(考试时间: 120 分钟, 试卷满分: 100 分)

班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____



一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 下列图标中, 是中心对称的是()



A.



B.



C.



D.

2. 抛物线 $y = (x+2)^2 - 3$ 的顶点坐标是()

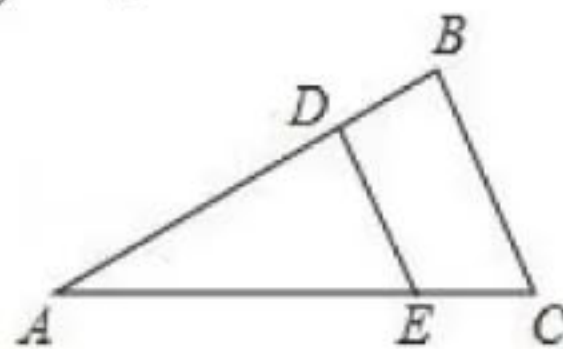
- A. (2, -3) B. (-2, -3) C. (-2, 3) D. (2, 3)

3. 已知 $3x=2y$, 那么下列式子中一定成立的是()

- A. $x+y=5$ B. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ C. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$

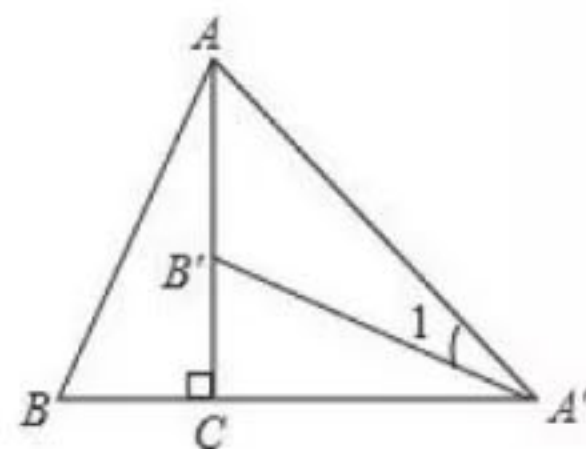
4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 边上, $DE \parallel BC$, 若 $AD=6$, $BD=2$, $AE=9$, 则 EC 的长是()

- A. 3 B. 6 C. 4 D. 8



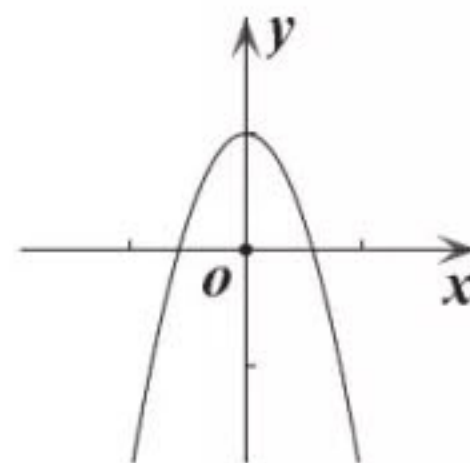
5. 如图, 将 $Rt \triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 AA' , 若 $\angle 1=25^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数是()

- A. 10°
B. 20°
C. 30°
D. 40°



6. 二次函数 $y = -3x^2 + 1$ 的图象如图所示, 将其沿 x 轴翻折后得到的抛物线的解析式为()

