



2020 北京密云初三（上）期末

数 学

2020. 1

考生
须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效，作图必须使用 2B 铅笔。
4. 考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个选项是符合题意的。

1. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，则 $\frac{x+y}{y}$ 的值是（ ）

- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{7}{3}$

2. 抛物线 $y = x^2 - 2$ 的顶点坐标是（ ）

- A. (0, -2) B. (-2, 0) C. (0, 2) D. (2, 0)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，则 $\angle B$ 的度数是（ ）

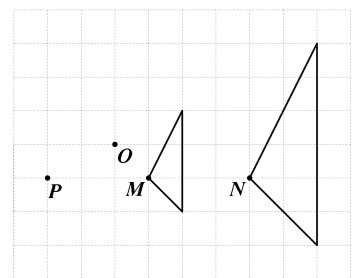
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

3. 在数轴上，点 A 所表示的实数为 3，点 B 所表示的实数为 a， $\odot A$ 的半径为 2，下列说法错误的是（ ）。

- A. 当 $a < 5$ 时，点 B 在 $\odot A$ 内 B. 当 $1 < a < 5$ 时，点 B 在 $\odot A$ 内
C. 当 $a < 1$ 时，点 B 在 $\odot A$ 外 D. 当 $a > 5$ 时，点 B 在 $\odot A$ 外

4. 如图所示，在边长为 1 的小正方形网格中，两个三角形是位似图形，则它们的位似中心是（ ）

- A. 点 O B. 点 P
C. 点 M D. 点 N

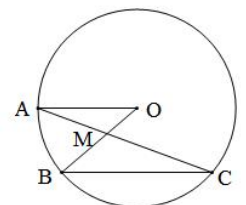


6. 已知反比例函数的表达式为 $y = \frac{k+2}{x}$ ，它的图象在各自象限内具有 y 随 x 的增大而增大的特点，则 k 的取值范围是（ ）。

- A. $k > -2$ B. $k \geq -2$ C. $k < -2$ D. $k \leq -2$

7. 如图，在 $\odot O$ 中，弦 $BC \parallel OA$ ，AC 与 OB 相交于点 M， $\angle C = 20^\circ$ ，则 $\angle MBC$ 的度数为（ ）。

- A. 30° B. 40°



C. 50°

D. 60°

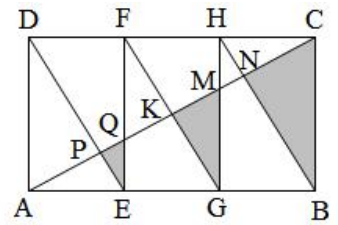
8. 如图, 矩形 $ABCD$ 是由三个全等矩形拼成的, AC 与 DE 、 EF 、 FG 、 HG 、 HB 分别交于点 P 、 Q 、 K 、 M 、 N , 设 $\triangle EPQ$ 、 $\triangle GKM$ 、 $\triangle BNC$ 的面积依次为 S_1 、 S_2 、 S_3 . 若 $S_1+S_3=30$, 则 S_2 的值为 () .

A. 6

B. 8

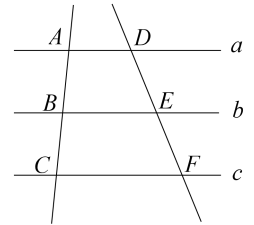
C. 10

D. 12

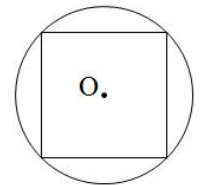


二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如图, 直线 $a \parallel b \parallel c$, 点 B 是线段 AC 的中点, 若 $DE=2$, 则 DF 的长度为_____.



10. 若边长为 2 的正方形内接于 $\odot O$, 则 $\odot O$ 的半径是_____.

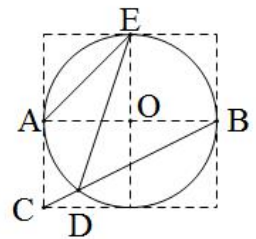


11. 在二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 中, y 与 x 的部分对应值如下表:

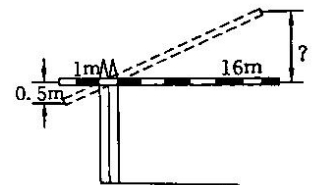
x	-1	0	1	2	3	4
y	-7	-2	m	n	-2	-7

则 m 、 n 的大小关系为 m _____ n . (填 “>”, “=” 或 “<”)

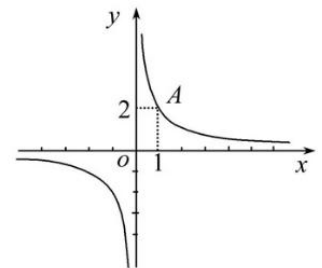
12. 如图所示, 边长为 1 的小正方形构成的网格中, 半径为 1 的 $\odot O$ 的圆心 O 在格点上, 则 $\angle AED$ 的正切值是_____.



