北京交大附中 2022—2023 学年第二学期期中练习

初 一 数 学

2023.04

说明：本试卷共 8 页，共 100 分. 考试时长 90 分钟.

一、选择题（共 30 分，每题 3 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

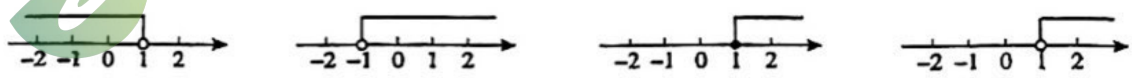
1．在平面直角坐标系中，点（−1，2)所在的象限是（　　）

（A）第一象限　　（B）第二象限　　（C）第三象限　　（D）第四象限

2．下列实数：$-\sqrt{5}$，$\frac{\pi}{2}$，0.1010010001⋯（每相邻两个 1 之间依次增加一个 0），$\frac{22}{3}$，3.14，$\sqrt[3]{9}$，中，无理数的个数是（　　）

（A）1 个　　（B）2 个　　（C）3 个　　（D）4 个

3．下列数轴上，正确表示不等式 $3x-1>2x$ 的解集的是（　　）

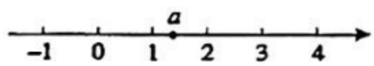


（A）　　（B）　　（C）　　（D）

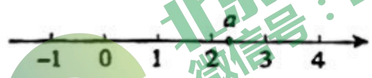
4．下列式子正确的是（　　）

（A）$\sqrt{9}=\pm3$　　（B）$-\sqrt[3]{-8}=2$　　（C）$-\sqrt{16}=4$　　（D）$\sqrt{(-2)^2}=-2$

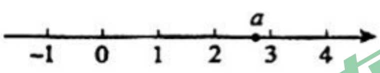
5．若 $a=\sqrt{8}$，把实数 a 在数轴上对应的点的位置表示出来，可能正确的是（　　）



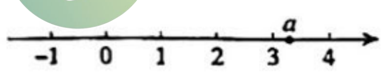
（A）



（B）



（C）



（D）

6．若 $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 是二元一次方程 $x-my=1$ 的一个解，则 m 的值为（　　）

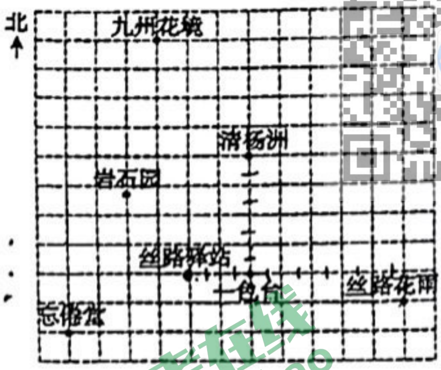
（A）1　　（B）$-\frac{1}{2}$　　（C）−1　　（D）$\frac{1}{2}$

7．下列命题中，假命题是（　　）

（A）同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直　（B）对顶角相等

（C）过一点有且只有一条直线与已知直线平行　（D）如果 $a\parallel b$，$c\parallel b$，那么 $a\parallel c$

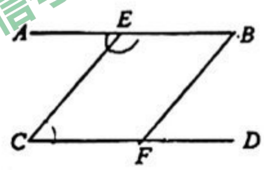
8．在参观北京世园会的过程中，小欣发现可以利用平面直角坐标系表示景点的地理位置，在正方形网格中，她以正东、正北方向为 x 轴、y 轴的正方向建立平面直角坐标系，表示丝路驿站的点坐标为（0，0）．如果表示丝路花雨的点坐标为（7，－1），那么表示清杨洲的点坐标大约为（2，4）；如果表示丝路花雨的点坐标为（14，－2），那么这时表示清杨洲的点坐标大约为（　　）



（A）（4，8）　　　　（B）（5，9）

（C）（9，3）　　　　（D）（1，2）

9．下列条件：①$\angle AEC=\angle C$，②$\angle C=\angle BFD$，③$\angle BEC+\angle C=180°$，其中能判断 $AB\,/\!/\,CD$ 的是（　　）



