



北京十一学校 2023-2024 学年度第 5 学段常规初二年级初中数学课程教与学诊断 (2023.10)

命题人: 张卫锋

考试时间: 90 分钟

满分: 100 分

注意事项:

1. 本试卷共 3 页, 共三道大题, 28 道小题.
2. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效.

一、选择题 (共 30 分, 每小题 3 分)

1. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=3$ ,  $AC=5$ , 第三边  $BC$  的取值范围是 ( )  
 A.  $8 < BC < 13$       B.  $4 < BC < 12$       C.  $2 < BC < 8$       D.  $1 < BC < 2$
2. 生物学家发现了一种病毒, 其长度约为  $0.00000032$  mm, 数据  $0.00000032$  用科学记数法表示正确的是 ( )  
 A.  $3.2 \times 10^8$       B.  $3.2 \times 10^7$       C.  $3.2 \times 10^{-8}$       D.  $3.2 \times 10^{-7}$
3. 图书馆的标志是浓缩了图书馆文化的符号, 下列图书馆标志中, 不是轴对称的是 ( )



A



B



C



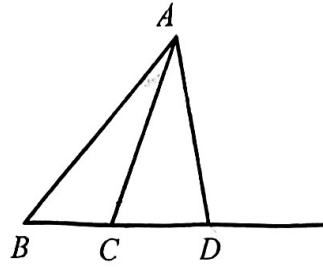
D

4. 若代数式  $\frac{\sqrt{x+3}}{x-1}$  在实数范围内有意义, 则实数  $x$  的取值范围是 ( )  
 A.  $x \neq 1$       B.  $x > -3$  且  $x \neq 1$   
 C.  $x \geq -3$       D.  $x \geq -3$  且  $x \neq 1$
5. 在下列运算中, 正确的是 ( )  
 A.  $(x-y)^2 = x^2 - y^2$       B.  $(2x-y)(2x+y) = 2x^2 - y^2$   
 C.  $(a+2b)^2 = a^2 + 2ab + 4b^2$       D.  $(a+2)(a-3) = a^2 - a - 6$
6. 下列各式中, 计算正确的是 ( )  
 A.  $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$       B.  $\sqrt{30} \div \sqrt{5} = 6$   
 C.  $(\sqrt{3}-1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$       D.  $(-2\sqrt{5})^2 = 10$



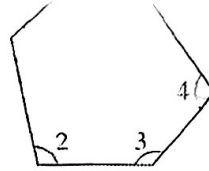
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ABC=50^\circ$ ,  $\angle ACD=70^\circ$ ,  $D$ 为线段 $AB$ 的垂直平分线与直线 $BC$ 的交点, 连结 $AD$ , 则 $\angle CAD=( )$

- A.  $40^\circ$
- B.  $30^\circ$
- C.  $20^\circ$
- D.  $10^\circ$



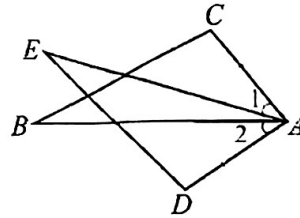
8. 如图,  $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5$  等于 ( )

- A.  $360^\circ$
- B.  $540^\circ$
- C.  $720^\circ$
- D.  $900^\circ$



9. 如图, 已知 $\angle 1=\angle 2$ ,  $AC=AD$ , 要使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ , 还需添加一个条件, 那么在① $AB=AE$ , ② $BC=ED$ , ③ $\angle C=\angle D$ , ④ $\angle B=\angle E$ , 这四个关系中可以选的是 ( )

- A. ①②③
- B. ①②④
- C. ①③④
- D. ②③④



10. 定义运算“ $\ast$ ”： $a \ast b = \begin{cases} \frac{a}{a-b}, & a > b \\ \frac{b}{b-a}, & a < b \end{cases}$ . 若 $5 \ast x = 2$ , 则 $x$ 的值为 ( )

- A.  $\frac{5}{2}$
- B.  $\frac{5}{2}$  或 10
- C. 10
- D.  $\frac{5}{2}$  或  $\frac{15}{2}$

二、填空题 (共 24 分, 每小题 3 分)

11. 若代数式  $\frac{5}{x-2}$  的值为正整数, 则整数  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

12. 如果  $x^2 + mx + 16$  是完全平方式, 则  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

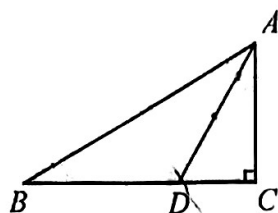
13. 十二边形的外角和为\_\_\_\_\_.

14. 在实数范围内分解因式:  $x^2y - 3y^3 =$ \_\_\_\_\_.

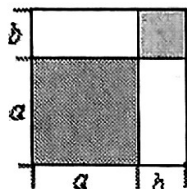
15. 已知点  $A(-3, 2)$ , 则点  $A$  关于直线  $x=3$  的对称点  $B$  坐标为\_\_\_\_\_.



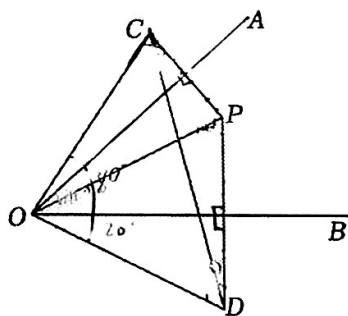
16. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ , 交  $BC$  于点  $D$ , 且  $DA=DB$ . 若  $CD=3$ ,  $BC=$  \_\_\_\_\_.