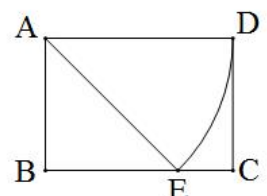
13. 如图, 铁道口的栏杆短臂长为 1 米, 长臂长为 16 米. 当短臂端点下降 0.5 米时, 长臂端点升高_____米.



14. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象位于第一、三象限, 且图象上的点与坐标轴围成的矩形面积为 2, 请你在第三象限的图象上取一个符合题意的点, 并写出它的坐标_____.



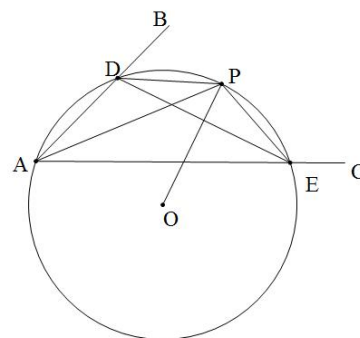
15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $AD = \sqrt{2}$ 以 A 为圆心, AD 的长为半径做弧交 BC 边于点 E , 则图中 \widehat{DE} 的弧长是_____.





16. 已知: $\angle BAC$.

- (1) 如图, 在平面内任取一点 O ;
- (2) 以点 O 为圆心, OA 为半径作圆, 交射线 AB 于点 D , 交射线 AC 于点 E ;
- (3) 连接 DE , 过点 O 作线段 DE 的垂线交 $\odot O$ 于点 P ;
- (4) 连接 AP , DP 和 PE .



根据以上作图过程及所作图形, 下列四个结论中:

- ① $\triangle ADE$ 是 $\odot O$ 的内接三角形; ② $\widehat{AD} = \widehat{DP} = \widehat{PE}$;
- ③ $DE = 2PE$; ④ AP 平分 $\angle BAC$.

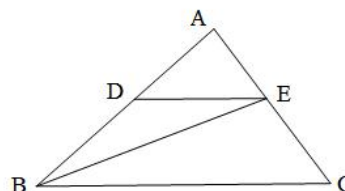
所有正确结论的序号是_____.

三、解答题 (共 68 分, 其中 17~22 题每题 5 分, 23~26 题每题 6 分, 27、28 题每题 7 分)

17. 计算: $\sqrt{9} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{2} \sin 45^\circ + (\sqrt{3}-2)^0$.

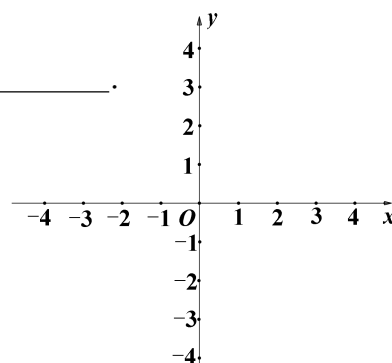
18. 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、点 E 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $DE \parallel BC$, BE 平分 $\angle ABC$.

- (1) 求证: $BD = DE$;
- (2) 若 $AB = 10$, $AD = 4$, 求 BC 的长.



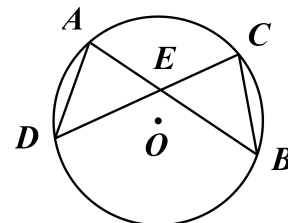
19. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$.

- (1) 用配方法将 $y = x^2 - 4x + 3$ 化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式;
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出该函数的图象.
- (3) 结合函数图象, 直接写出 $y < 0$ 时自变量 x 的取值范围_____.