（A）①②③

（B）①③

（C）②③

（D）①

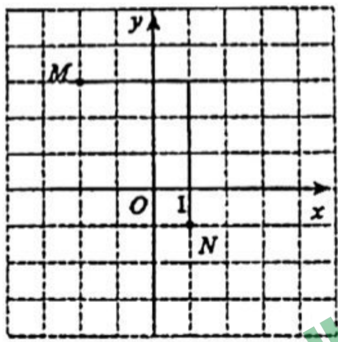
10．我们规定：在平面直角坐标系 xOy 中，任意不重合的两点 M（x_1，y_1），N（x_2，y_2）之间的折线距离为 $d(M,N)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$，例如图①中，点 M（－2，3）与点 N（1，－1）之间的折线距离为 $d(M,N)=|-2-1|+|3-(-1)|=3+4=7$．如图②，已知点 P（3，－4），若点 Q 的坐标为（t，2），且 $d(P,Q)=10$，则 t 的值为（　　）

（A）－1

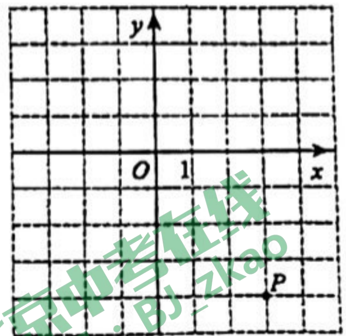
（B）5

（C）5 或－13

（D）－1 或 7



图①



图②

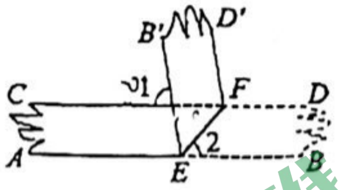
二、填空题：（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

11．9 的算术平方根是__________

12．观察下列表格，写出方程组 $\begin{cases}7x-3y=50\\8x-y=62\end{cases}$ 的解是__________．

$7x-3y=50$	x	…	－1	2	5	8	11	…
	y	…	－19	－12	－5	2	9	…
$8x-y=62$	x	…	－1	2	5	8	11	…
	y	…	－70	－46	－22	2	26	…

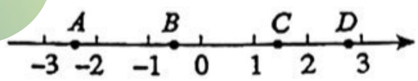
13．如图，纸片的边缘 AB，CD 互相平行，将纸片沿 EF 折叠，使得点 B，D 分别落在点 B'，D' 处．若 $\angle 1=80^\circ$．则 $\angle 2$ 的度数是__________.



14．若一个正数的两个不同的平方根为 $x+1$ 和 $5+2x$，则这个正数的值为__________.

15．已知 $\sqrt{x-2}+\left|x^2-3y-13\right|=0$，则 $x-y=$__________.

16．已知关于 x 的一元一次不等式 $mx+1>5-2x$ 的解集是 $x<\dfrac{4}{m+2}$，如图，数轴上的 A，B，C，D 四个点中，实数 m 对应的点可能是__________.



17．已知：$OA\perp OC$，$\angle AOB:\angle BOC=1:3$．则 $\angle BOC$ 的度数为__________

18．某工厂生产 I 号、II 号两种产品，并将产品按照不同重量进行包装，已知包装产品款式有三种：A 款，B 款，C 款，且三款包装的重量及所含 I 号、II 号产品的重量如下表：

包装款式	包装的重量（吨）	含 I 号新产品的重量（吨）	含 II 号产品的重量（吨）
A 款	6	3	3
B 款	5	3	2
C 款	5	2	3

现用一辆最大载重量为 28 吨的货车一次运送 5 个包装产品，且每种款式至少有 1 个．

（1）若恰好装运 28 吨包装产品，则装运方案中 A 款、B 款、C 款的个数依次为__________；

（2）若装运的 I 号产品不超过 13 吨，同时装运的 II 号产品最多，则装运方案中 A 款、B 款、C 款个数依次为__________．（写出一种即可）

三、解答题（本题共 54 分，第 19、20 题各 4 分；第 21 题 8 分；第 22、23、24 题各 4 分；第 25 题 6 分、第 26 题 7 分；27 题各 6 分，第 28 题 7 分）

19．计算：$\sqrt[3]{-27}+\sqrt{(-2)^2}+\left|1-\sqrt{2}\right|$.