- A. $y = 3x^2 - 1$ B. $y = 3x^2$
C. $y = 3x^2 + 1$ D. $y = -3x^2 - 1$



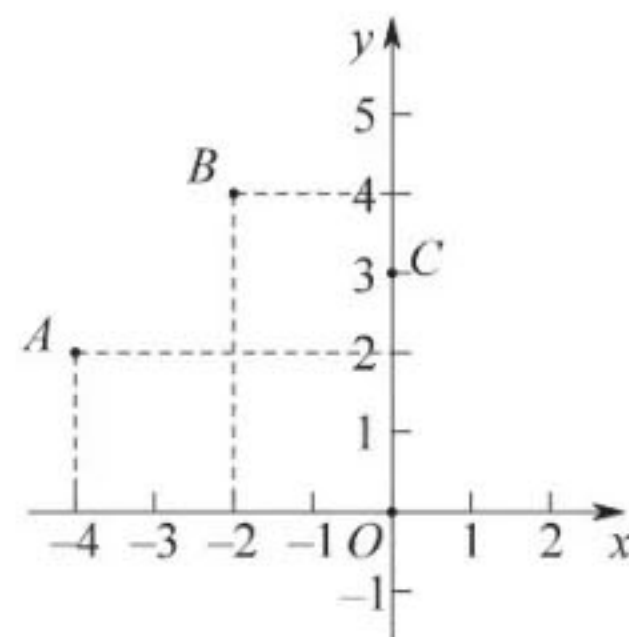
7. 将抛物线 $y = (x+1)^2 - 2$ 向上平移 a 个单位后得到的抛物线恰好与 x 轴只有一个公共点, 则 a 的值为()

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2



8. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象经过点 A, B, C . 现有下面四个推断：

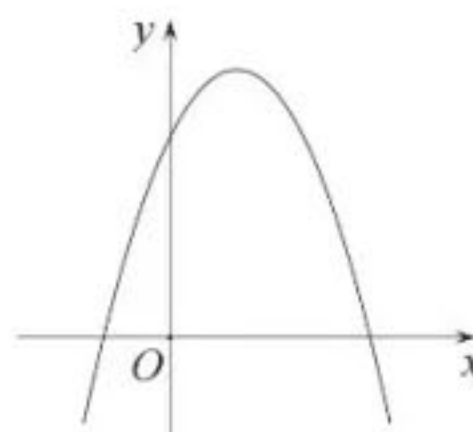
- ① 抛物线开口向下；
- ② 当 $x=-2$ 时， y 取最大值；
- ③ 当 $m<4$ 时，关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=m$ 必有两个不相等的实数根；
- ④ 直线 $y=kx+c(k\neq 0)$ 经过点 A, C ，当 $kx+c > ax^2+bx+c$ 时， x 的取值范围是 $-4 < x < 0$ ；其中推断正确的是()



- A. ①② B. ①③
- C. ①③④ D. ②③④

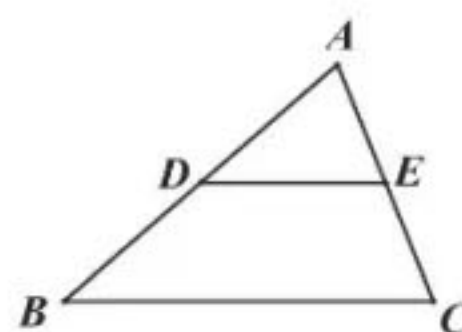
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 请写出一个开口向上，并且与 y 轴交于点 $(0, -1)$ 的抛物线的解析式 _____.



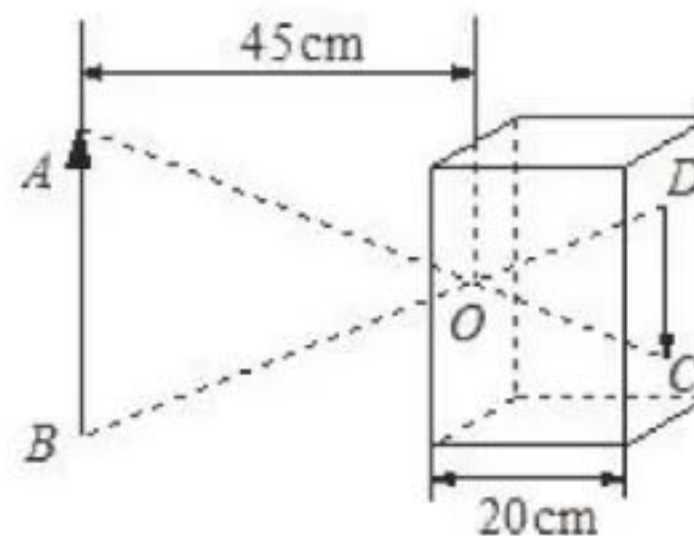
10. 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则 ac _____ 0. (填“>”，“=”，或“<”)

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D, E 分别是 AB, AC 边上的中点，连接 DE ，那么 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比是 _____.

