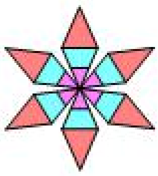
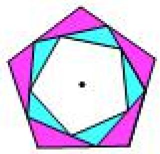
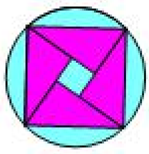
参考答案与试题解析

一．选择题（共 8 小题）

1．下面是同学们设计的一些美丽有趣的图案，其中是轴对称图形的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【分析】根据轴对称的定义，结合所给图形进行判断即可．

【解答】解：*A*、是轴对称图形；

B、不是轴对称图形；

C、不是轴对称图形；

D、不是轴对称图形；

故选：*A*．

2．为庆祝首个“中国农民丰收节”，十渡镇西河村举办“西河稻作文化节”活动．西河水稻种植历史悠久，因“色白粒粗，味极香美，七煮不烂”而享誉京城．已知每粒稻谷重约 0.000035 千克，将 0.000035 用科学记数法表示应为（　　）

A．35×10^{-6}　　B．3.5×10^{-6}　　C．3.5×10^{-5}　　D．0.35×10^{-4}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

【解答】解：$0.000035=3.5\times10^{-5}$，

故选：*C*．

3．如果 $\sqrt{x-7}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（　　）

A．$x\neq7$　　B．$x<7$　　C．$x>7$　　D．$x\geq7$

【分析】直接利用二次根式有意义的条件分析得出答案．

【解答】解：$\because\sqrt{x-7}$ 在实数范围内有意义，

$\therefore x-7\geq0$，

解得：$x\geqslant 7$．

故选：D．

4．下列运算正确的是（　　）

A．$\sqrt{4}=\pm 2$　　　　B．$(\sqrt{4})^2=4$　　　　C．$\sqrt{(-4)^2}=-4$　　　　D．$(-\sqrt{4})^2=-4$

【分析】根据算式平方根的定义和二次根式的性质逐一化简可得．

【解答】解：A．$\sqrt{4}=2$，此选项错误；

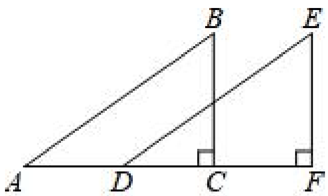
B．$(\sqrt{4})^2=4$，此选项正确；

C．$\sqrt{(-4)^2}=4$，此选项错误；

D．$(-\sqrt{4})^2=4$，此选项错误；

故选：B．

5．如图，$Rt\triangle ABC\cong Rt\triangle DEF$，$\angle E=55°$，则$\angle A$的度数为（　　）



A．25°　　　　B．35°　　　　C．45°　　　　D．55°

【分析】根据三角形内角和定理求出$\angle EDF$，根据全等三角形的性质解答．

【解答】解：$\because \angle EFD=90°$，$\angle E=55°$，

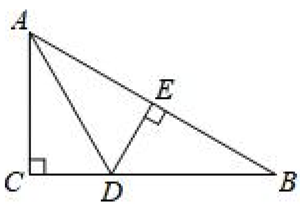
$\therefore \angle EDF=90°-55°=35°$，

$\because Rt\triangle ABC\cong Rt\triangle DEF$，

$\angle A=\angle EDF=35°$，

故选：B．

6．如图，$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，AD平分$\angle CAB$，交BC于点D，$DE\perp AB$于点E，若$CD=\sqrt{3}$，则DE的长为（　　）



A．2　　　　B．3　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　D．$2\sqrt{3}$

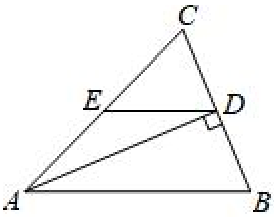
【分析】根据角平分线的性质即可求出答案．

【解答】解：∵AD平分$\angle CAB$，$DE\perp AB$，$\angle C=90°$，

∴$CD=DE=\sqrt{3}$，

故选：C.