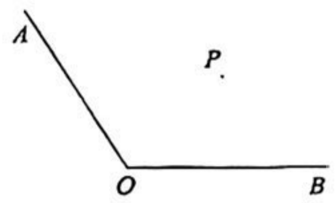
20. 如图，点 P 为 $\angle AOB$ 内一点，根据下列语句画图并回答问题：

（1）画图：①过点 P 画 OB 边的垂线，垂足为点 M；

②过点 P 画 OB 边的平行线，交 OA 于点 N；

（2）连接 OP，则线段 OP 与 PM 的大小关系是________，

依据是________________________________.



21. 解方程或方程组：

（1）$2(x-1)^2=8$

（2）$\begin{cases} x-y=1, \\ 2x+3y=2. \end{cases}$

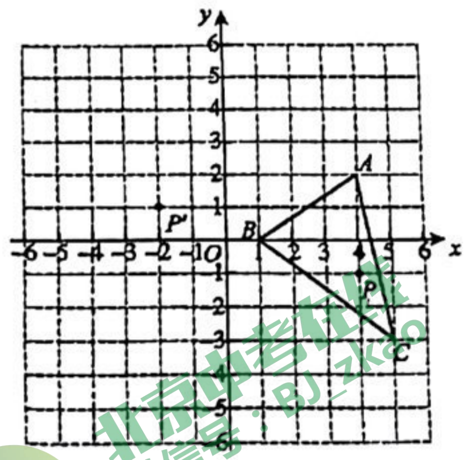
22. 解不等式组 $\begin{cases} 5x-1\le 3(x+1), \\ \dfrac{x+1}{3}-2x<1, \end{cases}$ 并写出这个不等式组的所有整数解.

23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，三角形 ABC 三个顶点的坐标分别是 A（4，2），B（1，0），C（5，−3），三角形 ABC 中任意一点 P（x_0，y_0），经平移后对应点为 P'（x_0-6，y_0+2），将三角形 ABC 作同样的平移得到三角形 $A'B'C'$，点 A，B，C 的对应点分别为 A'，B'，C'.

（1）点 A'、B' 的坐标分别为____________；

（2）画出三角形 $A'B'C'$；

（3）直接写出三角形 $A'B'C'$的面积.



24. 填空，完成下列说理过程：

已知：如图，点 E，F 分别在线段 AB，CD上，$AB \parallel CD$，$\angle BED=\angle AFC$.

求证：$\angle A+\angle AED=180°$.

证明：∵ $AB \parallel CD$（已知），

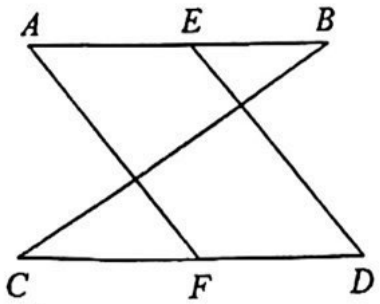
∴ $\angle BED=\angle D$（________________）.

∵ $\angle BED=\angle AFC$（已知），

∴ $\angle D=\angle AFC$（________________）

∴ $AF \parallel ED$（________________）.

∴ $\angle A+\angle AED=180°$（________________）.