17. 如图, 边长为  $a$  cm 的正方形, 将它的边长增加  $b$  cm, 根据图形写一个等式 \_\_\_\_\_



18. 如图,  $\angle AOB=40^\circ$ , 点  $P$  为  $\angle AOB$  内一点, 分别作  $P$  点关于直线  $OA, OB$  的对称点  $C, D$ . 连接  $OP, OC, OD, CD, PC, PD$ . 则 (1)  $\angle CPD$  的度数是 \_\_\_\_\_; (2)  $\angle OCP$  的度数是 \_\_\_\_\_.



三、解答题 (共 46 分, 第 19 题 4 分, 第 20 题 10 分, 第 21 题 4 分, 第 22 题 4 分, 第 23 题 4 分, 第 24 题 5 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 5 分, 第 27 题 5 分)

19. 分解因式: (1)  $x(x-a)+y(a-x)$

(2)  $x^3y-10x^2y+25xy$

20. 计算: (1)  $\sqrt{9}+(2-\pi)^0-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

(2)  $(\sqrt{8}\times\sqrt{3}-\sqrt{12})\div\sqrt{6}$



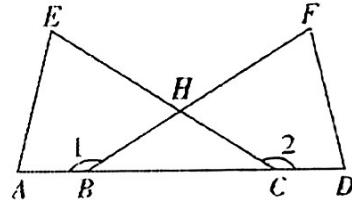
$$(3) \sqrt[3]{-8} + \sqrt{12} - 9\sqrt{\frac{1}{3}} + (3\sqrt{2} + 4)(3\sqrt{2} - 4)$$

$$(4) (x-2)^2 - (x+3)(x-3)$$

$$(5) \frac{1}{x} + \frac{x-2}{x^2+x} \div \frac{x^2-4x+4}{x+1}$$

21. 如图, 点  $A, B, C, D$  在一条直线上, 且  $AB=CD$ , 若  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $EC=FB$ .

求证:  $\angle E = \angle F$ .



22. 解方程  $\frac{x}{x-3} + \frac{6}{x+3} = 1$

23. 已知  $x+2y-1=0$ , 先化简再求代数式的值:  $\frac{2x+4y}{x^2+4xy+4y^2}$ .





(2) 观察、归纳，得出猜想.

如果  $n$  为正整数，用含  $n$  的式子表示上述的运算规律为：\_\_\_\_\_.

(3) 证明你的猜想.

(4) 应用运算规律.

①化简： $\sqrt{2023 + \frac{1}{2025}} \times \sqrt{4050} =$ \_\_\_\_\_；

②若  $\sqrt{a + \frac{1}{b}} = 9\sqrt{\frac{1}{b}}$  ( $a, b$  均为正整数)，则  $a + b$  的值为\_\_\_\_\_.

26. 如图 1，已知等边  $\triangle ABC$ ，点  $D$  在  $BC$  边上， $\angle BAD = \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ )，点  $E$  是点  $D$  关于直线  $AB$  的对称点，点  $F$  在直线  $AC$  上，满足  $EF = AD$ .

(1) 求  $\angle AFE$  的度数；(用含有  $\alpha$  的代数式表示)；

(2) 探究  $AF, BD, DC$  满足的等量关系，并证明；

(3) 如图 2，若点  $D$  在  $CB$  的延长线上，其余条件不变，写出  $AF, BD, DC$  满足的等量关系并证明.

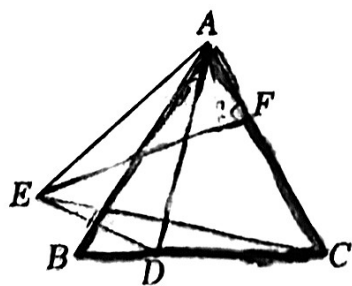


图1

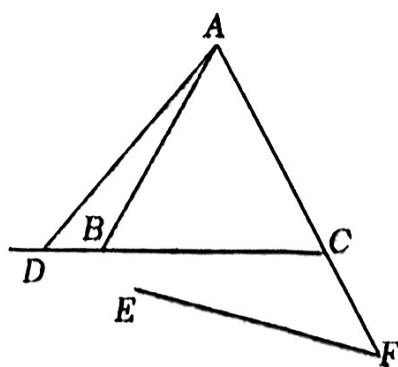


图2



27. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P$ , 点  $M$  给出如下定义: 如果点  $P$  与原点  $O$  的距离为  $a$ , 点  $M$  与点  $P$  的距离是  $a$  的  $k$  倍 ( $k$  为整数), 那么称点  $M$  为点  $P$  的“ $k$  倍关联点”.

(1) 当  $P_1(2.5, 0)$  时,

①如果点  $P_1$  的 4 倍关联点  $M$  在  $x$  轴上, 那么点  $M$  的坐标为\_\_\_\_\_;

②如果点  $M(x, y)$  是点  $P_1$  的  $k$  倍关联点, 且满足  $x = 2.5$ ,  $5 \leq y \leq 6\sqrt{7}$ , 那么整数  $k$  的最大值为\_\_\_\_\_;

(2) 已知在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $A(2b-1, 0)$ ,  $B(2b+1, 0)$ . 若

$P_2(-1, 0)$ , 且在  $\triangle ABC$  的边上存在点  $P_2$  的 4 倍关联点  $Q$ , 求  $b$  的取值范围.