7．如图，$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，垂足为D，$DE\parallel AB$，交AC于点E，则下列结论不正确的是（　　）



A．$\angle CAD=\angle BAD$　　B．$BD=CD$　　C．$AE=ED$　　D．$DE=DB$

【分析】根据等腰三角形的性质，直角三角形的性质解答.

【解答】解：∵$AB=AC$，$AD\perp BC$，

∴$\angle CAD=\angle BAD$，A正确，不符合题意；

$BD=CD$，B正确，不符合题意；

∵$DE\parallel AB$，

∴$\angle EDA=\angle BAD$，

∵$\angle EAD=\angle BAD$，

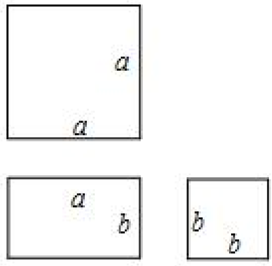
∴$\angle EAD=\angle EDA$，

∴$AE=ED$，C正确，不符合题意；

DE与DB的关系不确定，D错误，符合题意；

故选：D.

8．如图，有三种规格的卡片共9张，其中边长为a的正方形卡片4张，边长为b的正方形卡片1张，长，宽分别为a，b的长方形卡片4张．现使用这9张卡片拼成一个大的正方形，则这个大正方形的边长为（　　）



A．$2a+b$　　B．$4a+b$　　C．$a+2b$　　D．$a+3b$

【分析】先计算出这9张卡片的总面积，其和为一完全平方式，因式分解即可求得大正方形的边长．

【解答】解：由题可知，9张卡片总面积为$4a^2+4ab+b^2$，

∵$4a^2+4ab+b^2=(2a+b)^2$，

∴大正方形边长为$2a+b$．

故选：A．

二．填空题（共8小题）

9．若分式$\frac{x-4}{x}$的值为0，则x的值是__4__．

【分析】根据分式的值为零的条件即可求出答案．

【解答】解：由题意可知：$\begin{cases} x-4=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$

解得：$x=4$，

故答案为：4

10．计算$\frac{2a}{a-1}-\frac{2}{a-1}$的结果是__2__．

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案．

【解答】解：原式$=\frac{2a-2}{a-1}$

$=2$，

故答案为：2

11．计算$(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$的结果是__-1__．

【分析】利用平方差公式计算，再根据二次根式的性质计算可得．

【解答】解：原式$=(\sqrt{3})^2-2^2$

$=3-4$

$=-1$，

故答案为：-1．

12．在△ABC中，$AB=AC$，$BC=5$，$\angle B=60°$，则△ABC的周长是__15__．

【分析】根据等边三角形的判定和性质即可解决问题．

【解答】解：∵$AB=AC$，$\angle B=60°$，

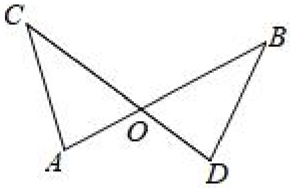
∴△ABC是等边三角形，

∵$BC=5$，

∴△ABC的周长为15，

故答案为15．

13．如图，线段AB与CD相交于点O，且OA＝OD，连接AC，BD，要说明△AOC≌△DOB，还需添加的一个条件是　OC＝OB或AB＝CD或∠A＝∠D或∠B＝∠C　．（只需填一个条件即可）