25. 列方程（组）或不等式（组）解决实际问题：

“冰墩墩”和“雪容融”作为第 24 届北京冬奥会和冬残奥会的吉祥物深受大家喜爱．某公司为奖励在趣味运动会上取得好成绩的员工，计划购买“冰墩墩”和“雪容融”玩偶共 20 件作为奖品．已知“冰墩墩”玩偶的零售单价是 198 元，“雪容融”玩偶的零售单价是 100 元．

（1）如果购买“冰墩墩”和“雪容融”玩偶共花费了 2784 元，求“冰墩墩”和“雪容融”玩偶各购买了多少件？

（2）如果购买“雪容融”玩偶的件数不超过“冰墩墩”玩偶件数的 2 倍，请为该公司设计一种最省钱的购买方案．

26. 将二元一次方程组的解中的所有数的全体记为 M，将不等式（组）的解集记为 N，给出定义：若 M 中的数都在 N 内，则称 M 被 N 包含；若 M 中至少有一个数不在 N 内，则称 M 不能被 N 包含．

如，方程组 $\begin{cases}x=0\\x+y=2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}$，记 A：$\{0,2\}$，方程组 $\begin{cases}x=0\\x+y=4\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=0\\y=4\end{cases}$，

记 B：$\{0,4\}$，不等式 $x-3<0$ 的解集为 $x<3$，记 H：$x<3$．

因为 0，2 都在 H 内，所以 A 被 H 包含；因为 4 不在 H 内，所以 B 不能被 H 包含．

（1）将方程组 $\begin{cases}2x-y=5\\3x+4y=2\end{cases}$ 的解中的所有数的全体记为 C，将不等式 $x+1\geqslant 0$ 的解集记为 D，请问 C 能否被 D 包含？说明理由；

（2）将关于 x，y 的方程组 $\begin{cases}2x+3y-5a=-1\\x-2y+a=3\end{cases}$ 的解中的所有数的全体记为 E，将不等式组 $\begin{cases}3(x-2)\geqslant x-4\\\dfrac{2x+1}{3}>x-1\end{cases}$ 的解集记为 F，若 E 不能被 F 包含，求实数 a 的取值范围．

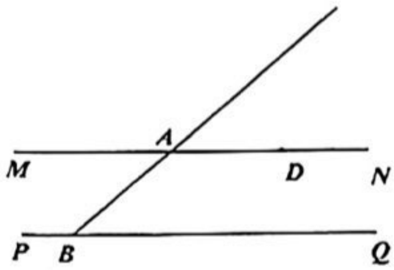
27．已知：直线 MN，PQ 被射线 BA 截于 A，B 两点，且 $MN /\!/ PQ$，点 D 是直线 MN 上一定点，C 是射线 BA 上一动点，连结 CD，过点 C 作 $CE \perp CD$ 交直线 PQ 于点 E.

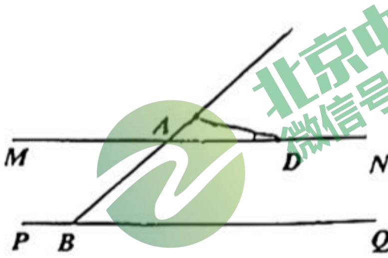
（1）若点 C 在线段 AB 上.

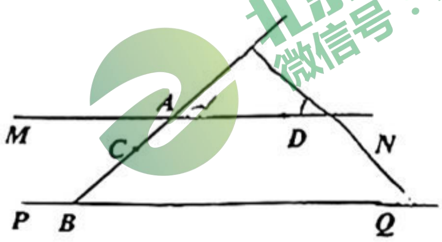
①依题意，补全图形；

②请写出 $\angle ADC$ 和 $\angle CEB$ 的数量关系，并证明.

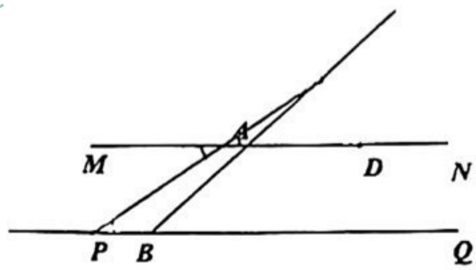
（2）若点 C 在线段 BA 的延长线上，直接写出 $\angle ADC$ 和 $\angle CEB$ 的数量关系，不必证明.