20. 已知：如图，在 $\odot O$ 中，弦 AB 、 CD 交于点 E ， $AD=CB$ 。

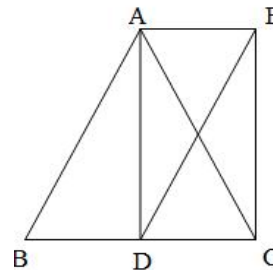
求证： $AE=CE$ 。



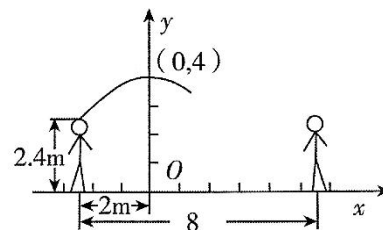
21. 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，分别过点 A 和点 C 作 BC 、 AD 边的平行线交于点 E 。

(1) 求证：四边形 $ADCE$ 是矩形；

(2) 连结 BE ，若 $\cos \angle ABD = \frac{1}{2}$ ， $AD = 2\sqrt{3}$ 求 BE 的长。



22. 某次足球比赛，队员甲在前场给队友乙掷界外球。如图所示：已知两人相距8米，足球出手时的高度为2.4米，运行的路线是抛物线，当足球运行的水平距离为2米时，足球达到最大高度4米。请你根据图中所建坐标系，求出抛物线的表达式。



23. 在平面直角坐标系中，直线 $y = x$ 与反比例函数

的图象交于点 $A(2, m)$ 。

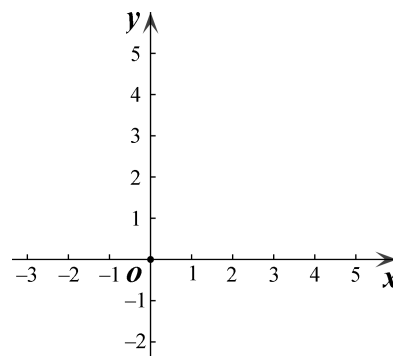
(1) 求 m 和 k 的值；

$$y = \frac{k}{x} (x > 0)$$

(2) 点 $P(x_p, y_p)$ 是函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 图象上的任意一点，过点 P 作平行于 x 轴的直线，交直线 $y=x$ 于点 B 。

① 当 $y_p = 4$ 时，求线段 BP 的长；

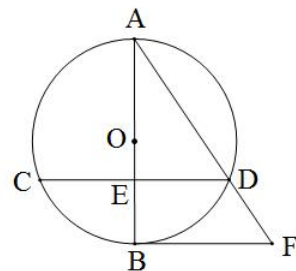
② 当 $BP \geq 3$ 时，结合函数图象，直接写出点 P 的纵坐标 y_p 的取值范围。



24. 已知：如图， $\odot O$ 的直径 AB 与弦 CD 相交于点 E ，且 E 为 CD 中点，过点 B 作 CD 的平行线交弦 AD 的延长线于点 F 。

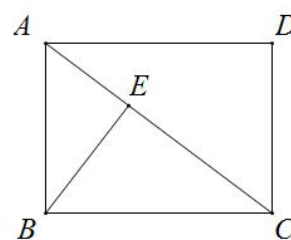
(1) 求证： BF 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 连结 BC ，若 $\odot O$ 的半径为2， $\tan \angle BCD = \frac{3}{4}$ ，求线段 AD 的长。



25. 如图，点 E 是矩形 $ABCD$ 对角线 AC 上的一个动点（点 E 可以与点 A 和点 C 重合），连接 BE 。已知 $AB=3\text{cm}$ ， $BC=4\text{cm}$ 。设 A 、 E 两点间的距离为 $x\text{cm}$ ， BE 的长度为 $y\text{cm}$ 。

某同学根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行探究。



下面是该同学的探究过程，请补充完整：

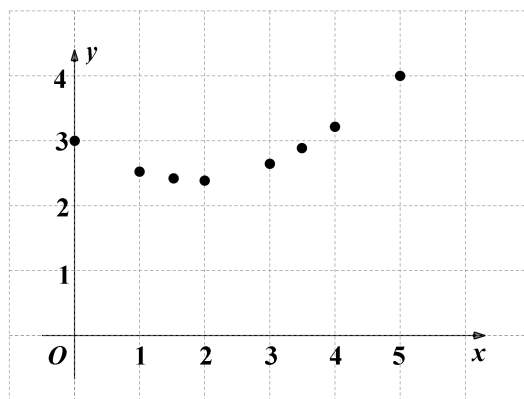
(1) 通过取点、画图、测量及分析，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

$x(\text{cm})$	0	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	5
$y(\text{cm})$	3.00	2.53	2.42	2.41		2.68	2.94	3.26	4.00

(说明：补全表格时相关数值保留一位小数)

(2) 建立平面直角坐标系，描出已补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象。

(3) 结合画出的函数图象，解决问题：当 $BE=2AE$ 时， AE 的长度约为_____ cm 。（结果保留一位小数）



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 5a + 8 (a \neq 0)$.