【分析】已知条件中OA＝OD，且∠AOC＝∠DOB为对顶角相等，则还需添加这一对角的另一对对应边相等或另一组对应角相等即可．

【解答】解：∵OA＝OD，且∠AOC＝∠DOB，

∴添加OC＝OB或AB＝CD时，依据SAS即可判定△AOC≌△DOB；

添加∠A＝∠D或∠B＝∠C，依据ASA或AAS即可判定△AOC≌△DOB；

故答案为：OC＝OB或AB＝CD或∠A＝∠D或∠B＝∠C．（答案不唯一）

14．写出一个能用平方差公式分解因式的多项式：　a^2-4　．

【分析】这是一道自由发挥问题，根据能用平方差公式因式分解的多项式的特点，只要是两个平方项，且符号相反即可．

【解答】解：∵（a+2）（$a-2$），

＝$a^2-2a+2a-4$，

＝a^2-4，

∴满足条件的多项式是：a^2-4．

故答案可以是：a^2-4．

15．已知x^2+2x＝3，则代数式（x+1）^{2}－（x+2）（$x-2$）+x^2的值为　8　．

【分析】根据完全平方公式、平方差公式可以化简题目中的式子，然后根据x^2+2x＝3整体代入即可解答本题．

【解答】解：（x+1）^{2}－（x+2）（$x-2$）+x^2，

＝$x^2+2x+1-$（x^2-4）+x^2，

＝x^2+2x+5，

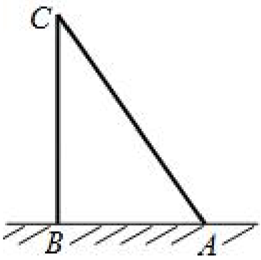
∵x^2+2x＝3

∴原式＝3+5＝8．

故答案为：8．

16．《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架．其中记载了一个“折竹抵地”问题：“今有竹高二丈，末折抵地，去本六尺，问折者高几何？”译文：“有一根竹子，原高二丈（1 丈＝10 尺），现被风折断，竹梢触地面处与竹根的距离为 6 尺，问折断处离地面的高度为多少尺？”

如图，我们用点 A，B，C 分别表示竹梢，竹根和折断处，设折断处离地面的高度 $BC=x$ 尺，则可列方程为 $\underline{\quad x^2+6^2=(20-x)^2\quad}$．



【分析】竹子折断后刚好构成一直角三角形，设竹子折断处离地面 x 尺，则斜边为（$20-x$）尺，利用勾股定理解题即可．

【解答】解：设竹子折断处离地面 x 尺，则斜边为（$20-x$）尺，

根据勾股定理得：$x^2+6^2=(20-x)^2$．

故答案为 $x^2+6^2=(20-x)^2$．

三．解答题（共 3 小题）

17．计算：$(\sqrt{8}\times\sqrt{3}-\sqrt{12})\div\sqrt{6}$．

【分析】根据二次根式的混合运算顺序和运算法则计算可得．

【解答】解：原式＝$(\sqrt{24}-\sqrt{12})\div\sqrt{6}$

$=\sqrt{24}\div\sqrt{6}-\sqrt{12}\div\sqrt{6}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{2}$

$=2-\sqrt{2}$．

18．分解因式：$4ma^2-mb^2$．

【分析】应先提取公因式 $4m$，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【解答】解：$4ma^2-mb^2$，

$=m(4a^2-b^2)$，

$=m(2a+b)(2a-b)$．

19．解方程：$\frac{x}{x+1}=1-\frac{2x}{3(x+1)}$．

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．

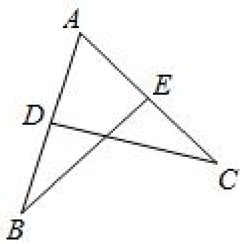
【解答】解：去分母得，$3x=3x+3-2x$，

移项合并同类项得，$2x=3$，

系数化 1 得，$x=\frac{3}{2}$，

检验：$x=\frac{3}{2}$是原方程的解．

20.如图，$AB=AC$，点 D，E 分别是线段 AB，AC 的中点，连接 BE，CD．求证：$\angle B=\angle C$．



【考点】KD：全等三角形的判定与性质．

【专题】14：证明题．

【分析】证明$\triangle ABE\cong\triangle ACD$（$SAS$），即可求解．

【解答】证明：∵点 D，E 分别是线段 AB，AC 的中点，

∴$AD=\frac{1}{2}AB$，$AE=\frac{1}{2}AC$，

∵$AB=AC$，

∴$AD=AE$，

在$\triangle ABE$和$\triangle ACD$中，$AB=AC$，$\angle A=\angle A$，$AD=AE$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle ACD$（$SAS$），