备用图



备用图

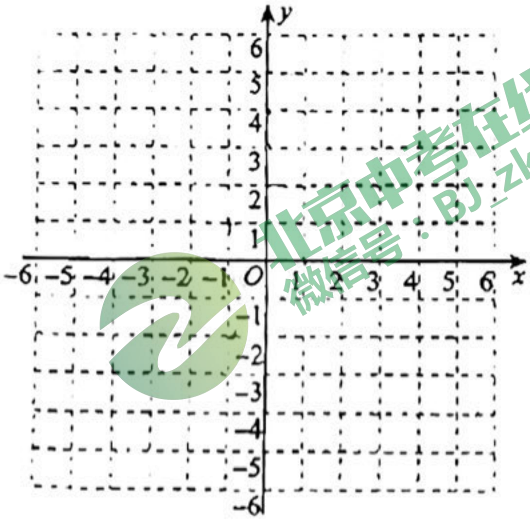
28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于给定的两点 P，Q，若存在点 M，使得$\triangle MPQ$的面积等于 1，即 $S_{\triangle MPQ}=1$，则称点 M 为线段 PQ 的"单位面积点"，解答下列问题：

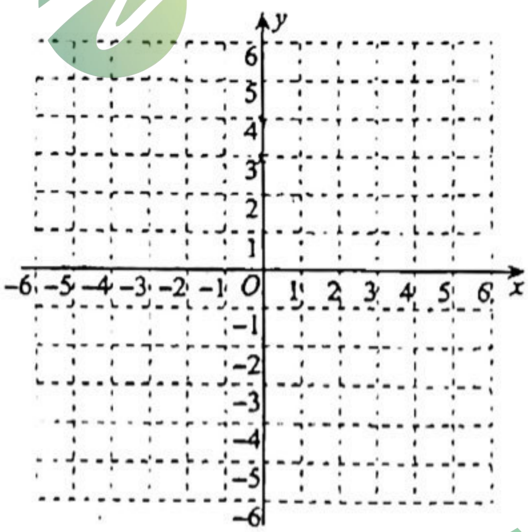
如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 的坐标为（1，0）.

（1）在点 A（1，2），B（-1，1），C（-1，-2），D（2，-4）中，线段 OP 的"单位面积点"是__________；

（2）已知点 E（0，3），F（0，4），将线段 OP 沿 y 轴向上平移 t（$t>0$）个单位长度，使得线段 EF 上存在线段 OP 的"单位面积点"，直接写出 t 的取值范围__________.

（3）已知点 Q（1，-2），H（0，-1），点 M，N 是线段 PQ 的两个"单位面积点"，点 M 在 HQ 的延长线上，若 $S_{\triangle HMN}\geq\sqrt{3}S_{\triangle PQN}$，求出点 N 纵坐标的取值范围.





北京交大附中 2022—2023 学年第二学期期中练习

初 一 数 学 答 案

一、选择题（共 30 分，每题 3 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. B　2. D　3. D　4. B　5. C　6. A　7. C　8. A　9. B　10. D

二、填空题：（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

11．3　　12．$\begin{cases}x=8\\y=2\end{cases}$　　13．50°　　14．1　　15．5　　16．点 A

17．67.5° 或 135°

18．（1）3，1，1　　（2）如：1，1，3 或 2，1，2

三、解答题（本题共 54 分，第 19、20 题各 4 分；第 21 题 8 分；第 22、23、24 题各 4 分；第 25 题 6 分、第 26 题 7 分；27 题各 6 分，第 28 题 7 分）

19．计算：$\sqrt[3]{-27}+\sqrt{(-2)^2}+\left|1-\sqrt{2}\right|$.

