

2020.01

考生须知

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 90 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和考试号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、和答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 以下国产新能源汽车的车标图案不是轴对称图形的是



北汽新能源

A



长城新能源

B



东风新能源

C



江淮新能源

D

2. 若代数式
- $\sqrt{x-3}$
- 在实数范围内有意义，则实数
- x
- 的取值范围是

A. $x \neq 3$ B. $x \geq 3$ C. $x \leq 3$ D. $x > 3$

3. 计算
- $(-\frac{a}{2b})^3$
- 的结果是

A. $-\frac{a^3}{8b^3}$ B. $-\frac{a^3}{6b^3}$ C. $-\frac{a^3}{2b^3}$ D. $\frac{a^3}{8b^3}$

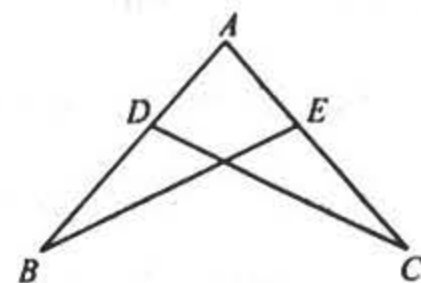
4. 芝麻被称为“八谷之冠”，是世界上最古老的油料作物之一。它作为食品和药物，得到广泛的使用。经测算，一粒芝麻的质量约为 0.000 002 01 kg，将 100 粒芝麻的质量用科学记数法表示约为

A. 20.1×10^{-3} kg B. 2.01×10^{-4} kg
C. 0.201×10^{-5} kg D. 2.01×10^{-6} kg

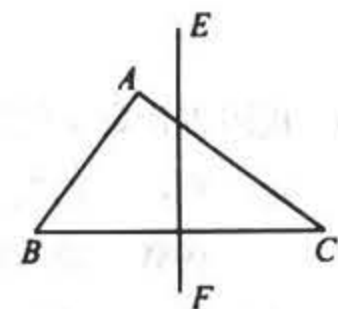
5. 下列计算正确的是

A. $x + x^2 = x^3$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$
C. $x^9 \div x^3 = x^3$ D. $(x^3)^2 = x^6$

6. 如图，
- $AB=AC$
- ，点
- D, E
- 分别在
- AB, AC
- 上，补充下列一个条件后，不能判断
- $\triangle ABE \cong \triangle ACD$
- 的是

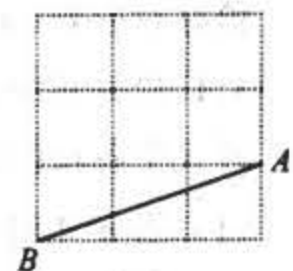
A. $\angle B = \angle C$ B. $AD = AE$
C. $\angle BDC = \angle CEB$ D. $BE = CD$ 

7. 如图，在
- $\triangle ABC$
- 中，
- $AB=3, AC=4, BC=5$
- ，
- EF
- 是
- BC
- 的垂直平分线，
- P
- 是直线
- EF
- 上的任意一点，则
- $PA+PB$
- 的最小值是

A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

8. 如图，每个小方格的边长为 1，
- A, B
- 两点都在小方格的顶点上，点
- C
- 也是图中小方格的顶点，并且
- $\triangle ABC$
- 是等腰三角形，那么点
- C
- 的个数为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

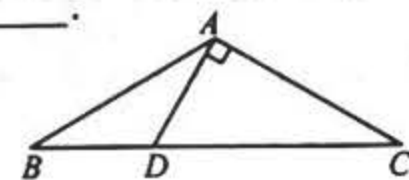
9. 若分式
- $\frac{x-1}{x}$
- 的值为 0，则
- x
- 的值为_____。