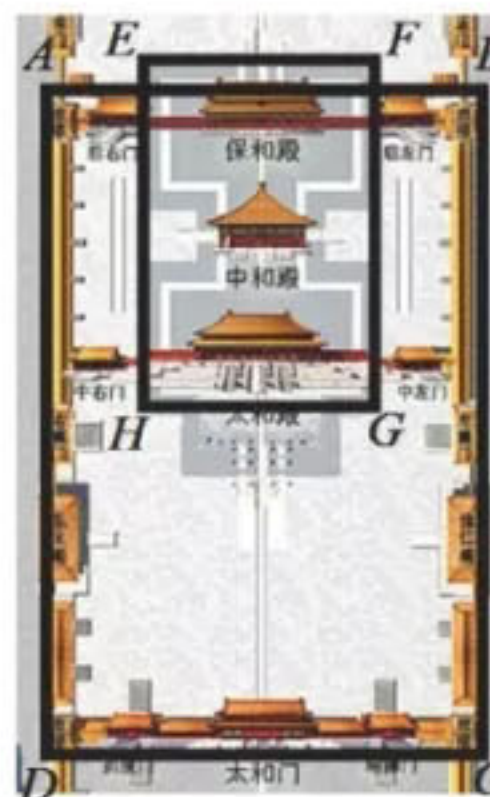


12. 点 $A(-1, y_1), B(1, y_2)$ 在二次函数 $y=x^2-2x-1$ 的图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 . (用“>”、“<”、“=”填空)

13. 如图是小孔成像原理的示意图，根据图中标注的尺寸，如果物体 AB 的高度为 18cm ，那么它在暗盒中所成的像 CD 的高度应为 _____ cm .



14. 北京紫禁城是中国古代宫廷建筑之精华. 经测算发现，太和殿，中和殿，保和殿这三大殿的矩形宫院 $ABCD$ （北至保和殿，南至太和门，西至弘义阁，东至体仁阁）与三大殿下的工字形大台基所在的矩形区域 $EFGH$ 为相似形，若比较宫院与台基之间的比例关系，可以发现接近于 $9:5$ ，取“九五至尊”之意. 根据测量数据，三大殿台基的宽(EF)为 40 丈，请你估算三大殿宫院的宽(AB)为 _____ 丈.

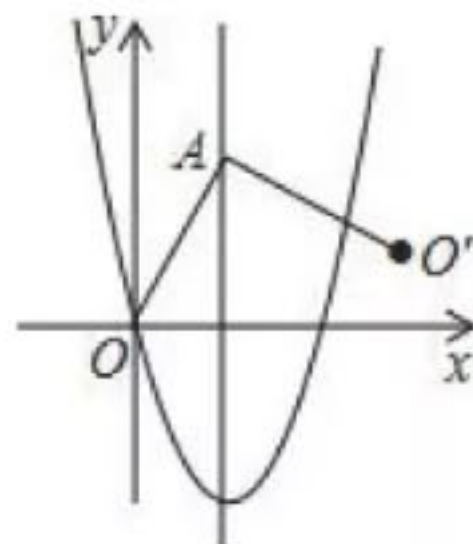




15. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 2$ 自变量 x 的部分取值和对应的函数值 y 如下表, 则在实数范围内能使得 $y > 1$ 成立的 x 的取值范围是_____.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	6	1	-2	-3	-2	1

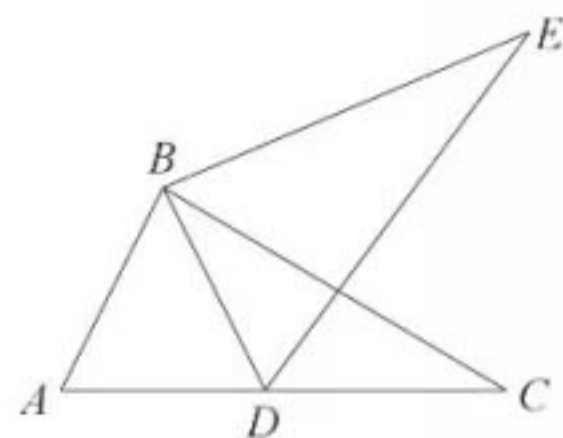
16. 如图, 点 A 是抛物线 $y = x^2 - 4x$ 对称轴上的一点, 连接 OA , 以 A 为旋转中心将 AO 逆时针旋转 90° 得到 AO' , 当 O' 恰好落在抛物线上时, 点 A 的坐标为_____.



