海淀区初三第一学期期末学业水平调研 2022.1

参考答案及评分标准

第一部分 选择题

一、选择题 （共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	B	B	A	D	C

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．不唯一，例如 $y=-x$， $y=1-x^2$ 等

10． $\frac{3}{5}$

11． $<$

12．（2，2）

13． $k<1$

14． 70°

15．9.3

16．（1）1，（2）不唯一，A/A 或 B/A 均可

三、解答题（共 68 分，第 17-21 题，每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.（本题满分 5 分）

解： $x^2-6x+9=1$

$(x-3)^2=1$

$x-3=\pm 1$

$x_1=4$， $x_2=2$．

18.（本题满分 5 分）

解： $a(2a-7)+5 = 2a^2-7a+5$ ．

$\because$ a 是方程 $2x^2-7x-1=0$ 的根，

$\therefore$ $2a^2-7a-1=0$．

$\therefore$ $2a^2-7a=1$．

$\therefore$ 原式 $=6$．

19.（本题满分 5 分）

（1）解：∵ 抛物线 $y=a(x-3)^2-1$ 经过点（2，1），

∴ $a-1=1$．

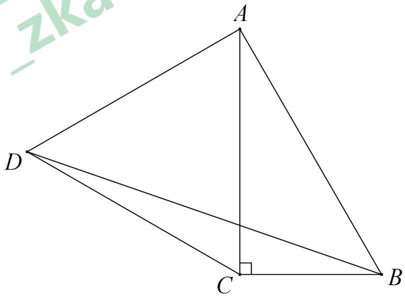
解得：$a=2$．

∴ 该抛物线的表达式为 $y=2(x-3)^2-1$．

（2）1．

20.（本题满分 5 分）

（1）如图所示:



（2）解：∵ $\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，$BC=1$，

∴ $AB=2BC=2$．

∴ $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{3}$．

∵ 线段 CA 绕点 C 逆时针旋转 60°得到线段 CD，

∴ $CA=CD$ 且 $\angle ACD=60°$．

∴ $\triangle ACD$ 是等边三角形．

∴ $AD=AC=\sqrt{3}$，$\angle DAC=60°$．

∴ $\angle DAB=\angle DAC+\angle CAB=90°$．

∴ 在 Rt$\triangle ABD$ 中，$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{7}$．

21.（本题满分 5 分）

（1）经过半径外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线；

（2）$\dfrac{(\pi+1)r}{2}$，$\dfrac{(\pi-1)r}{2}$；

（3）πr^2．

22．（本题满分 6 分）

（1）证明：依题意，得

$$\Delta=(2-m)^2-4(1-m)=m^2-4m+4-4+4m=m^2.$$

∵ $m^2\ge 0$，

∴ $\Delta\ge 0$.

∴ 该方程总有两个实数根.

（2）解：解方程，得 $x_1=-1$， $x_2=m-1$.

∵ $m<0$，

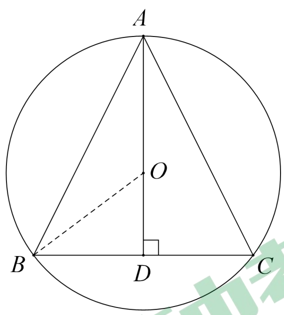
∴ $-1>m-1$.

∵该方程的两个实数根的差为 3，

∴ $-1-(m-1)=3$.

∴ $m=-3$.

23．（本题满分 5 分）



（1）证明：在⊙O 中，

∵ $OD\perp BC$ 于 D，

∴ $BD=CD$.

∴ AD 垂直平分 BC.

∴ $AB=AC$.

（2）解：连接 OB，

∵ $BC=8$，又由（1）得 $BD=CD$，

∴ $BD=\frac{1}{2}BC=4$.

∵ $OA=OB=5$，

∴ $OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=3$.

∴ $AD=AO+OD=8$.