19．解：原式 $=-3+2+\sqrt{2}-1$ ……………………………………………………3 分

$=\sqrt{2}-2.$ ……………………………………………………………4 分

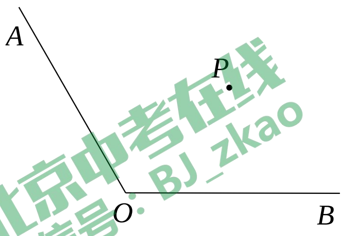
20．如图，点 P 为∠AOB 内一点，根据下列语句画图并回答问题：

（1）画图：①过点 P 画 OB 边的垂线，垂足为点 M；

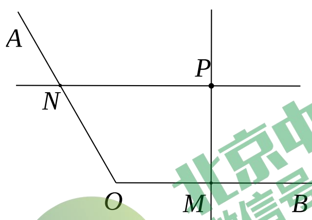
②过点 P 画 OB 边的平行线，交 OA 于点 N；

（2）连接 OP，则线段 OP 与 PM 的大小关系是________，

依据是____________________________.



20．解：(1) 根据语句画图，如下图所示：　　……………………2 分



(2)连接 OP，则线段 OP 与 PM 的大小关系是 <u>$OP>PM$</u>，

依据是 <u>垂线段最短</u>．　　……………………4 分

21．解方程或方程组：

（1）$2(x-1)^2=8$　　　　（2）$\begin{cases} x-y=1, \\ 2x+3y=2. \end{cases}$

（1）

$2(x-1)^2=8$

$(x-1)^2=4$

$x-1=2$或$x-1=-2$ ……………………2 分

$x=3$或$x=-1$ ……………………4 分

（2）解：$\begin{cases} x-y=1, & ① \\ 2x+3y=2. & ② \end{cases}$

①×3，　得 $3x-3y=3$.　③

②+③，得 $5x=5$，

$x=1$. …………………………………………… 2 分

把 $x=1$ 代入①，得 $1-y=1$，

$y=0$. …………………………………………… 3 分

所以这个方程组的解是$\begin{cases} x=1, \\ y=0. \end{cases}$ ………………………………… 4 分

22．解不等式组$\begin{cases} 5x-1\le 3(x+1), \\ \dfrac{x+1}{3}-2x<1, \end{cases}$ 并写出这个不等式组的所有整数解．

22． 解：原不等式组为$\begin{cases} 5x-1\le 3(x+1), ① \\ \dfrac{x+1}{3}-2x<1. ② \end{cases}$

由①，得 $x\le 2$. ……………………………………………………………1 分

由②，得 $x>-\dfrac{2}{5}$ ……………………………………………………………2 分

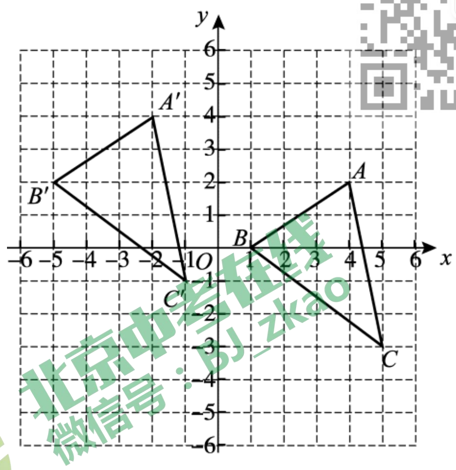
∴原不等式组的解集为$-\dfrac{2}{5}<x\le 2$. ……………………………………………3 分