10. 点
- $M(3, -4)$
- 关于
- x
- 轴的对称点
- N
- 的坐标是_____。

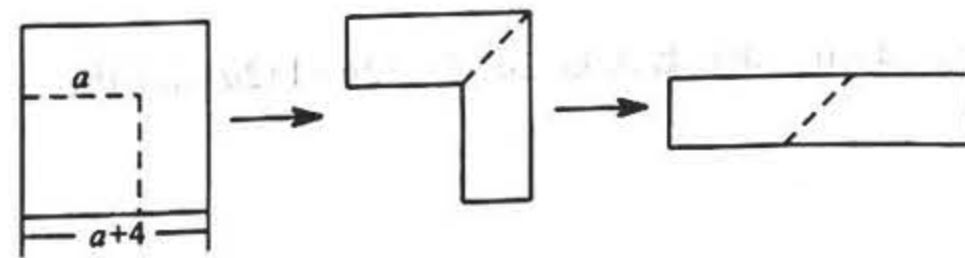
11. 分解因式：
- $m^3 - 4m =$
- _____。

12. 等腰三角形的一个角是
- 50°
- ，它的底角的大小为_____。

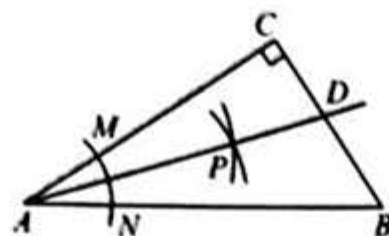
13. 如图，在
- $\triangle ABC$
- 中，
- $AB=AC, \angle BAC=120^\circ, AD \perp AC$
- 交
- BC
- 于点
- D
- 。若
- $AD=3$
- ，则
- $BC=$
- _____。



14. 如图，从边长为
- $a+4$
- 的正方形纸片中剪去一个边长为
- a
- 的正方形 (
- $a > 0$
-)，剩余部分沿虚线剪开，拼成一个长方形（不重叠无缝隙），则长方形的面积为_____。



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 以点 A 为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交 AC , AB 于点 M , N , 再分别以点 M , N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P , 作射线 AP 交 BC 于点 D . 若 $CD=1$, $AB=4$, 则 $\triangle ABD$ 的面积是_____.



16. 我国古代数学的许多创新与发展都曾居世界前列, 其中“杨辉三角”(如图)就是一例, 它的发现比欧洲早五百年左右.

杨辉三角两腰上的数都是1, 其余每个数为它的上方(左右)两数之和. 事实上, 这个三角形给出了 $(a+b)^n$ ($n=1, 2, 3, 4, 5, 6$)的展开式(按 a 的次数由大到小的顺序排列)的系数规律. 例如, 在三角形中第三行的三个数1, 2, 1, 恰好对应着 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 展开式中各项的系数; 第四行的四个数1, 3, 3, 1, 恰好对应着 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 展开式中各项的系数, 等等.

- (1) 当 $n=4$ 时, $(a+b)^4$ 的展开式中第3项的系数是_____;
- (2) 人们发现, 当 n 是大于6的自然数时, 这个规律依然成立, 那么 $(a+b)^7$ 的展开式中各项的系数的和为_____.



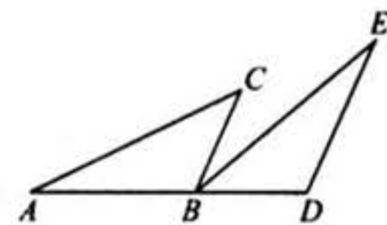
- 三、解答题(本题共68分, 第17-21题, 每小题5分, 第22-24题, 每小题6分, 第25题5分, 第26题6分, 第27-28题, 每小题7分)

17. 计算: $|-4| - \sqrt{(-3)^2} + 3^{-2} - (-2020)^0$.

18. 计算: $(4\sqrt{2} - 3\sqrt{6}) \times \sqrt{8}$.

19. 已知 $2a^2 + 3a - 4 = 0$, 求代数式 $3a(2a+1) - (2a+1)(2a-1)$ 的值.