∴$\angle B=\angle C$．

21.下面是小芸设计的“作三角形一边上的高”的尺规作图过程．

已知：$\triangle ABC$．

求作：$\triangle ABC$的边 BC 上的高 AD．

作法：①以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，

交直线 BC 于点 M，N；

②分别以点 M，N 为圆心，以大于$\frac{1}{2}MN$的长为半径画弧，两弧相交于点 P；

③作直线 AP 交 BC 于点 D，则线段 AD 即为所求△ABC 的边 BC 上的高．

根据小芸设计的尺规作图过程，

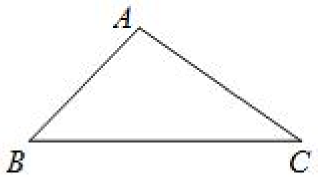
（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明：

证明：∵AM=<u>　AN　</u>，MP=<u>　NP　</u>，

∴AP 是线段 MN 的垂直平分线．（<u>　到一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上　</u>）（填推理的依据）

∴AD⊥BC 于 D，即线段 AD 为△ABC 的边 BC 上的高．



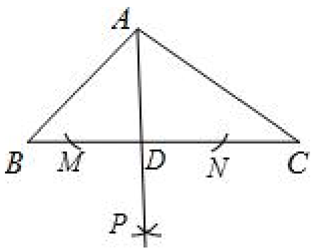
【考点】KG：线段垂直平分线的性质；N3：作图—复杂作图．

【专题】13：作图题．

【分析】（1）利用几何语言画出对应的几何图形；

（2）通过作图得到 AM=AN，MP=NP，则根据线段垂直平分线的性质定理的逆定理可判断 AP 是线段 MN 的垂直平分线，从而得到 AD⊥BC．

【解答】解：（1）补全的图形如图所示；



（2）证明：∵AM=AN，MP=NP，

∴AP 是线段 MN 的垂直平分线（到一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上）

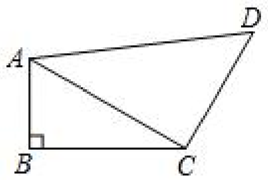
∴AD⊥BC 于 D，即线段 AD 为△ABC 的边 BC 上的高．

故答案为 AN，NP，到一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上．

22．如图，四边形 $ABCD$ 中，∠B=90°，∠ACB=30°，AB=2，CD=3，AD=5．

（1）求证：AC⊥CD；

（2）求四边形 $ABCD$ 的面积．



【考点】KQ：勾股定理；KS：勾股定理的逆定理．

【专题】554：等腰三角形与直角三角形．

【分析】（1）根据直角三角形的性质得到 $AC=2AB=4$，根据跟勾股定理的逆定理即可得到结论；

（2）根据勾股定理得到 $BC=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，根据三角形的面积公式即可得到结论．

【解答】（1）证明：在 Rt△ABC 中，$\angle B=90°$，$\angle ACB=30°$，$AB=2$，

∴$AC=2AB=4$，

在△ACD 中，$AC=4$，$CD=3$，$AD=5$，

∵$4^2+3^2=5^2$，即 $AC^2+CD^2=AD^2$，

∴$\angle ACD=90°$，

∴$AC\perp CD$；

（2）解：在 Rt△ABC 中，$\angle B=90°$，$AB=2$，$AC=4$，

∴$BC=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∴Rt△ABC 的面积为$\frac{1}{2}AB\bullet BC=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$，

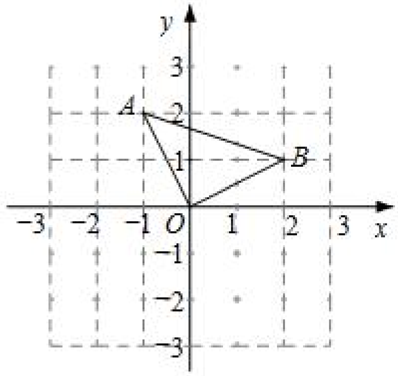
又∵Rt△ACD 的面积为$\frac{1}{2}AC\bullet CD=\frac{1}{2}\times4\times3=6$，