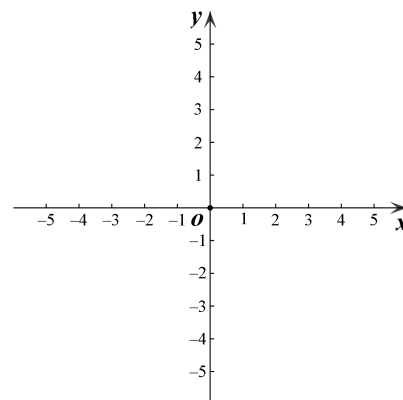


(1) 写出抛物线顶点的纵坐标_____ (用含 a 的代数式表示);

(2) 若该抛物线与 x 轴的两个交点分别为点 A 和点 B , 且点 A 在点 B 的左侧, $AB=4$.

① 求 a 的值;

② 记二次函数图象在点 A, B 之间的部分为 W (含点 A 和点 B), 若直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 经过 $(1, -1)$, 且与图形 W 有公共点, 结合函数图象, 求 b 的取值范围.



27. 已知: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, 点 D 为 BC 边中点. 点 M 为线段 BC 上的一个动点 (不与点 C , 点 D 重合), 连接 AM , 将线段 AM 绕点 M 顺时针旋转 90° , 得到线段 ME , 连接 EC .

(1) 如图 1, 若点 M 在线段 BD 上.

① 依据题意补全图 1;

② 求 $\angle MCE$ 的度数.

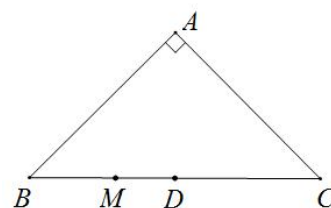


图 1

(2) 如图 2, 若点 M 在线段 CD 上, 请你补全图形后, 直接用等式表示线段 AC 、 CE 、 CM

之间的数量关系_____.

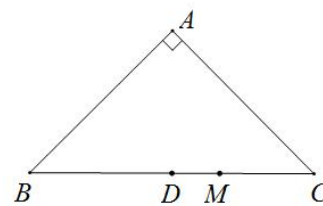


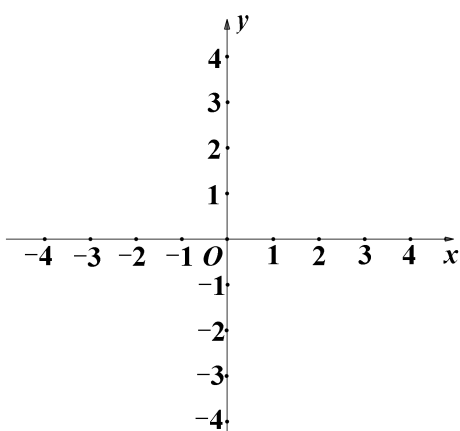
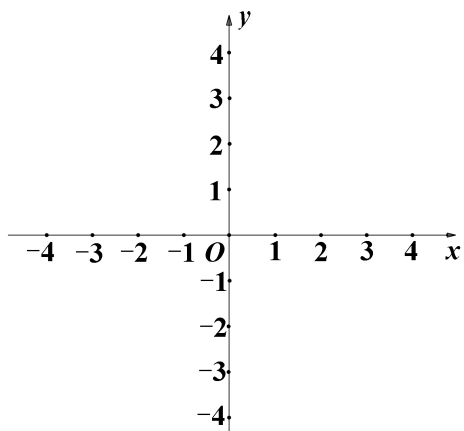
图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 r ($r > 0$). 给出如下定义: 若平面上一点 P 到圆心 O 的距离 d , 满足 $\frac{1}{2}r \leq d \leq \frac{3}{2}r$, 则称点 P 为 $\odot O$ 的“随心点”.

(1) 当 $\odot O$ 的半径 $r=2$ 时, $A(3, 0)$, $B(0, 4)$, $C(-\frac{3}{2}, 2)$, $D(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ 中, $\odot O$ 的“随心点”是_____;

(2) 若点 $E(4, 3)$ 是 $\odot O$ 的“随心点”, 求 $\odot O$ 的半径 r 的取值范围;

(3) 当 $\odot O$ 的半径 $r=2$ 时, 直线 $y=-x+b$ ($b \neq 0$) 与 x 轴交于点 M , 与 y 轴交于点 N , 若线段 MN 上存在 $\odot O$ 的“随心点”, 直接写出 b 的取值范围_____.



备用图