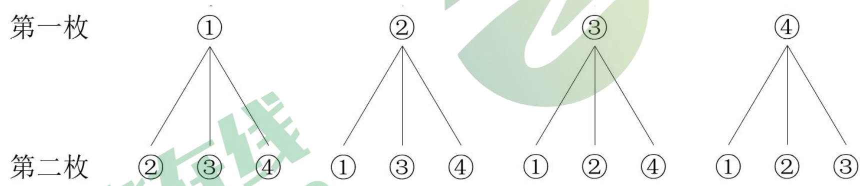
∴ △ABC 的面积 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=32$.

24．（本题满分 6 分）

（1）$\frac{1}{4}$；

（2）解：直接使用图中的序号代表四枚邮票.

方法一：由题意画出树状图



由树状图可知，所有可能出现的结果共有 12 种，即①②，①③，①④，②①，②③，②④，③①，③②，③④，④①，④②，④③，并且它们出现的可能性相等. 其中，恰好抽到“高山滑雪”和“自由式滑雪”（记为事件 A）的结果有 2 种，即②④或④②.

∴ $P(A)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

方法二：由题意列表

第二枚 / 第一枚	①	②	③	④
①		①②	①③	①④
②	②①		②③	②④
③	③①	③②		③④
④	④①	④②	④③	

由表可知，所有可能出现的结果共有 12 种，即①②，①③，①④，②①，②③，②④，③①，③②，③④，④①，④②，④③，并且它们出现的可能性相等. 其中，恰好抽到“高山滑雪”和“自由式滑雪”（记为事件 A）的结果有 2 种，即②④或④②.

∴ $P(A)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

25．（本题满分 6 分）

（1）证明：

∵ C，A，D，F 在⊙O 上，$\angle CAF=90°$，

∴ $\angle D=\angle CAF=90°$.

∵ $AB\perp CE$，$BG\perp DF$，

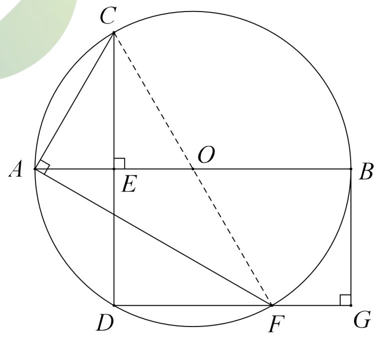
∴ $\angle BED=\angle G=90°$.

∴ 四边形 $BEDG$ 中，$\angle ABG=90°$.

∴ 半径 $OB\perp BG$.

∴ BG 是⊙O 的切线.

（2）解：连接 CF，



∵ $\angle CAF=90°$，

∴ CF 是⊙O 的直径.

∴ $OC=OF$.

∵ 直径 $AB\perp CD$ 于 E，

∴ $CE=DE$.

∴ OE 是△CDF 的中位线.

∴ $OE=\frac{1}{2}DF=2$.

∵ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，$\angle AFD=30°$，

∴ $\angle ACD=\angle AFD=30°$.

∴ $\angle CAE=90°-\angle ACE=60°$.

∵ $OA=OC$，

∴ △AOC 是等边三角形.

∵ $CE\perp AB$，

∴ E 为 AO 中点，

∴ $OA=2OE=4$，$OB=4$.

∴ $BE=BO+OE=6$.

∵ $\angle BED=\angle D=\angle G=90°$，

∴ 四边形 $BEDG$ 是矩形.

∴ $DG=BE=6$.

∴ $FG=DG-DF=2$.

26.（本题满分 6 分）

（1）解：依题意，

∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 过点（0，3），（4，3），

∴ 该抛物线的对称轴为直线 $x=2$.

（2）解：∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 对称轴为直线 $x=2$，

∴ $-\frac{b}{2a}=2$，即 $b=-4a$ ①.

$\because\ m>0$，

$\therefore\ 2-m<2<2+2m$.

$\because\ a>0$，抛物线开口向上，

$\therefore$ 当 $x=2$ 时，函数值在 $2-m\le x\le 2+2m$ 上取得最小值 -1.

即 $4a+2b+3=-1$ ②.