∴四边形 $ABCD$ 的面积为：$2\sqrt{3}+6$．

23.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 O（0，0），A（－1，2），B（2，1）．

（1）在图中画出△AOB 关于 y 轴对称的△A_1OB_1，并直接写出点 A_1 和点 B_1 的坐标；（不写画法，保留画图痕迹）

（2）在 x 轴上存在点 P，使得 $PA+PB$ 的值最小，则点 P 的坐标为__（1，0）__，$PA+PB$ 的最小值为__$3\sqrt{2}$__．



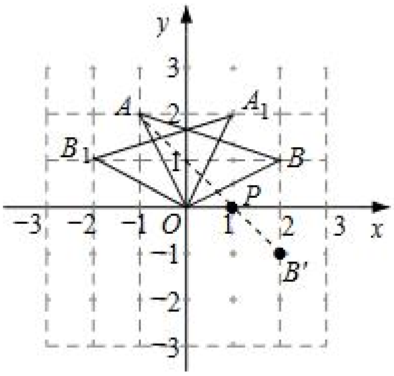
【考点】P7：作图－轴对称变换；PA：轴对称－最短路线问题．

【专题】13：作图题；24：网格型；558：平移、旋转与对称．

【分析】（1）分别作出点 A 和点 B 关于 y 轴的对称点，再与点 O 首尾顺次连接即可得；

（2）作点 B 关于 x 轴的对称点 B'，连接 AB'，与 x 轴的交点即为所求点 P，AB' 的长即为 $PA+PB$ 的最小值，利用勾股定理计算可得答案．

【解答】解：（1）如图所示，$\triangle A_1OB_1$ 即为所求；



由图知 A_1（1，2），B_1（－2，1）；

（2）由图知，点 P 即为所求，点 P 的坐标 P（1，0），

$PA+PB$ 的最小值为 $\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

故答案为：（1，0），$3\sqrt{2}$．

24．先化简，再求值：$\left(1-\frac{2}{m-2}\right)\div\frac{m^2-16}{m^2-2m}$，其中 $m=2019$．

【考点】6D：分式的化简求值．

【专题】11：计算题；513：分式．

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 m 的值代入计算可得．

【解答】解：原式＝（$\frac{m-2}{m-2}-\frac{2}{m-2}$）$\cdot\frac{m(m-2)}{(m+4)(m-4)}$

$=\frac{m-4}{m-2}\cdot\frac{m(m-2)}{(m+4)(m-4)}$

$=\frac{m}{m+4}$，

当 m＝2019 时，原式$=\frac{2019}{2019+4}=\frac{2019}{2023}$.

25.下面是两位同学的一段对话：

聪聪：周末我们去国家博物馆参观“伟大的变革－－庆祝改革开放 40 周年大型展览”吧.

明明：好啊，我家离国家博物馆约 30*km*，我坐地铁先走，地铁的平均行驶速度是公交车的 1.5 倍呢.

聪聪：嗯，我周末住奶奶家，离国家博物馆只有 5*km*，坐公交车，你出发 40 分钟后我再出发就能和你同时到达.

根据对话内容，请你求出公交车和地铁的平均行驶速度.

【考点】B7：分式方程的应用.

【专题】522：分式方程及应用.

【分析】根据题意列出分式方程，解方程得到答案.

【解答】解：设公交车平均行驶速度为 x*km*/*h*，则地铁的平均行驶速度为 1.5x*km*/*h*，

根据题意，得$\frac{30}{1.5x}-\frac{5}{x}=\frac{40}{60}$，

解得，x＝22.5，

经检验：x＝22.5 是所列方程的解，且符合题意，

5x＝1.5×22.5＝33.75*km*/*h*.

答：公交车和地铁的平均行驶速度分别为 22.5 *km*/*h* 和 33.75*km*/*h*.