- 三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分；第 23-26 题，每小题 6 分；第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

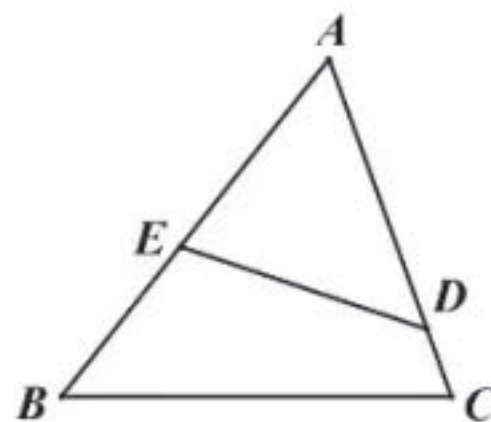
17. 已知二次函数 $y = x^2 + bx - 3$ 的图象过点 $(1, 0)$. 求该二次函数的解析式和顶点坐标.

18. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得到 $\triangle DBE$, 且 A, D, C 三点在同一条直线上.
求证: DB 平分 $\angle ADE$.



19. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AC 上一点, E 是 AB 上一点, 且 $\angle AED = \angle C$.

- (1) 求证: $\triangle AED \sim \triangle ACB$;
(2) 若 $AB = 6, AD = 4, AC = 5$, 求 AE 的长.

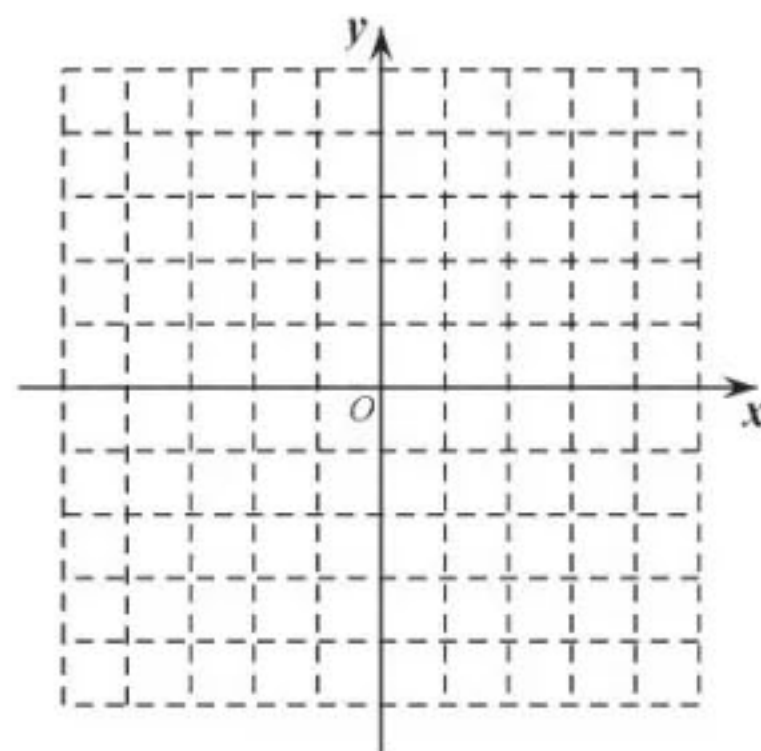




20. 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的 x 与 y 的部分对应值如下表:

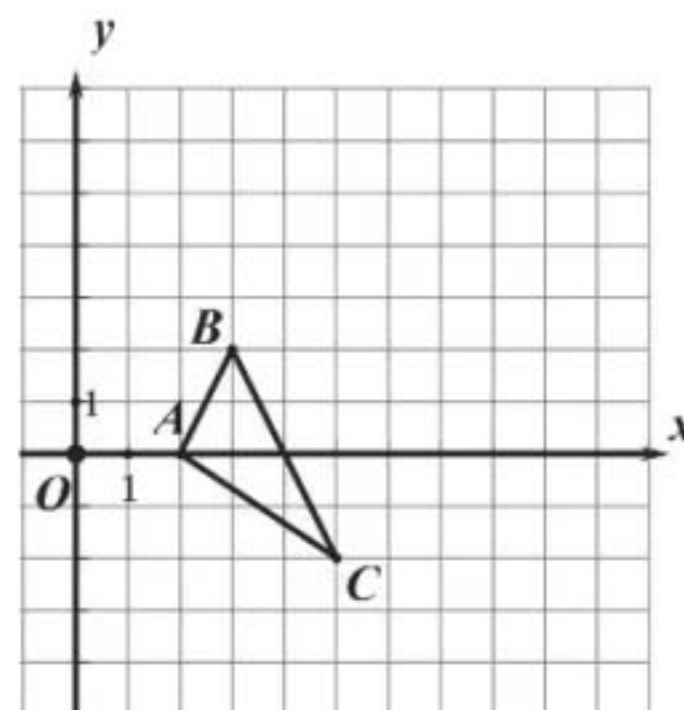
x	...	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	-5	0	3	4	3	...

- (1) 求此二次函数的解析式;
- (2) 画出此函数图象(不用列表).
- (3) 结合函数图象, 当 $-4 < x \leq 1$ 时, 写出 y 的取值范围.



21. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(2, 0)$, $B(3, 2)$, $C(5, -2)$. 以原点 O 为位似中心, 在 y 轴的右侧将 $\triangle ABC$ 放大为原来的两倍得到 $\triangle A'B'C'$.

- (1) 画出 $\triangle A'B'C'$;
- (2) 分别写出 B, C 两点的对应点 B', C' 的坐标.



22. 已知二次函数 $y = x^2 - kx + k - 1$ ($k > 2$).

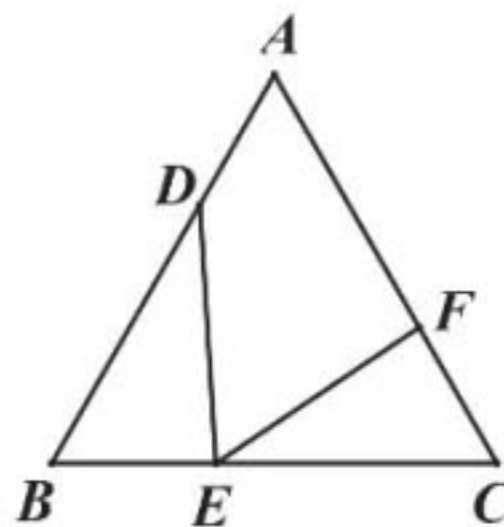
- (1) 求证: 抛物线 $y = x^2 - kx + k - 1$ ($k > 2$) 与 x 轴必有两个交点;
- (2) 抛物线与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 若 $\triangle OAC$ 的面积是 $\frac{3}{2}$, 求抛物线的解析式.



23. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别为边 AB, BC, CA 上的点, 且满足 $\angle DEF=60^\circ$.

(1) 求证: $BE \cdot CE = BD \cdot CF$;

(2) 若 $DE \perp BC$ 且 $DE=EF$, 求 $\frac{BE}{EC}$ 的值.



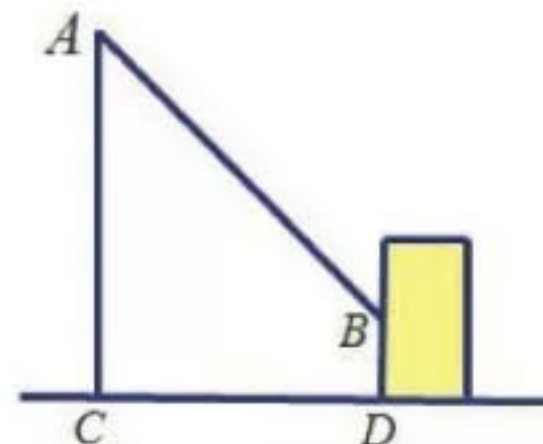
24. 某文具店销售一种进价为每本 10 元的笔记本, 为获得高利润, 以不低于进价进行销售, 结果发现, 每月销售量 y 与销售单价 x 之间的关系可以近似地看作一次函数:

$$y = -5x + 150.$$

(1) 该文具店这种笔记本每月获得利润为 w 元, 求每月获得的利润 w 元与销售单价 x 之间的函数解析式;

(2) 当销售单价定为多少元时, 每月可获得最大利润, 最大利润为多少元?