联立①②，解得 $a=1$，$b=-4$.

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=x^2-4x+3$，即 $y=(x-2)^2-1$.

$\because m>0$，

$\therefore$ 当 $2-m\le x\le 2$ 时，y 随 x 的增大而减小，当 $x=2-m$ 时取得最大值，

当 $2\le x\le 2+2m$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x=2+2m$ 时取得最大值，

$\because$ 对称轴为 $x=2$，

$\therefore x=2-m$ 与 $x=2+m$ 时的函数值相等.

$\because 2<2+m<2+2m$，

$\therefore$ 当 $x=2+2m$ 时的函数值大于当 $x=2+m$ 时的函数值，即 $x=2-m$ 时的函数值.

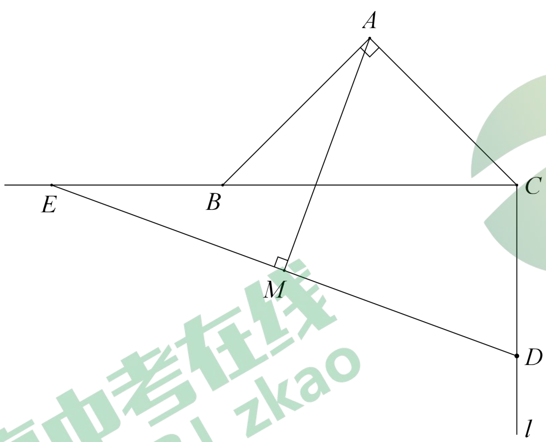
$\therefore$ 当 $x=2+2m$ 时，函数值在 $2-m\le x\le 2+2m$ 上取得最大值 3.

代入有 $4m^2-1=3$，舍去负解，得 $m=1$.

（3）存在，$n=1$.

27.（本题满分 7 分）

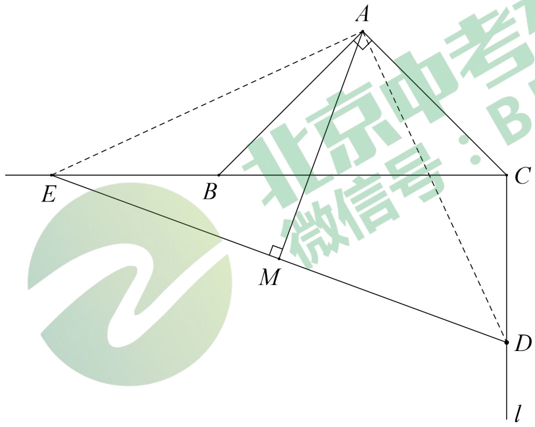
（1）补全图形如下图，



DM 与 ME 之间的数量关系为 $DM=ME$.

证明：连接 AE，AD，

$\because\ \angle BAC=90°$，$AB=AC$，



∴ $\angle ABC=\angle ACB=45°$.

∴ $\angle ABE=180°-\angle ABC=135°$.

∵ 由旋转，$\angle BCD=90°$，

∴ $\angle ACD=\angle ACB+\angle BCD=135°$.

∴ $\angle ABE=\angle ACD$.

∵ $AB=AC$，$BE=CD$，

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACD$.

∴ $AE=AD$.

∵ $AM\perp DE$ 于 M，

∴ $DM=EM$.

（2）$CD=\sqrt{2}$

证明：连接 AD，AE，BM.

∵ $AB=AC=1$，$\angle BAC=90°$，

∴ $BC=\sqrt{2}$.

∵ $BE=CD=\sqrt{2}$，

∴ $BE=BC$.

∵ 由（1）得 $DM=EM$，

∴ BM 是$\triangle CDE$ 的中位线.

∴ $BM=\frac{1}{2}CD$，$BM // CD$.

∴ $\angle EBM=\angle ECD=90°$.

∵ $\angle ABE=135°$，

∴ $\angle ABM=135°=\angle ABE$.

∵ N 为 BE 中点，

∴ $BN=\frac{1}{2}BE=\frac{1}{2}CD$.