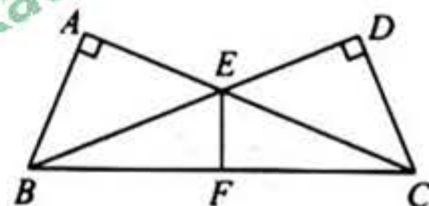
20. 如图, 点 B 是线段 AD 上一点, $BC \parallel DE$, $AB=ED$, $BC=DB$. 求证: $\triangle ABC \cong \triangle EDB$.



21. 解方程: $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{2}{x}$.

22. 先化简, 再求值: $(1 + \frac{1}{x+2}) \div \frac{x^2-9}{x-3}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 2$.

23. 如图, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AB=DC$, AC 与 DB 交于点 E , F 是 BC 中点. 求证: $\angle BEF = \angle CEF$.



24. 已知 a, b, m 都是实数, 若 $a+b=2$, 则称 a 与 b 是关于1的“平衡数”.

- (1) 4与_____是关于1的“平衡数”, $3-\sqrt{2}$ 与_____是关于1的“平衡数”;
- (2) 若 $(m+\sqrt{3})(1-\sqrt{3}) = -2$, 判断 $m+\sqrt{3}$ 与 $2-\sqrt{3}$ 是否是关于1的“平衡数”, 并说明理由.

25. 2019年12月18日,新版《北京市生活垃圾管理条例》正式发布,并将在2020年5月1日起正式实施,这标志着北京市垃圾分类将正式步入法制化、常态化、系统化轨道.目前,相关配套设施的建设已经开启.如图,计划在某小区道路*l*上建一个智能垃圾分类投放点*O*,使得道路*l*附近的两栋住宅楼*A*,*B*到智能垃圾分类投放点*O*的距离相等.



- (1) 请在图中利用尺规作图(保留作图痕迹,不写作法),确定点*O*的位置;
(2) 确定点*O*位置的依据为_____.

26. 据媒体报道,在第52届国际速录大赛中我国速录选手获得了7枚金牌、7枚银牌和4枚铜牌,在国际舞台上展示了指尖上的“中国速度”.看到这则新闻后,学生小明和小海很受鼓舞,决定利用业余时间练习打字.经过一段时间的努力,他们的录入速度有了明显的提高.经测试现在小明打140个字所用时间与小海打175个字所用时间相同,小明平均每分钟比小海少打15个字.请求出小明平均每分钟打字的个数.

27. 阅读下面的材料:

常用的分解因式的方法有提取公因式法、公式法等,但有的多项式只用上述方法无法分解.如 $x^2 - 4y^2 - 2x + 4y$,细心观察这个式子,会发现前两项符合平方差公式,后两项可提取公因式,前、后两部分分别因式分解后又出现新的公因式,提取公因式就可以完成整个式子的分解因式.具体过程如下:

$$\begin{aligned} & x^2 - 4y^2 - 2x + 4y \\ &= (x^2 - 4y^2) - (2x - 4y) \\ &= (x+2y)(x-2y) - 2(x-2y) \\ &= (x-2y)(x+2y-2) \end{aligned}$$

像这种将一个多项式适当分组后,进行分解因式的方法叫做分组分解法.

利用分组分解法解决下面的问题:

- (1) 分解因式: $x^2 - 2xy + y^2 - 4$;
(2) 已知 $\triangle ABC$ 的三边长*a*, *b*, *c*满足 $a^2 - ab - ac + bc = 0$,判断 $\triangle ABC$ 的形状并说明理由.

28. 如图,在等边三角形*ABC*右侧作射线*CP*, $\angle ACP = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$),点*A*关于射线*CP*的对称点为点*D*,*BD*交*CP*于点*E*,连接*AD*,*AE*.

- (1) 求 $\angle DBC$ 的大小(用含 α 的代数式表示);
(2) 在 α ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$)的变化过程中, $\angle AEB$ 的大小是否发生变化?如果发生变化,请直接写出变化的范围;如果不发生变化,请直接写出 $\angle AEB$ 的大小;
(3) 用等式表示线段*AE*, *BD*, *CE*之间的数量关系,并证明.