25. 小左同学想利用影长测量学校旗杆的高度, 如图, 她在某一时刻立一长度为 1 米的标杆, 测得其影长为 0.8 米, 同时旗杆 AC 投影的一部分在地上, 另一部分在某一建筑物的墙上, 测得旗杆与建筑物的距离 CD 为 10 米, 旗杆在墙上的影高 BD 为 2 米, 请帮小左同学算出学校旗杆 AC 的高度.



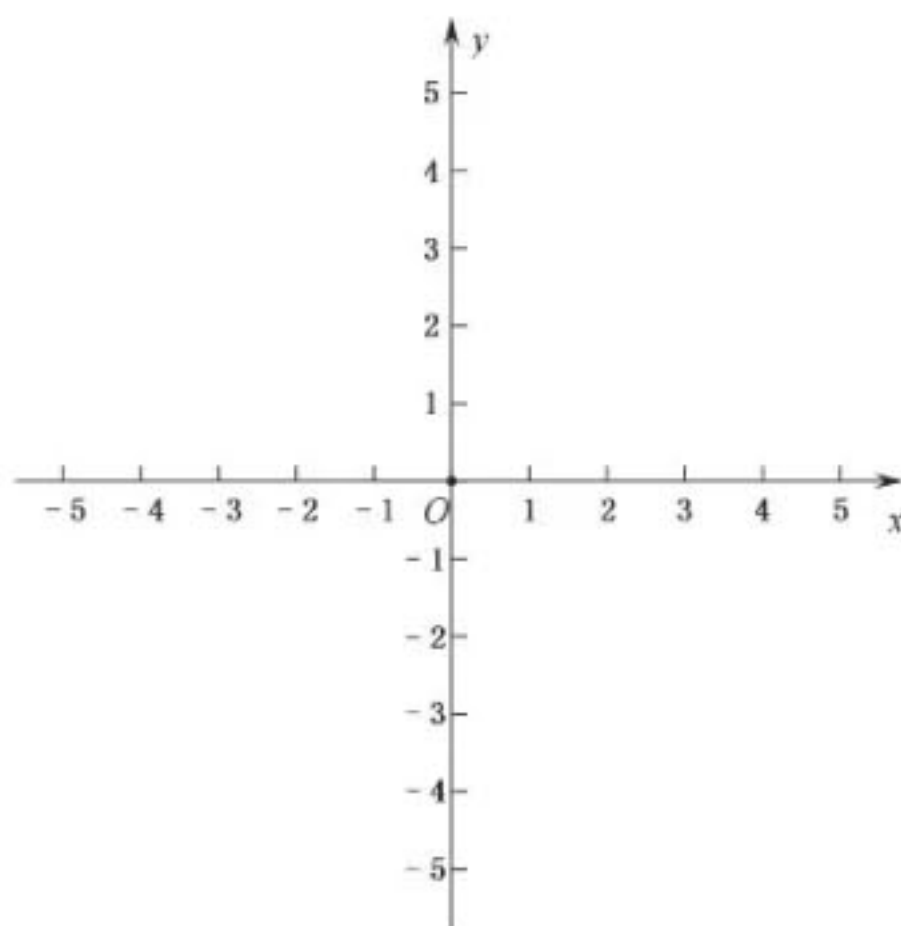


26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-4, -2)$ ，将点 A 向右平移 6 个单位长度，得到点 B 。

(1) 直接写出点 B 的坐标；

(2) 若抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 A, B ，求抛物线的解析式；

(3) 若抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的顶点在直线 $y = x + 2$ 上移动，当抛物线与线段 AB 有且只有一个公共点时，求抛物线顶点横坐标 t 的取值范围。



27. 已知: 在等腰直角三角形 ABC 中, $AB=BC$, $\angle ABC=90^\circ$. D 是平面上一点, 连结 BD . 将线段 BD 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到线段 BE , 连结 AE, CD .