∴原不等式组的所有整数解为 0，1，2. ………………………………………4 分

23．（1）（−2，4），（−5，2） ……………2 分

（2）如图． …………3 分

（3）8.5………………4 分



24． 填空，完成下列说理过程：

证明：∵ $AB \parallel CD$（已知），

∴ $\angle BED = \angle D$（ 两直线平行，内错角相等 ）． …………………1 分

∵ $\angle BED = \angle AFC$（已知），

∴ $\angle D = \angle AFC$（ 等量代换 ）． …………………2 分

∴ $AF \parallel ED$（ 同位角相等，两直线平行 ）． …………………3 分

∴ $\angle A + \angle AED = 180°$（ 两直线平行，同旁内角互补）． ……….4 分

25．(1)解法一：设购买“冰墩墩”玩偶 x 件，购买“雪容融”玩偶 y 件，

由题意得，$\begin{cases} x + y = 20, \\ 198x + 100y = 2784. \end{cases}$ ……………………2 分

解得，$\begin{cases} x = 8, \\ y = 12. \end{cases}$

答：购买“冰墩墩”玩偶 8 件，购买“雪容融”玩偶 12 件． ……………………3 分

解法二：设“冰墩墩”玩偶 x 件，则购买“雪容融”玩偶 $(20-x)$ 件，…………1 分

由题意得，$198x+100(20-x)=2784$， ……………………2 分

解得：$x=8$．

∴$20-x=12$．

答：购买“冰墩墩”玩偶 8 件，购买“雪容融”玩偶 12 件． ……………………3 分

(2) 设购买“冰墩墩”玩偶 x 件，则购买“雪容融”玩偶$(20-x)$件，

由题意得，$20-x\leqslant 2x$， ……………………4 分

解得，$x\geqslant \dfrac{20}{3}$． ……………………5 分

∵x 为正整数，且 $\dfrac{20}{3}=6\dfrac{2}{3}$，

∴x 最小为 7．

∵购买总费用为 $198x+100(20-x)=98x+2000$，

∴x 的值越小，越省钱．

∴当 $x=7$ 时，$20-x=13$，

答：最省钱的购买方案为：购买“冰墩墩”玩偶 7 件和“雪容融”玩偶 13 件………………6 分

26. 解：（1）C 能被 D 包含．理由如下：

解方程组 $\begin{cases}2x-y=5\\3x+4y=2\end{cases}$，得到它的解为 $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$，

∴ C：$\{2,-1\}$． ………………………………………………………………… 1 分

∵ 不等式 $x+1\geqslant 0$ 的解集为 $x\geqslant -1$，

∴ D：$x\geqslant -1$． ……………………………………………………………… 2 分

∵ 2 和−1 都在 D 内，

∴ C 能被 D 包含． ………………………………………………………………… 3 分

（2）解关于 x，y 的方程组 $\begin{cases}2x+3y-5a=-1\\x-2y+a=3\end{cases}$，得到它的解为 $\begin{cases}x=a+1\\y=a-1\end{cases}$，

∴ E：$\{a+1,a-1\}$． ………………………………………………………… 4 分

解不等式组 $\begin{cases}3(x-2)\geqslant x-4\\ \dfrac{2x+1}{3}>x-1\end{cases}$，得它的解集为 $1\leqslant x<4$，

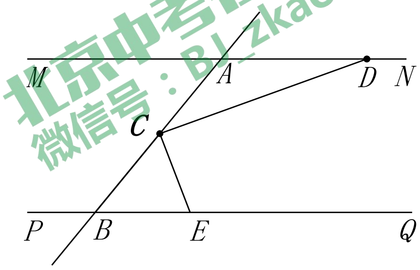
∴ F：$1\leqslant x<4$． ……………………………………………………………… 5 分

∵ E 不能被 F 包含， 且 $a-1<a+1$，

∴ $a-1<1$ 或 $a+1\geqslant 4$．

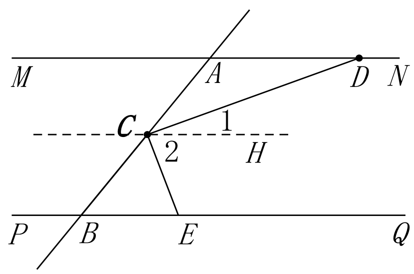
∴ $a<2$ 或 $a\geqslant 3$． 所以实数 a 的取值范围是 $a<2$ 或 $a\geqslant 3$． ………… 7 分

27．解：(1)①补全图形，如图. ……………………………1 分



②∠ADC 和∠CEB 的数量关系：∠ADC+∠CEB=90°. …………………2 分

证明：过点 C 作 CH∥MN.



∴∠1=∠ADC，∠2=∠CEB.