26.阅读下列材料：

在因式分解中，把多项式中某些部分看作一个整体，用一个新的字母代替（即换元），不仅可以简化要分解的多项式的结构，而且能使式子的特点更加明显，便于观察如何进行因式分解，我们把这种因式分解的方法称为“换元法”.

下面是小涵同学用换元法对多项式（x^2-4x+1）（x^2-4x+7）+9 进行因式分解的过程.

解：设 $x^2-4x=y$

原式＝（y+1）（y+7）+9（第一步）

＝y^2+8y+16（第二步）

$=(y+4)^2$（第三步）

$=(x^2-4x+4)^2$（第四步）

请根据上述材料回答下列问题：

（1）小涵同学的解法中，第二步到第三步运用了因式分解的 $\underline{\ C\ }$；

A. 提取公因式法　　　　*B*. 平方差公式法　　　　*C*. 完全平方公式法

（2）老师说，小涵同学因式分解的结果不彻底，请你写出该因式分解的最后结果：$\underline{(x-2)^4}$；

（3）请你用换元法对多项式 $(x^2+2x)(x^2+2x+2)+1$ 进行因式分解．

【考点】54：因式分解－运用公式法．

【专题】23：新定义；512：整式．

【分析】（1）根据完全平方公式进行分解因式；

（2）最后再利用完全平方公式将结果分解到不能分解为止；

（3）根据材料，用换元法进行分解因式．

【解答】解：（1）故选：*C*；

（2）$(x^2-4x+1)(x^2-4x+7)+9$，

设 $x^2-4x=y$，

原式$=(y+1)(y+7)+9$，

$=y^2+8y+16$，

$=(y+4)^2$，

$=(x^2-4x+4)^2$，

$=(x-2)^4$；

故答案为：$(x-2)^4$；

（3）设 $x^2+2x=y$，

原式$=y(y+2)+1$，

$=y^2+2y+1$，

$=(y+1)^2$，

$=(x^2+2x+1)^2$，

$=(x+1)^4$．

27. 已知 $BC=5$，$AB=1$，$AB\perp BC$，射线 $CM\perp BC$，动点 P 在线段 BC 上（不与点 B，C 重合），过点 P 作 $DP\perp AP$ 交射线 CM 于点 D，连接 AD．

（1）如图1，若 $BP=4$，判断△ADP 的形状，并加以证明.

（2）如图2，若 $BP=1$，作点 C 关于直线 DP 的对称点 C'，连接 AC'.

①依题意补全图2；

②请直接写出线段 AC' 的长度.

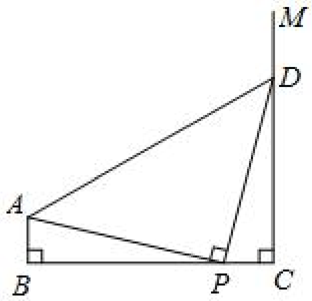


图1

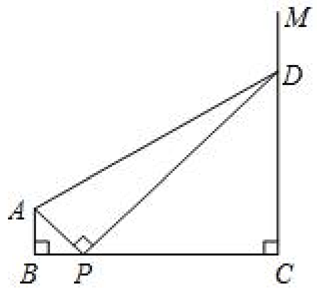


图2

【考点】KY：三角形综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】（1）先判断出 $PC=AB$，再用同角的余角相等判断出∠APB=∠PDC，得出△ABP≌△PCD（AAS），即可得出结论；

（2）①利用对称的性质画出图形；

②先求出 $CP=4$，$AB=AP$，∠$CPD=45°$，进而得出 $C'P=CP=4$，∠$C'PD$=∠$CPD=45°$，再判断出四边形 $BQC'P$ 是矩形，进而求出 $AQ=BQ-AB=3$，最后用勾股定理即可得出结论.

【解答】（1）△ADP 是等腰直角三角形.

证明：∵$BC=5$，$BP=4$，

∴$PC=1$，

∵$AB=1$，

∴$PC=AB$.