∴ $BM=BN$.

∵ $AB=AB$，

∴ $\triangle ABN \cong \triangle ABM$.

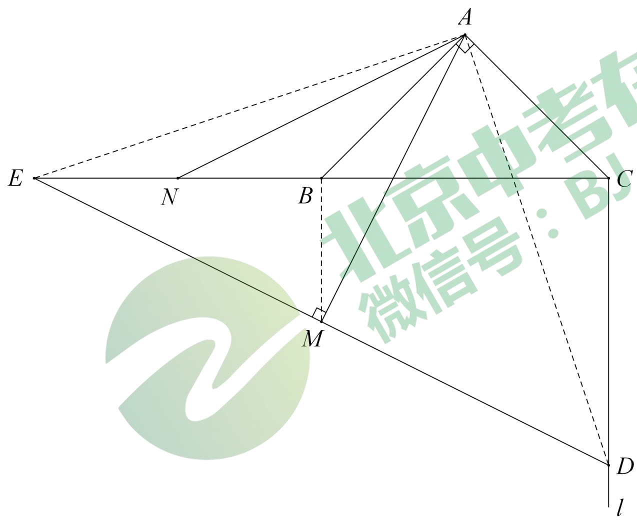
∴ $AN=AM$.

∵ 由（1），$\triangle ABE \cong \triangle ACD$，

∴ $\angle EAB=\angle DAC$，$AD=AE$.

∵ $\angle BAC=\angle DAC+\angle DAB=90°$，

∴ $\angle EAD=90°$.



∵ $DM=EM$，

∴ $AM=\frac{1}{2}DE$.

∴ $AN=\frac{1}{2}DE$.

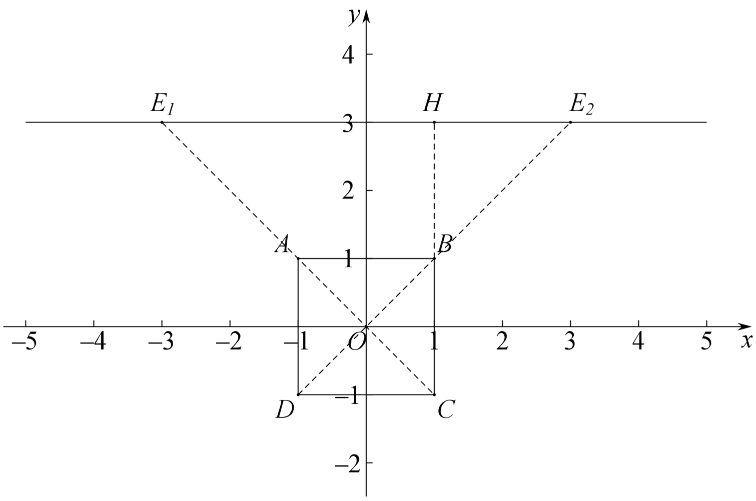
28.（本题满分 7 分）

（1）① 2；

② P_3；

（2）解：如图所示，正方形 $ABCD$ 上的任意两点间距离的最大值为 $2\sqrt{2}$.

依题意，若点 E（t，3）是正方形 $ABCD$ 的“倍点”，则点 E 到 $ABCD$ 上的点的最大距离恰好为 $4\sqrt{2}$.



当 $t<0$ 时，点 E 到 $ABCD$ 上的点的最大距离为 EC 的长．取点 H（1，3），则 $CH\perp EH$ 且 $CH=4$，此时可求得 $EH=4$，从而点 E 的坐标为 $E_1\left(-3,3\right)$，即 $t=-3$；

当 $t>0$ 时，点 E 到 $ABCD$ 上的点的最大距离为 ED 的长.由对称性可得点 E 的坐标为 $E_2\left(3,3\right)$，即 $t=3$.

当 $t=0$ 时，显然不符合题意.

综上，t 的值为 3 或 –3 .

（3）$24\sqrt{15}\,\pi$.