∵CD⊥CE，

∴∠DCE=90°.

即∠1+∠2=90°.

∴∠ADC+∠CEB=90°. ………………………………………………………………4 分

(2) ∠ADC+∠CEB=90°或∠CEB-∠ADC=90 或∠ADC−∠CEB=90°. ……………………6 分

28. 解：（1）$S_{\triangle OPA}=\frac{1}{2}\times1\times1=1$，则点 A 是线段 OP “单位面积点”，

$S_{\triangle OPB}=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，则点 B 不是线段 OP 的“单位面积点”，

$S_{\triangle OPC}=\frac{1}{2}\times1\times2=1$，则点 C 是线段 OP 的“单位面积点”，

$S_{\triangle OPD}=\frac{1}{2}\times1\times4=2$，则点 D 不是线段 OP 的“单位面积点”，......................2 分

答案：点 A，点 C

（2）设点 G 是线段 OP 的“单位面积点”，则 $S_{\triangle OPG}=1$，

∵点 E 的坐标为（0，3），点 F 的坐标为（0，4），且点 G 在线段 EF 上，

∴点 G 的横坐标为 0，

∵$S_{\triangle OPG}=1$，线段 OP 为 y 轴向上平移 t（$t>0$）个单位长度，

当 E 为单位面积点时，$|3-t|=2,$

$\therefore t=1, t=5,$

当 F 为单位面积点时，$|4-t|=2,$

$\therefore t=2, t=6,$

综上所述：$1\le t\le2$ 或 $5\le t\le6$；　......................4 分

（3）∵M，N 是线段 PQ 的两个单位面积点，

∴$S_{\triangle PQM}=1$，$S_{\triangle PQN}=1$，

∵P（1，0），Q（1，-2），

∴$PQ=2$，

∴M，N 的横坐标为 0 或 2，

∵点 M 在 HQ 的延长线上，

∴点 M 的横坐标为 $x_M=2$，

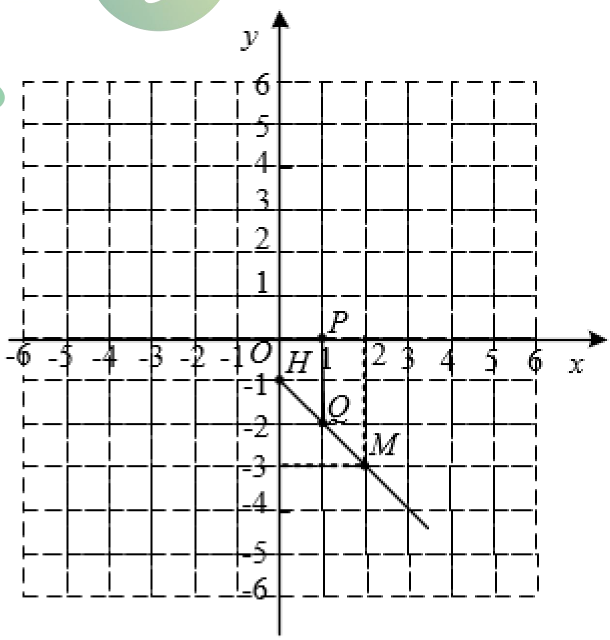
∵$S_{\triangle HMN}\ge\sqrt{3}\,S_{\triangle PQN}$，

∴$S_{\triangle HMN}\ge\sqrt{2}$，

当 $x_N=0$ 时，$S_{\triangle HMN}=\frac{1}{2}\times2\times HN=HN$，

则 $|y_H-y_N|\ge\sqrt{3}$，

∴ $y_N\le-1-\sqrt{3}$ 或 $y_N\ge-1+\sqrt{3}$；



当 x_N=2 时，$S_{\triangle HMN}=\frac{1}{2}\times 2\times MN=MN$，

则 $|y_M-y_N|\geq\sqrt{3}$，

$\therefore y_N\leq -3-\sqrt{3}$ 或 $y_N\geq -3+\sqrt{3}$． ....7 分