∵$AB\perp BC$，$CM\perp BC$，$DP\perp AP$，

∴∠B=∠$C=90°$，

∠APB+∠$DPC=90°$，∠PDC+∠$DPC=90°$，

∴∠APB=∠PDC，

在△ABP 和△PCD 中，$\begin{cases}\angle B=\angle C\\ \angle APB=\angle PDC\\ AB=PC\end{cases}$

∴△ABP≌△PCD（AAS）

∴$AP=PD$，

∵$\angle APD=90^\circ$，

∴$\triangle ADP$是等腰直角三角形．

（2）①依题意补全图2；

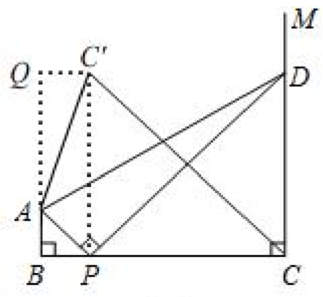


图2

②∵$BP=1$，$AB=1$，$BC=5$，

∴$CP=4$，$AB=AP$，

∵$\angle ABP=90^\circ$，

∴$\angle APB=45^\circ$，

∵$\angle APD=90^\circ$，

∴$\angle CPD=45^\circ$，

连接$C'P$，

∵点C与C'关于DP对称，

∴$C'P=CP=4$，$\angle C'PD=\angle CPD=45^\circ$，

∴$\angle CPC'=90^\circ$，

∴$\angle BPC'=90^\circ$，

过点C'作$C'Q\perp BA$交BA的延长线于Q，

∴$\angle Q=90^\circ=\angle ABP=\angle BPC'$，

∴四边形$BQC'P$是矩形，

∴$C'Q=BP=1$，$BQ=C'P=4$，

∴$AQ=BQ-AB=3$，

在$Rt\triangle AC'Q$中，$AC'=\sqrt{10}$

28．一般情况下，$\frac{b}{a}+\frac{1}{b}=\frac{3}{ab}+1$不成立，但有些数可以使得它成立，例如：$a=1$，$b=2$．

我们称使得$\frac{b}{a}+\frac{1}{b}=\frac{3}{ab}+1$成立的一对数$a$，$b$为“相伴数对”，记为（$a$，$b$）．

（1）判断数对（－2，1），（3，3）是否是“相伴数对”；

（2）若（k，－1）是“相伴数对”，求 k 的值；

（3）若（4，m）是“相伴数对”，求代数式$\frac{4m-[3m^2-2(4m-1)]}{3m(m-4)}$的值．

【考点】45：整式的加减—化简求值．

【专题】512：整式．

【分析】（1）利用“相伴数对”的定义化简，计算即可求出 b 的值；

（2）根据“相伴数对”的定义解答即可；

（3）利用“相伴数对”定义得到 $m^2-4m=-1$，原式去括号整理后代入计算即可求出值．

【解答】解：（1）$\because \frac{1}{-2}+\frac{1}{1}\neq\frac{3}{-2\times1}+1$，$\therefore$（－2，1）不是“相伴数对”；

$\because \frac{3}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3\times3}+1$，

$\therefore$（3，3）是“相伴数对”；

（2）$\because$（k，－1）是“相伴数对”，

$\therefore \frac{-1}{k}+\frac{1}{-1}=\frac{3}{-k}+1$，

解得 $k=1$；

（3）$\because$（4，m）是“相伴数对”，

$\therefore \frac{m}{4}+\frac{1}{m}=\frac{3}{4m}+1$，

$\therefore m^2-4m=-1$，

$\therefore \frac{4m-[3m^2-2(4m-1)]}{3m(m-4)}=\frac{4m-(3m^2-8m+2)}{3(m^2-4m)}$

$=\frac{-3m^2+12m-2}{3(m^2-4m)}$

$=\frac{-3(m^2-4m)-2}{3(m^2-4m)}$

$=\frac{-3\times(-1)-2}{3\times(-1)}=-\frac{1}{3}$．