(1) 在图 1 中补全图形, 并证明: $AE \perp CD$.

(2) 当点 D 在平面上运动时, 请猜测线段 AD, CE, AB, BD 之间的数量关系.

(3) 如图 2, 作点 A 关于直线 BE 的对称点 F , 连结 AD, DF, BF . 若 $AB=11, BD=7, AD=14$, 求线段 DF 的长度.

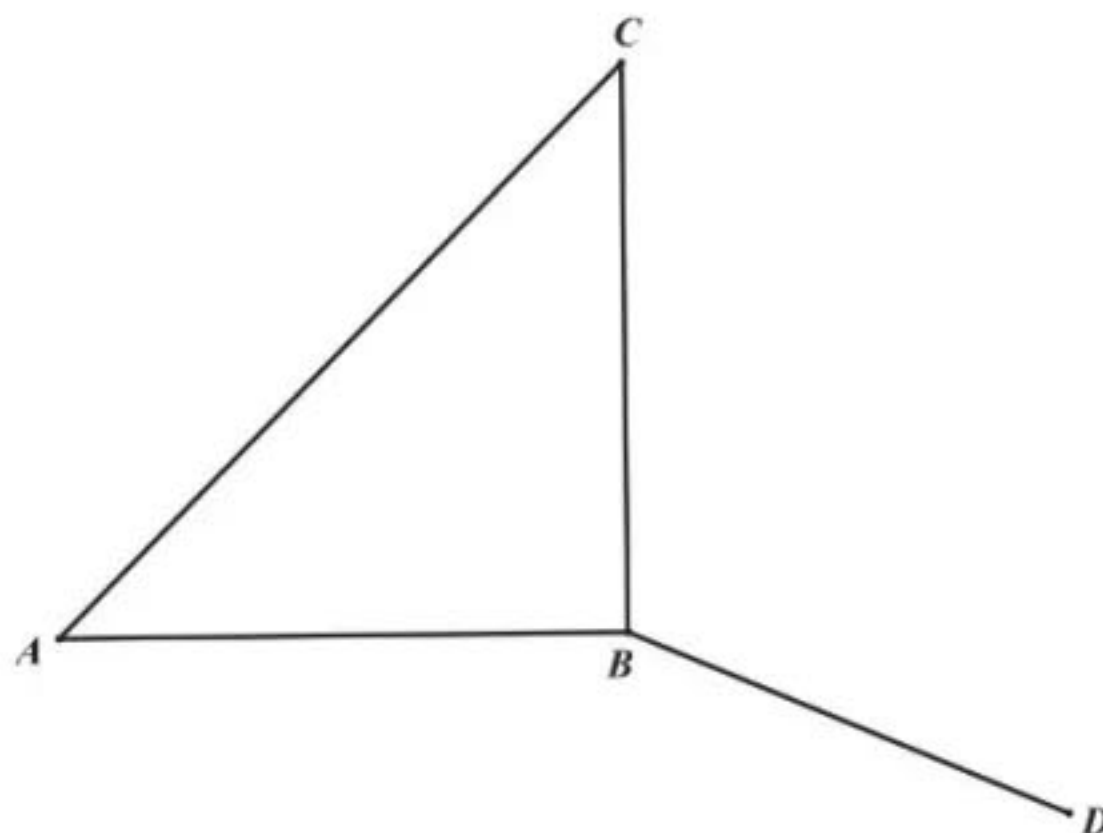


图 1

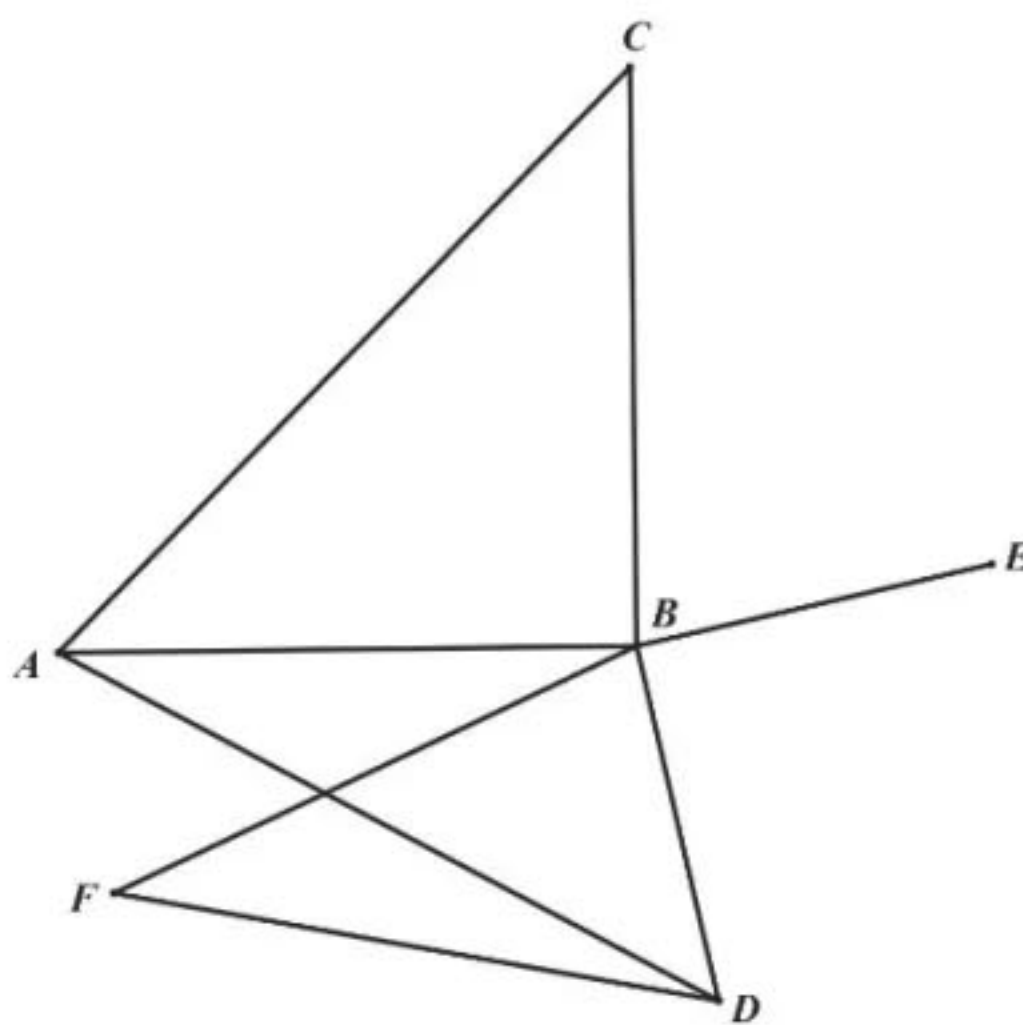


图 2

28. 定义: 对于平面直角坐标系 xOy 上的点 $P(a, b)$ 和抛物线 $y = x^2 + ax + b$, 我们称 $P(a, b)$ 是抛物线 $y = x^2 + ax + b$ 的相伴点, 抛物线 $y = x^2 + ax + b$ 是点 $P(a, b)$ 的相伴抛物线.

如图, 已知点 $A(-2, -2)$, $B(4, -2)$, $C(1, 4)$.

(1) 点 A 的相伴抛物线的解析式为_____;

过 A, B 两点的抛物线 $y = x^2 + ax + b$ 的相伴点坐标为_____;

(2) 设点 $P(a, b)$ 在直线 AC 上运动:

① 点 $P(a, b)$ 的相伴抛物线的顶点都在同一条抛物线 Ω 上, 求抛物线 Ω 的解析式.

② 当点 $P(a, b)$ 的相伴抛物线的顶点落在 $\triangle ABC$ 内部时, 请直接写出 a 的取值范围.

